造波抵抗理論과 吃水와의 關係

鄭 正 桓*

1. 序 論

船體에 依하여 發生되는 造波抵抗을 解析的으로 結論을 낸다는 것은 不可能한 일이며, 適當한 條件을 假定하여, 따라서 近似的으로 處理하는 수 밖에 道理가 없다는 것은 이미 알고 있는 事實이다. 理論値와 實測値間에는 差가 生기게 되고, 이것은 要컨대, 理論値가 어디까지나 近似値란것, 船型要素의 相互關聯性이 造波抵抗問題를 單純히 取扱할 수 없게 하고있다는 것이 그 原因이 되는 것이다. 初期의 造波抵抗理論으로서 有名한 Michell의 積分은, 船幅이 無限小이고, 吃水有限大란 假定이 設定되어 있는 것이고, 그와같은 條件을 두지않고서는 解決되지 않는다는 것은 그 外의 造波抵抗理論에서도 보고있는 것이다.

船型係數(Form factor)의 問題는 Hughes等에 依하여 論議되어졌으나, 只今껏 그의 正體는 不確實한 狀態에 놓여있다고 보아지는것은, 最少抵抗値(Minimum Resistance)點을 選定할때, "이點이다"란 式의 確實한 決定을 할수 없는때가, 水槽試驗結果를 解析할때, 자주보아지는 일이다. 이런것들이 原因이 되어서 一部에서는 抵抗試驗結果를 解析함에 있어서 造波抵抗이 아니고 剩餘抵抗으로서 處理해야한다는 主張도 있고, 그 實剩餘抵抗으로서 나타내고있는 곳도 있는 것이다.

海洋力學分野에서 波動理論究明의 手腕으로서 攝動法(Perteibation method)은 그 正攻法이라 볼 수 있는데, 이것이 造波抵抗理論에 導入되었고, 그나마, 假定은 發生되는 波動이 적은 量이라야 한다는 것이고, 따라서 近似理論이 될수밖에 없는 것이다. 그 近似理論은 一次近似, 二次近似란 式으로 漸次的으로 求해나가서 精度를 높일수는 있는 일이지마는 一次近似理論에 依한 것은 Michell의 積分과 一致되어버리는 것이고, 二次近似에 손을 뻗친다는 것은 그 手苦가 急增되어 一部사람들에 依하여 計算되었다 손치드라도 三次以上은 斷念하고 있는 狀態이다. 海洋力學分野에서는 五次까지 近似計算이 이루어졌다하지마는 造波抵抗分野에서는 二次에서 머물고 있는 事實은 亦是, 波動現象만의 處理가 아니고 그것을 發生케하는 物體即船體의 存在란 것이 原因이라고 볼 수 있다. 造波抵抗問題를 論함에 있어서 理論値와 實測値間의 比較檢討도 重要한 일이지마는 造波抵抗의 理論面에 있어서 船型의 各要素가 미치는 影響을 파고드는 것도 重要한 일이라 보겠다. 然而나, 船型要素는 한두個가 아닌 以上, 全體를 網羅하여 論한다는 것은 不可能한 일이고, 主要方法만을 들더라도 통털어 論하기는 어려운 일이다. 따라서 여기서는 가장 單純한 問題를 取扱해본다는 뜻에서 吃水를 들어보기로 한다. 即 吃水變化가 造波抵抗에 미치는 影響을 보기로 하고, 여기서 使用되는 것은 Michell의 積分과, Maruo의 Slender ship theory를 適用하기로 한다. 그리고 船型選定은 簡單한 二次式船型 數個를 取하기로 한다.

2. Michell의 Integral과 Maruo의 Slender Ship Theory.

Michell의 積分은 얇은 船體, "即 有限吃水로서 船幅의 길이 方向기울기가 無限小"란 條件을 두어서, 그때의

* 正會員, 釜山大學校工科大學

造波抵抗을 다음式으로 表示하고 있다.

$$R=\frac{4\rho g^2}{\pi v^2}\int_1^\infty (I^2+J^2)\frac{\lambda^2 d\lambda}{\sqrt{\lambda^2+1}} \tag{1}$$

$$\left.\begin{matrix}I\\J\end{matrix}\right\} =\int_0^\infty\int_{-\infty}^{\infty} f(x,z)e^{-\lambda^2 gz/v^2}\left\{\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\right.(\lambda gx/v^2)dxdz \tag{2}$$

여기서, R는 造波抵抗値, v는 船速, ρ는 물의 密度, g는 重力加速度, x,y,z는 直角座標로서, x는 배의 길이 方向, y는 船幅方向, $x-y$面은 自由表面上에 取하고, z는 鉛直下方으로 取하고 있다. 그리고 $f(x,z)=\frac{dy}{dx}$로서 이量이 적다고 假定되고 있는 것이다.

一面 Maruo의 Slender ship theory는

$$\begin{aligned}R=&-\rho v^2 b^2\beta^2\left\{\frac{1}{2\pi}\int_{c(1)}t(\eta',\zeta')ds'\int_{c(1)}t(\eta,\zeta)\log\left|\frac{1}{4}\gamma\beta k_1\right.\right.\\&\times\sqrt{(\eta'-\eta)^2+(\zeta'+\zeta)^2}\,|ds+\frac{1}{2\pi}\int_{c(-1)}t(\eta',\zeta')ds'\int_{c(-1)}t(\eta,\zeta)\\&\times\log\left|\frac{1}{4}\gamma\beta k_1\sqrt{(\eta'-\eta)^2+(\zeta'+\zeta)^2}\right|ds-S'(1)S'(-1)Y_0(2k_1)\\&-S'(1)\int_{-1}^{1}S''(\xi)Y_0\,|k_1(\xi-1)|\,d\xi+S'(-1)\int_{-1}^{1}S''(\xi)Y_0\,|k_1(\xi+1)|\,d\xi\\&+\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}d\xi'\int_{-1}^{1}S''(\xi')S''(\xi)Y_0|k_1(\xi'-\xi)|\,d\xi\end{aligned} \tag{3}$$

