論 文
17～3～2

可變周波數에 있어서 誘導電動機의 特性圖式 算定法에 關해서

A Study on the Current-diagram Method for Calculating Induction Motor Characteristics with Adjustable Frequency

(第 1 報)

朴 旻 鎬*
(Park Min Ho)

〔ABSTRACT〕

The development of the frequency converter using semiconductor enables to easily control the speed of A.C. motors. It is now technically possible and economically feasible to provide them with power at variable frequency, using silicon-controlled-rectifier (or thyristor) inverters. In such a case, if an induction motor is to be operated efficiently over a wide speed range, it must be supplied from a variable-frequency source whose frequency is adjustable over a range similar to that required for the motor speed. It is desired to observe how several characteristics are changed such as primary current, torque-speed, etc. Although the characteristics could be obtained by means of the conventional method, it requires very complicated calculation.

It is assumed that the characteristics above are easily investigated by means of current diagram method from variable circuit constants relating to the motor which is designed in rated fequency. In this paper, the results of the study on the current-diagram method and its application are described as follows;

(1) In order to discuss the construction of current diagram, the equation of the stator current with adjustable frequency was derived for applying the Current Diagram Method.

(2) The radius, the center of the current circle and current vector locus at any desired frequency could be easily determined with the aid of both above mentioned equation and the standard current diagram at reference frequency.

(3) This method could be applicable to the various types of Induction Motors, and this paper has dealt with its application to the capacitor, split-phase and 2-phase types of motors.

I 緒 論

交流電動機의 回轉速度는 普通 供給電源의 周波數에 의해 本質的으로 左右되고, 그 速度制御는 힘든 것으로 되어 있다. 現在使用하고 있는 交流動機에서는 可變速度驅動에 可變電壓 또는 附隨的인 機構를 使用하나 이러한 것은 滿足할만한 것은 못된다. 最近에 와서 Semiconductor 의 發達에 따라 이것을 使用한 速度制御問題는 刮目할만한 것이있다.

交流電動機中에서도 特히 構造가 簡單하고 廉價인 誘導電動機는 從來 單一速度, 定周波數, 定電壓 電源으로 구동되었으나 SCR 의 static inverter 裝置에 의해 比較的 容量이 큰 可變周波數電源을 低廉價로 쉽게 얻을 수 있으므로[1] 零에서 許容最大速度사이를 定格 torque 運轉이 可能하고 精密한 速度調節 또 正逆轉運轉을 Switch change 하지 않아도 할 수 있고, 從來의 定周波數電源使用時의 電動機特性을 根本的으로 變更시킨다. 그리고 靜止型周波數變更裝置에 의한 誘導電動機의 回轉數調整의 應用은 今後 점점 增大할것이라고 생각된다.

誘導電動機의 供給周波數를 可變하여 廣範圍한 速度가 요구되는 경우 各可變周波數에 대한 電動機의 特性計算算定은 大端히 복잡하고[2] 또한 圓線圖方法에서도 일일이 周波數가 다른 電源에 대한 拘束試驗 및 無負荷試驗이 困難하다. 本論文는 이러한 見地에서 한번 基準周波數時의 運轉特性을 表示한 圓線圖(從來의 圓線圖)만을 얻으면 이것에 의해 各可變周波數時의 圓線圖를 圖式으로 誘導하는 方法을 研究하고자 함. 그 方法과 順序는 다음과 같다.

*正會員 서울大學校工科大學 教授

(1) 誘導電動機의 固定子電流의 周波數에 따르는 値를 基準周波數의 電流와 比較하는 式을 세웠다. 이 過程에서 電動機回路의 電流 vector의 軌跡은 周波數可變에 의한 高次連續函數이므로 이것을 簡易化 하였다. 이 식에서 簡易化에 따르는 誤差는 分子 分母가 거의 같은 誤差를 가지므로 計算上의 精度는 높다. 또 여기서 얻어진 各電流의 係數는 簡單한 圖示가 可能하다.

(2) 基準周波數電流 vector를 軌跡으로 하는 圓線圖를 基準圓線圖로 하고 이 그림에서 各周波數의 圓線圖를 (1)에 의해 誘導하고 特性算定에 利用하도록 하였다

(3) 이러한 方法이 3相誘導電動機만이 않이라 單相誘導電動機를 正相分, 逆相分으로 解析하므로서 適用이 되고, capacitor 電動機 純單相誘導電動機 2相電動機가 그 重要한 例로 特性圖式算定하였다.

Ⅱ 可變周波數에서의 電流線圖의 理論

1. 基礎槪念

誘導電動機의 固定子에 可變周波數(adjustable frequency)電源을 供給하고, 定常運轉狀態의 電動機定數를 基準電壓, 基準周波數時의 定數와 比較하야 可變周波數時의 特性을 算定하는 것이고, 다음 假定을 두고 論한다,