로 表示되어 있고 亦是 R는 造波抵抗値이다. 그리고 b는 $B/2$, B는 船幅, β는 b/l, l는 $L/2$, L는 船長, $t(\eta,\zeta)=\frac{\partial y}{\partial x}$, x,y,z는 Michell 積分때와 同一하나, z의 反對方向으로 取하고 있다. 即 z는 鉛直上方으로 向하고 있다. 또 $c(1)$는 前端外廓, $c(-1)$는 後端外廓, ds는 外廓要素의 無次元値, η는 y/b, ζ는 z/b, k_1은 gl/v^2, $\log\gamma$는 Euler의 常數, $S(\xi)$는 横斷面積의 無次元値, $S(1)$, $S(-1)$는 $S(\xi)$에서 $\xi=1$, $\xi=-1$일때 即, 前端과 後端의 값이다. $S'(\xi)$, $S''(\xi)$는 $S(\xi)$의 ξ에 對한 一次와 二次 導函數, Y_0는 Newman의 第2種 Bessel function이다. (3)式은 Michell 積分이 有限吃水에 對한 式인데 對하여, 吃水無限小에 對한 式이다. (1)과 (3)의 相互關係를 보기로 한다.

(1), (2)는 $\lambda=\sec\theta$를 代入함으로써

$$R=\frac{4\rho g^2}{4v^2}\int_0^{\pi/2}(I^2+J^2)\sec^3\theta\,d\theta=\frac{2\rho g^2}{\pi v^2}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}(I^2+J^2)\sec^3\theta\,d\theta \tag{4}$$

$$\left.\begin{matrix}I\\J\end{matrix}\right\} =\int_{-\infty}^{0}dz\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial y}{\partial x}e^{\frac{gz}{v^2}\sec\theta}\left\{\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\right.\left(\frac{gx}{v^2}\sec\theta\right)dx$$

(3)때와 같이, x,y,z를 無次元化시키면

(5)는

$$\begin{aligned}\left.\begin{matrix}I\\J\end{matrix}\right\} &=b^2\int_{-\infty}^{0}d\zeta\int_{-1}^{1}\frac{\partial\eta}{\partial\xi}e^{k_1\beta\zeta\sec^2\theta}\left\{\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\right.(k_1\xi\sec\theta)\cdot d\xi\\&=b^2\left\{\begin{matrix}P_1\\Q_1\end{matrix}\right.\end{aligned} \tag{6}$$

이 되고 (4)는

$$R=\frac{2\rho g^2}{\pi v^2}b^4\int_{-\pi/2}^{\pi/2}(P_1^2+Q_1^2)\sec^3\theta d\theta=\frac{2}{\pi}\rho k_1^2v^2b^2\beta^2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}(P_1^2+Q_1^2)\sec^3\theta d\theta \tag{7}$$

그런데 P_1, Q_1을 部分積分함으로써

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ Q_1 \end{Bmatrix} = \frac{1}{k_1 \sec\theta}\left(\int_{-\tau}^{0}\left[\left(\frac{\partial\eta}{\partial\xi}\right)_{\xi=1} - \begin{Bmatrix}\sin \\ \cos\end{Bmatrix}(k_1\sec\theta) + \left(\frac{\partial\eta}{\partial\xi}\right)_{\xi=-1} \begin{Bmatrix}\sin \\ \cos\end{Bmatrix}(k_1\sec\theta)\right] e^{k_1\beta\zeta\sec^2\theta}\, d\xi - \int_{-1}^{1}\begin{Bmatrix}\sin \\ \cos\end{Bmatrix}(k_1\xi\sec\theta)d\xi \int_{-1}^{0}\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2}d\zeta\right) \tag{8}$$

가 된다. 이것을

$$\begin{Bmatrix} P^1 \\ Q_1 \end{Bmatrix} = \frac{1}{k_1\sec\theta}\begin{Bmatrix} P_2 \\ Q_2 \end{Bmatrix}$$

라하여 (7)에 代入시키면

$$R = \frac{2}{\pi}\rho v^2 b^2\beta^2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2}(P_2^2+Q_2^2)\sec\theta\, d\theta \tag{9}$$

가 되고

$$A_1=(\partial\eta/\partial\xi)_{\xi=1},\quad A_{-1}=(\partial\eta/\partial\xi)_{\xi=-1},\quad A_1'=(\partial\eta'/\partial\xi')_{\xi'=1},$$

$$A'_{-1}=(\partial\eta'/\partial\xi')_{\xi'=-1},\quad B=\partial^2\eta/\partial\xi^2,\quad B'=\partial^2\eta/\partial\xi^2,$$

라 하면

$$\begin{aligned} P_2^2+Q_2^2 = {} & \int_{-\tau}^{0}\int_{-\tau}^{0}\left\{A_1A_1'+A_{-1}A_{-1}'-2A_1A_{-1}\cos(2k_1\sec\theta)\right\} \\ & \times e^{\beta k_1(\zeta+\zeta')\sec^2\theta}\cdot d\zeta d\zeta' + \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\cos\left\{(\xi-\xi')k_1\sec\theta\right\} d\xi d\xi' \\ & \times \int_{-\tau}^{0}\int_{-\tau}^{0}BB'd\zeta d\zeta' - 2\sin(k_1\sec\theta)\cdot\int_{-\tau}^{0}(A_1+A_{-1})e^{\beta k_1\zeta\sec^2\theta}\cdot d\xi \\ & \times \int_{-1}^{1}\sin(k_1\xi\sec\theta)\cdot d\xi\cdot\int_{-\tau}^{1}Bd\zeta - 2\cos(k_1\sec\theta)\cdot\int_{-\tau}^{0}(A_1-A_{-1}) \\ & \times e^{\beta k_1\zeta\sec^2\theta}\cdot d\xi\cdot\int_{-1}^{1}\cos(k_1\xi\sec\theta)\cdot d\xi\cdot\int_{-\tau}^{0}Bd\zeta \end{aligned} \tag{10}$$

이 된다. 그리고 $c(1)$, $c(-1)$에서는 ξ의 값은 各各 1, −1, 이고 $\eta=\eta'=0$ 이다.

그리고 $A_1d\zeta=\left(\frac{\partial\eta}{\partial\xi}\right)_{\xi=1}d\zeta=\frac{1}{2}t(0,\zeta)ds,$

故로 (10)을 (9)에 代入하면 (10)의 第1番째의 積分中에서 A_1A_1'를 包含하는 項은 (9)의 積分記號內에서는 $\beta\to0$ 라 하면

$$\begin{aligned} & \int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left[\int_{-\tau}^{0}\int_{-\tau}^{0}e^{\beta k_1\sec^2\theta(\zeta+\zeta')}\cdot A_1A_1'd\zeta\, d\zeta'\right]\sec\theta d\theta \\ & = \int_{-\tau}^{0}\int_{-\tau}^{0}AA_1'd\zeta d\zeta'\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\exp\left\{\beta k_1\sec^2\theta(\zeta+\zeta')+i\beta k_1\right. \\ & \left.\times(\eta-\eta')\tan\theta\sec\theta\right\}\sec\theta d\theta \\ & = -\frac{1}{4}\int_{c(1)}\int_{c(1)}t(\eta,\zeta)\cdot t(\eta',\zeta')\log\left|\frac{1}{4}\gamma\beta k_1\sqrt{(\zeta'+\zeta)^2+(\eta'-\eta)^2}\right| dsds' \end{aligned} \tag{11}$$

同一하게 하여 (10)의 第1番째의 積分中에서 $A_{-1}A_{-1}'$를 包含하는 項은

$$-\frac{1}{4}\int_{c(-1)}\int_{c(-1)}t(\eta,\zeta)\cdot t(\eta'\cdot\zeta')\cdot\log\left|\frac{1}{4}\gamma\beta k_1\sqrt{(\zeta'+\zeta)^2+(\eta'-\eta)^2}\right| dsds' \tag{12}$$

가 되고 $-2A_1A_{-1}\cos(2k_1\sec\theta)$를 包含하는 項은

$$-\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left[\int_{-\tau}^{0}\int_{-\tau}^{0}A_1A_{-1}\cos(2k_1\sec\theta)\cdot\exp\left\{\beta k_1(\zeta+\zeta')\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\sec^2\theta\right\} d\zeta\cdot d\zeta'\cdot\right]\sec\theta d\theta \text{ 가 된다.}$$

여기서 $\beta\to 0$ 로서 處理하면

$e^{\beta k_1(\zeta+\zeta')\sec 2\theta}\to 1$ 이 되고 上記積分은

$$-2\int_{-\tau}^{0}\int_{-\tau}^{0}A_1A_{-1}d\zeta d\zeta'\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos(2k_1\sec\theta)\cdot\sec\theta d\theta$$

$$=2\pi\int_{-\tau}^{0}\int_{-\tau}^{0}A_1A_{-1}d\zeta d\zeta' Y_0(2k_1)$$

然而나, $\int_{-\tau}^{0}Ad\zeta=\int_{-\tau}^{0}\frac{\partial\eta}{\partial\xi}d\zeta=\frac{\partial}{\partial\xi}\int_{-\tau}^{0}\eta d\zeta=\frac{1}{2}S'(\xi)$ 이므로, $\int_{-\tau}^{0}A_1d\zeta=\frac{1}{2}S'(1)$, $\int_{-\tau}^{0}A_{-1}d\zeta=\frac{1}{2}S'(-1)$ 이 된다. 故로 上式은

$\frac{1}{2}\pi S'(1)S'(-1)Y_0(2k_1)$이 된다.

(10)의 第2番째의 積分은 (9)에 代入하였을 때 積分記號內에서

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left[\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\cos\left\{(\xi-\xi')k_1\sec\theta\right\}\cdot d\xi d\xi'\int_{-\tau}^{0}\int_{\tau}^{0}BB'd\zeta d\zeta'\right]\times\sec\theta d\theta$$

가 된다.

그러나

$$\int_{-\tau}^{0}Bd\xi=\frac{1}{2}S''(\xi)$$

이므로 上式은

$$\frac{\pi}{4}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}S''(\xi)\cdot S''(\xi')\cdot Y_0|k_1(\xi-\xi')|d\xi d\xi' \qquad (14)$$

가 된다. 마찬가지로하여 (10)의 第3番째의 項은 $\beta\to 0$ 라 하여

$$-2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{1}{2}[S'(1)+S'(-1)]\int_{-1}^{1}\sin(k_1\xi\sec\theta)d\xi\left[\frac{1}{2}S''(\xi)\right]\times\sin(k_1\sec\theta)\cdot\sec\theta d\theta \qquad (15)$$

그리고 (10)의 最後의 項은

$$-2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{1}{2}[S'(1)-S'(-1)]\cdot\int_{-1}^{1}\cos(k_1\xi\sec\theta)d\xi\left[\frac{1}{2}S''(\xi)\times\cos(k_1\sec\theta)\sec\theta d\theta\right. \qquad (16)$$

가 된다. 따라서, (15), (16)을 相加하면,

$$\frac{\pi}{2}S'(1)\int_{-1}^{1}S''(\xi)Y_0|k_1(\xi-1)|d\xi-\frac{\pi}{2}S'(-1)\int_{-1}^{1}S''(\xi)Y_0|k_1(\xi+1)|d\xi \qquad (17)$$

故로 (11), (12), (13), (14), (17)과 (9)의 係數 關係에서, (10)을 (9)에 代入하면 (3)式과 같은 式이된다.

이것은 Michell의 積分에서 $\beta\to 0$ 라 하면, Maruo의 Slender ship theory가 된다는 것을 말하는 것인데, $\beta\to 0$ 란 것은 吃水無限小를 意味하는 것이다. $\beta=\frac{b}{l}$, $\tau=T/b$ $\therefore\beta\tau=\frac{T}{l}$이다.

Slender ship theory에서는 τ는 1의 크기로 取하고 있고 $\beta\to 0$ 란 것은 $T\to 0$를 意味한다. 即 無限小吃水이다. 故로 Michell의 積分에서 吃水無限小로 함으로써 Slender ship theory를 얻을수 있는 것이다. 그러나 Selnder ship theory는 一般造波抵抗理論에서 얻어진 것인데, Michell의 積分과 比較해보기 爲해서 吃水無限小일때 兩者一致하는 것을 式上으로 確認해본 것이다.

3. 2次式船型의 數値計算

여기서 數値計算에 採用된 船型은 船體의 幅이 길이, 吃水方向에 對하여 2次式이다.

船型方程式은

$$y=\frac{B}{2}\left\{1-\left(\frac{2x}{L}\right)^2\right\}\cdot\left\{1-\left(\frac{z}{T}\right)^2\right\} \tag{18}$$

數値計算의 必要上다음 積分計算을 한다.

$$I_m\{A(x+a)\}=\int x^m\cdot\log|A(x+a)|\cdot dx$$

$$=\frac{x^{m+1}}{m+1}\cdot\log|A(x+a)|-\frac{1}{m+1}\left[\frac{x^{m+1}}{m+1}-a\frac{x^m}{m}+a^2\frac{x^{m-1}}{m-1}+\cdots\cdots\right.$$

$$\left.\cdots+(-1)^m a^m x+(-1)^{m+1}a^{m+1}\cdot\log|x+a|\right] \tag{19}$$

(19)를 利用하여

$$I_a=\int_{-\tau}^{0}\left\{1-\left(\frac{\zeta}{\tau}\right)^2\right\}\cdot\log|A(\zeta'+\zeta)|d\zeta$$

$$=I_0\left\{A(\zeta'+\zeta)\right\}-\frac{1}{\tau^2}I_2\left\{A(\zeta'+\zeta)\right\}$$

$$=\zeta'\cdot\log|\zeta'|-\frac{1}{3\tau^2}\zeta'^3\log|\zeta'|+\frac{2}{3}\tau\log|A(\zeta'-\tau)|$$

$$-\zeta'\log|\zeta'-\tau|+\frac{1}{3\tau^2}\zeta'^3\log|\zeta'-\tau|-\frac{8}{9}\tau+\frac{1}{6}\zeta'+\frac{1}{32}\zeta'^2 \tag{20}$$

$$I_b=\int_{-\tau}^{0}\left\{1-\left(\frac{\zeta'}{\tau}\right)^2\right\}d\zeta'\cdot\int_{-\tau}^{0}\left\{1-\left(\frac{\zeta}{\tau}\right)^2\right\}\cdot\log|A(\zeta'+\zeta)|\cdot d\zeta$$

$$=\int_{-\tau}^{0}I_a\,d\zeta'-\frac{1}{\tau^2}\int_{-\tau}^{0}\zeta'^2 I_a\,d\zeta' \tag{21}$$

$$I_c=\int_{-\tau}^{0}I_a\,d\zeta',\quad I_d=\int_{-\tau}^{0}\zeta'^2 I_a\,d\zeta' \tag{22}$$

라 하여 둔다.

(20)에 依하여

$$\left|I(\zeta')\right|_{-\tau}^{0}=-\frac{\tau^2}{2}\log|\tau|+\frac{1}{4}\tau^2 \tag{23}$$

$$\left|I_3(\zeta')\right|_{-\tau}^{0}=-\frac{\tau^4}{4}\log|\tau|+\frac{1}{16}\tau^4 \tag{24}$$

$$\left|I_5(\zeta')\right|_{-\tau}^{0}=-\frac{\tau^6}{6}\log|\tau|+\frac{1}{36}\tau^6 \tag{25}$$

$$\left|I_0\left\{A(\zeta'-\tau)\right\}\right|_{-\tau}^{0}=\int_{-\tau}^{0}\log|A(\zeta'-\tau)|d\zeta'=\tau\log|4A\tau|-\tau \tag{26}$$

$$\left|I_1(\zeta'-\tau)\right|_{-\tau}^{0}=-\frac{1}{2}\tau^2\cdot\log|\tau|-\frac{1}{4}\tau^2 \tag{27}$$

$$\left|I_2\left\{A(\zeta'-\tau)\right\}\right|_{-\tau}^{0}=\frac{1}{3}\tau^3\log|4A\tau|-\frac{5}{18}\tau^3 \tag{28}$$

$$\left|I_3(\zeta'-\tau)\right|_{-\tau}^{0}=-\frac{1}{4}\tau^4\log|\tau|-\frac{7}{48}\tau^4 \tag{29}$$

$$\left|I_5(\zeta'-\tau)\right|_{-\tau}^{0}=-\frac{1}{6}\tau^6\log|\tau|-\frac{37}{360}\tau^6 \tag{30}$$

故로 I_c는 (23), (24), (26), (27), (29)에서

$$I_c=\frac{2}{3}\tau^2\log|4A\tau|-\frac{79}{72}\tau^2 \tag{31}$$

I_d는 (24), (25), (28), (29), (30)에 依하여

$$I_a=\frac{2}{9}\tau^4\log|4A\tau|-\frac{7}{24}\tau^4 \tag{32}$$

이 된다. 故로 I_b는

$$I_b=\frac{4}{9}\tau^2\log|4A\tau|-\frac{29}{36}\tau^2 \tag{33}$$

(18)을 無次元値로서 表示하면

$$\eta=(1-\xi^2)\cdot\left\{1-\left(\frac{\zeta}{\tau}\right)^2\right\} \tag{34}$$

가되고, $t(\eta,\zeta)=\left|\frac{d\eta}{d\xi}\right|=\left|2\xi\left\{1-\left(\frac{\zeta}{\tau}\right)^2\right\}\right|$가 됨으로

$$t(1,0,\zeta)=t(-1,0,\zeta)=2\left\{1-\left(\frac{\zeta}{\tau}\right)^2\right\} \tag{35}$$

가 된다. 그리고

$$S(\xi)=\frac{4}{3}(1-\xi^2)\tau \tag{36}$$

이 되므로,

$$\left.\begin{aligned}S'(\xi)&=-\frac{8}{3}\xi\tau\\ S''(\xi)&=-\frac{8}{3}\tau\end{aligned}\right\} \tag{37}$$

이 된다. (33)과 (35)에서

$$\int_{c_{(1)}}^{t}(\eta',\zeta')ds'\int_{c_{(1)}}^{t}(\eta,\zeta)\cdot\log\left|\frac{1}{4}\gamma\beta k_1\sqrt{(\eta'-\eta)^2+(\zeta'+\zeta)^2}\right|ds$$

$$=\frac{64}{9}\tau^2\log|\gamma\beta k_1\tau|-\frac{116}{9}\tau^2 \tag{38}$$

이 된다. 또 (37)에서

$$S'(1)S'(-1)Y_0(2k_1)=-\frac{64}{9}\tau^2Y_0(2k_1) \tag{39}$$

이 된다. 여기서 1變數函數에 對해서 定義된 Havelock의 P函數를 使用하여

$$\int_{-1}^{1}S''(\xi)Y_0\{k(\xi-1)\}d\xi=\frac{16\tau}{3\pi k_1}P_0(2k_1) \tag{40}$$

이 된다. 마찬가지로 處理하여

$$\int_{-1}^{1}S''(\xi)Y_0\{k_1(\xi+1)\}d\xi=\frac{16\tau}{3\pi k_1}P_0(2k_1) \tag{41}$$

이 되고

$$\int_{-1}^{1}d\xi'\int_{-1}^{1}S''(\xi')S''(\xi)Y_0\{k_1(\xi'-\xi)\}d\xi$$

$$=\tau^2\frac{64}{9}\int_{-1}^{1}d\xi'\int_{-1}^{1}Y_0\{k_1(\xi'-\xi)\}d\xi$$

$$=\frac{256}{9\pi k_1^2}\tau^2[P_1(0)-P_1(2k_1)] \tag{42}$$

이 된다. Slender ship theory (3)式에서 第1項, 第2項의 和를 R_1, 第3項을 K_2, 第4項, 第5項의 和를 R_3, 第6項을 R_4라 하면

$$R=R_1+R_2+R_3+R_4 \tag{43}$$

가 되는데, 上記計算에 依하여 2次式船型에 對해서는(여기 採用된 船型)

$$R_1=-\frac{1}{9\pi}2\rho v^2b^2(\beta\tau)^2\left[\frac{1}{32}\log|\gamma\beta\tau k_1|-58\right] \tag{43}$$

$$R_2=-\frac{1}{9\pi}2\rho v^2b^2(\beta\tau)^2 32\pi Y_0(2k_1) \tag{44}$$

$$R_3=-\frac{1}{9\pi}2\rho v^2b^2(\beta\tau)^2\frac{128}{k_1}P_0(2k_1) \tag{45}$$

$$R_4=-\frac{1}{9\pi}2\rho v^2b^2(\beta\tau)^2\left[\frac{64}{k_1^2}P_1(0)-\frac{64}{k_1^2}P_1(2k_1)\right] \tag{46}$$

이 된다. 이것들을 $\frac{1}{2}\rho v^2B^2=2\rho v^2b^2$ 으로 除하여 各各 C_1, C_2, C_3, C_4라 하여

$$C=\frac{R}{\frac{1}{2}\rho v^2B^2}=C_1+C_2+C_3+C_4 \tag{47}$$

가 되는데 이의 數値計算은 l=100cm, 에 對해서 T=15.0cm, T'=12.5cm, T=10.0cm, T'=7.5cm T=5.0cm의 5種으로하여보았다. P 函數에對해서는 Jinnaka의 Table에 依하고 造波抵抗係數로서 $\frac{1}{2}\rho v^2b^2$ 으로 除하였기 때문에(47)에서 보는바와 같이 C의 값에는 b의 影響은 없고 $\beta\tau=\frac{b}{l}\cdot\frac{T}{b}=\frac{T}{l}$의 값만이 關係하게되는 것이다.

다음에 Michell의 積分에 依하여 同一한 것의 數値計算을 한 結果는 다음과 같다.

船型方程式(18)에 對해서

$$f(x,z)=-\frac{2Bx}{2L^2}\{1-(z/T)^2\}=-Ax\{1-(z/T)^2\},\quad A=4B/L^2 \tag{48}$$

이 되고, 前後同型의 船型을 取했기 때문에 I=0 이 된다. $a=g\lambda/v^2$, $b=g\lambda^2/v^2$ 이라하면

$$\begin{aligned}J&=-A\int_0^T\{1-(z/T)^2\}e^{-bz}\cdot dz\cdot\int_{-L/2}^{L/2}x\sin ax\cdot dx\\&=-2A\int_0^T\{1-(z/T)^2\}e^{-bz}\cdot dz\cdot\int_0^{L/2}x\sin ax\cdot dx\end{aligned} \tag{49}$$

가되고

$$\int_0^T\left\{1-\left(\frac{z}{T}\right)^2\right\}e^{-bz}\cdot dz=\frac{2}{b^2T}e^{-bT}+\frac{2}{b^3T^2}(e^{-bT}-1)+\frac{1}{b} \tag{50}$$

$$\int_0^{L/2}x\sin ax\cdot dx=-\frac{L}{2a}\cos\frac{aL}{2}+\frac{1}{a^2}\sin\frac{aL}{2} \tag{51}$$

이 되기때문에 (49)는

$$\left.\begin{aligned}J&=-\frac{A}{a^2b^3T^2}\cdot E\cdot G\\E&=2e^{-bT}(bT+1)-2+b^2T^2\\G&=2\sin\frac{aL}{2}-aL\cos\frac{aL}{2}\end{aligned}\right\} \tag{52}$$

가 되고

$$\begin{aligned}J^2=&\frac{A^2}{2a^4b^6T^4}\left[4e^{-2bT}(b^2T^2+2bT+1)+4e^{-bT}(b^3T^3+b^2T^2\right.\\&\left.-2bT-2)+(b^4T^4-4b^2T^2+4)\right]\times\left[(4+a^2L^2)\right.\\&\left.+(a^2L-4)\cos aL-4aL\sin aL\right]\end{aligned} \tag{53}$$

가 된다.

$$F_0=[4e^{-2bT}(b^2T^2+2bT+1)+4e^{-bT}\cdot(b^3T^3+b^2T^2-2bT-2)+(b^4T^4-4b^2T^2+4)]\cdot[(4+a^2L^2)$$
$$+(a^2L^2-4)\cos aL-4aL\sin aL]$$

라 하고,

(53)을 Michell의 積分에 代入함으로서

$$R=-\frac{32\rho gB^2}{\pi k^9T^4L^4}\int_0^{\pi/2}F_0\cos^{13}\theta d\theta \tag{54}$$

가 되고 따라서 造波抵抗係數는

$$C_w=\frac{R}{\frac{1}{2}\rho B^2V^2}=\frac{64}{\pi K^8T^4L^4}\int_0^{\pi/2}F_0\cos^{13}\theta d\theta \tag{55}$$

이의 數値計算은 Besso에 依하여 定義된 3變數函數에 對한 P 函數를 使用함으로서 P 函數의 數表에 依하여 計算할 수 있다. 이 境遇의 R 값은

$$\begin{aligned}R=&-\frac{64\rho B^2g}{\pi K^9L^4T^4}[2K^4L^2T^2\{P_7(KL,0,2KT)+P_7(0,0,2KT)+P_7(KL,0,KT)\\
&+P_7(0,0,KT)-P_7(KL,0,0)-P_7(0,0,0)\}-4K^3L^2T\{P_9(KL,0,2KT)\\
&+P_9(0,0,2KT)-P_9(KL,0,KT)-P_9(0,0,KT)\}+2K^2L^2\{P_{11}(KL,0,2KT)\\
&+P_{11}(0,0,2KT)-2P_{11}(KL,0,KT)-2P_{11}(0,0,KT)+P_{11}(KL,0,0)+P_{11}(0,0,0)\}\\
&-2K^5L^2T^3\{P_5(KL,0,KT)+P_5(0,0,KT)\}+1/2K^6L^2T^4\{P_3(KL,0,0)\\
&+P_3(0,0,0)\}+8K^2T^2\{P_9(KL,0,2KT)-P_9(0,0,2KT)+P_9(KL,0,KT)\\
&-P_9(0,0,KT)-P_9(KL,0,0)+P_9(0,0,0)\}-16KT\{P_{11}(KL,0,2KT)-P_{11}(0,0,2KT)\\
&-P_{11}(KL,0,KT)+P_{11}(0,0,KT)\}+8\{P_{13}(KL,0,2KT)-P_{13}(0,0,2KT)\\
&-2P_{13}(KL,0,KT)+2P_{13}(0,0,KT)+P_{13}(KL,0,0)-P_{13}(0,0,0)\}\\
&-8K^3T^3\{P_7(KL,0,KT)-P_7(0,0,KT)\}+2K^4T^4\{P_5(KL,0,0)\\
&-P_5(0,0,0)\}-8K^3LT^2\{P_8(KL,0,2KT)+P_8(KL,0,KT)-P_8(KL,0,0)\}\\
&+16K^2LT\{P_{10}(KL,0,2KT)-P_{10}(KL,0,KT)\}-8KL\{P_{12}(KL,0,2KT)\\
&-2P_{12}(KL,0,KT)+P_{12}(KL,0,0)\}+8K^4LT^3P_6(KL,0,KT)-2K^5LT^4P_4(KL,0,0)\end{aligned} \tag{56}$$

이 된다.

여기서 $K=K_1/l=g/V^2$ 이고

P 函數는

$$\begin{aligned}P_{2n}(x,y,t)&=(-1)^n\int_0^{\pi/2}e^{-t\sec^2u}\sin(x\sec u)\cdot\cos(y\sec^2u\cdot\sin u)\times\cos^{2n}u\cdot du\\
P_{2n+1}(x,y,t)&=(-1)^{n+1}\int_0^{\pi/2}e^{-t\sec^2u}\cdot\cos(x\sec u)\cdot\cos(y\sec^2u\cdot\sin u)\times\cos^{2n+1}u\cdot du\end{aligned} \tag{57}$$

로서 $y,t=0$ 일때는 Havelock의 函數와 一致되며

$$P_0(x)=-\frac{\pi}{2}\int_0^x Y(u)du \tag{58}$$

가 되는 것이다.

그리고

$$P_{2n}(-x)=-P_{2n}(x),\quad P_{2n+1}(-x)=P_{2n+1}(x),\quad P_{2n}(0)=0 \tag{59}$$

가 된다.

數値計算結果를 圖示하면 Fig. 1, Fig 2, Fig. 3, Fig. 4, Fig. 5와 같다.

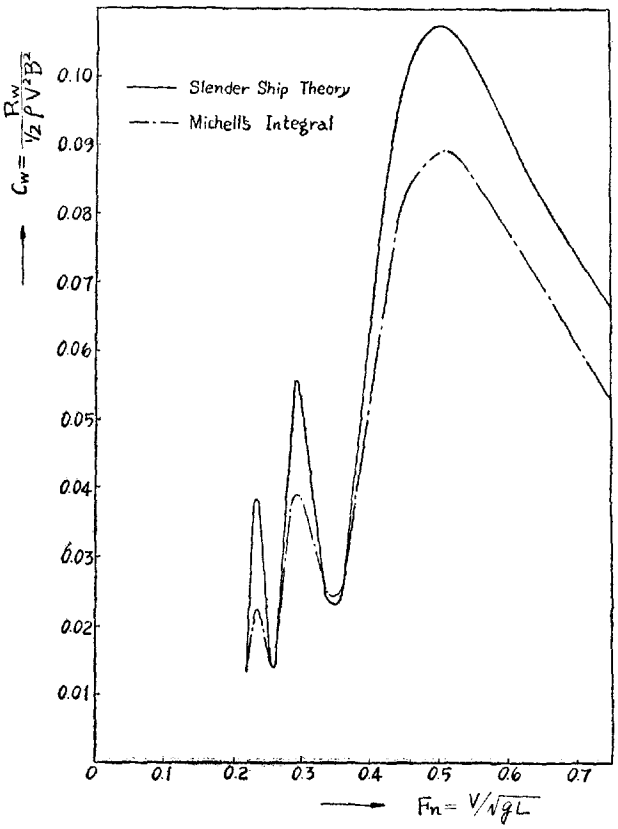

Fig. 1. $y=B/2\{1-(2x/L)^2\}\cdot\{1-(z/T)^2\}$, $T/L=0.075$

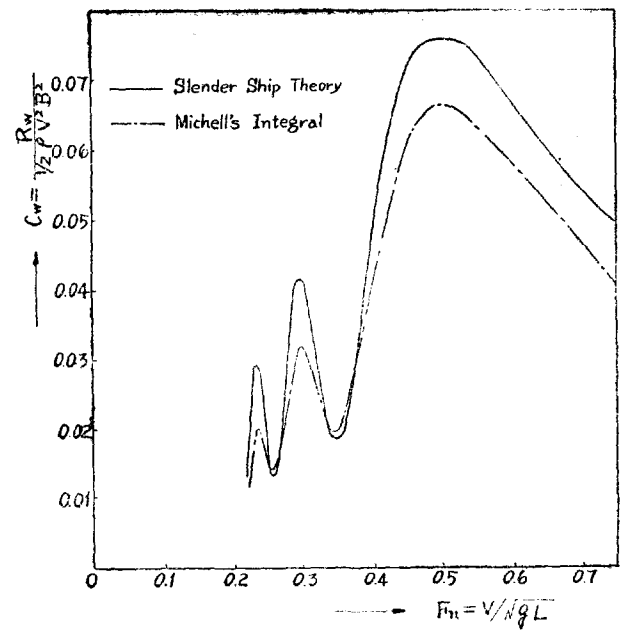

Fig. 2. $y=B/2\{1-(2x/L)^2\}\cdot\{1-(z/T)^2\}$, $T/L=0.0625$

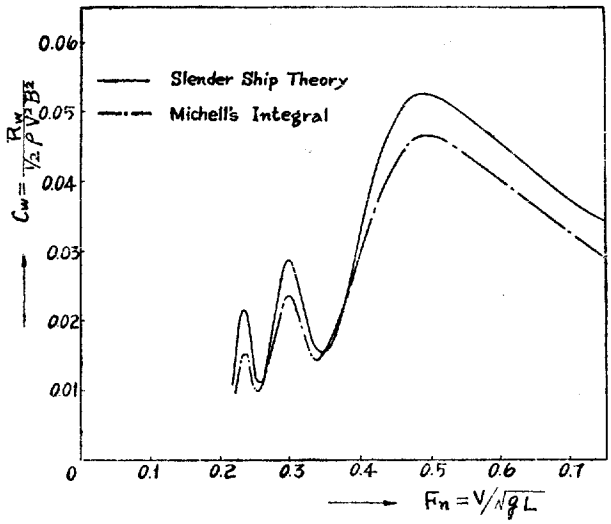

Fig. 3. $y=B/2\{1-(2x/L)^2\}\cdot\{1-(z/T)^2\}$, $T/L=0.05$

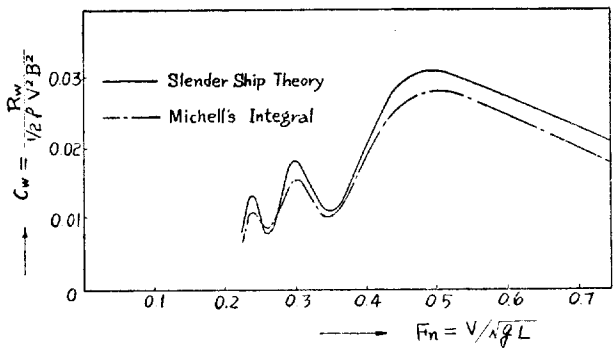

Fig. 4. $y=B/2\{1-(2x/L)^2\}\cdot\{1-(z/T)^2\}$, $T/L=0.0375$

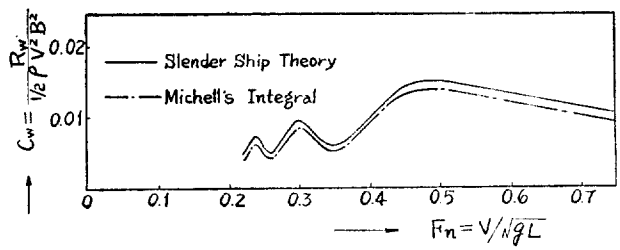

Fig. 5. $y=B/2\{1-(2x/L)^2\}\cdot\{1-z/T)^2\}$, $T/L=0.025$

4. 檢 討

以上 2次式船型에 대하여 Michell의 積分과 Maruo의 Slender ship theory로서 5種의 吃水變化를시켜 數値計算을 해본데 對한 檢討를 해본다. 實存船은 兩理論이 모두 完全流體속의 運動을 取扱한데 對해서 多少의 粘度가 考慮되어야 할 水中運動이고 그 外에도 船體運動에 依한 吃水變化等等의 問題가 있는 以上, 兩理論이 實測値와 一致되리라고는 期待되지 않는다. 然而나, 多數의 實驗結果는, 造波抵抗理論曲線의 Hump와 Hollow의 位置가 實驗의 境過와 理論의 數値計算에 依한것이 좋은 一致를 보이고 있는 것을 나타내고 있다.

그리고 兩理論의 數値計算에 依한 曲線의 Hump Hollow도 잘 一致되고 있는 것은 Fig. 1~Fig. 5에서도 볼수 있다. 다만 Slender ship theory가 Michell의 integral에 比하여 Hump, Hollow의 度가 甚함을 볼수있고 一般的으로 큰 값을 가진다는 것을 알수 있다. 그實, 實船의 水槽試驗에서 얻어지는 값은, 兩曲線의사이에 存在하고 低速部에서는 Hump Hollow의 程度가, 理論의 어느것보다도 甚하지 않으며, 따라서 오히려 Michell의積分이 實測値에 가까운 값을 表現한다고 볼수있고, 高速部에서는 거이 Slender ship theory의 曲線에 一致되어 이 理論이 實測値에 가까운 값을 表現한다고 말할 수 있는 것이다. 吃水가 적어질수록 兩理論은 一致에 接近함은 앞에서 말하였거니와 그림에서도 如實히 나타나고 있으며, Fig. 5에서는 兩者의 差가 大端히 적어진것을 볼수 있다. Lamb, Havelock等에 依하여, 高速에서는 船體의 造波現象이 消滅되어 따라서 抵抗이 zero란 것을 말하고 있고, Newmann에 依하여 Michell의 積分은, 高速部에서 R_w가 zero가 된다는 것이 證明되어 있으나, Kotik, Thomsen에 依하여 Slender ship theory는 高速部에서 R_w가 負의 값으로서 發散한다는 것을 證明하고 있다. 實地現象으로서 高速일때, 造波抵抗問題는 吃水問題만 하더라도 一定으로 維持못될것이고, 따라서 그 造波抵抗이 zero가 된지 어떤지는 모르지마는如何튼 負의 값이 된다는 것은 矛盾이다. Maruo의 滑走艇理論에 依하면 高速部에서는 造波抵抗係數가 거이 一定値가 됨을 알수 있는데 Slender ship theory로서는 Froude Number 2.0이란 部分에서 負의 값이 나타나게되고, 여기에 對해서 Maruo自身은 Froude Number, 1.0을 超過하면 벌서 滑走艇이 가지는 性質이 加味된다는 것이고, 따라서 普通의 造波抵抗理論이 妥當치 못하다는 것을 말하고 있다. 또한 Slender ship theory의 適用範圍로서는 最高 Froude Number 0.85의 限界를 設定하고 있으며, 滑走艇理論의 範圍는 Froude Number 1.5를 超過한 境過에 適用하는 것이라고 말하고 있다. 따라서 Froude Number 0.85~1.5間의 問題는 如何히 한것인가 하는 問題가 되는데 여기에 對해서는 解析的인 結論은 없는 것이고, 주어진 船型에 對해서 數値計算만은 複雜하나마 可能性은 있다고 본다. 滑走艇理論에서 速度로다는 條件으로서 自由表面의 船體運動에 依한 境界條件이 線型化되는 것인데, 그와같은 處理가 不可能時에는 境界條件을 非線型그대로서 解를 求해야만 된다는 것임으로 이것은 不可能한 것이다. 뿐만 아니라 船幅의 길이 方向의 기울기를 無限少로서 處理되고 있음으로, 이問題도 無視할수 없는 것이다. 이런點에서 볼때 造波抵抗論는 實船과 結付되기에는 아직도 難點이 많은 것이라 하겠으나 다만 實驗結果로서 理論曲線이 나타내는 傾向만은 實驗曲線과 잘 일치된다는 것임으로, 船型要素問題全般을 통털어서 處理할 수 없는 限, 이 理論으로서 充分하다고 보아진수도 있는 것이다. 따라서 남은 問題는 이 問題外에 船型係數의 處理가 있다고 본다.

5. 結 論

1. Michell의 積分과 Maruo의 Slender ship theory는 吃水가 無限히 적다고 할때 式上으로 兩者가 一致한다
2. 數値計算의 結果에서도 兩者는 吃水가 적어질수록 接近함을 안다.

3. 低速部에서는 實測値가 Michell의 積分値에 가깝다는 것을 안다.

4. 高速部에서는 實測値가 Maruo의 Slender ship theory에 가깝다는 것을 안다.

5. 兩者理論曲線과 實測値曲線은 Hump Hollow의 位置가 正確히 一致됨을 안다.

6. Hump, Hollow의 程度는 Slender ship theory가 甚하게 表現된다.

7. 實測値는 兩者理論値의 中間에 存在한다.

8. 一般的으로 Maruo의 Slender ship theory는 Michell의 integral보다 높은 값을 나타낸다.

9. Michell의 integral은 無限大 船速에 對해서 造波抵抗値가 zero로 收斂한다.

10. Maruo의 Slender ship theory에서는 無限大船速에서 抵抗値가 負의 값을 나타낸다.

11. 그外에 여기서는 取扱해보지 않았으나 橫斷面積問題에 對한 造波抵抗理論의 適用에 있어서 Slender ship theory 그리고 高速部에서 이理論의 修正問題等이 있으며, Slender ship theory는 理論本體만을 取扱한데 끝났으므로 機會있는대로 其他問題를 取扱하기로하고, 結論도 그것에 依해서 또다른 것이 있다는 것을 特記하고 後機會로 미루기로 한다.

參 考 文 獻

1. Maruo, H. "Calculation of the wave Resistance of ships, the Draught of which is as small as the Beam" (1962)
2. Havelock, T.H "The theory of wave resistance," (1932),
3, Jack Kotick & Peter Thomsen "Various wave Resistance Theories for Slender Ships," (1963).
4. Michell, T.H. "The wave Resistance of a ship," (1898).
5. Havelock, T.H. "Wave resistance; The effect of varying draught," (1925).
6. 神中龍雄 "船型と造波抵抗について," (1948).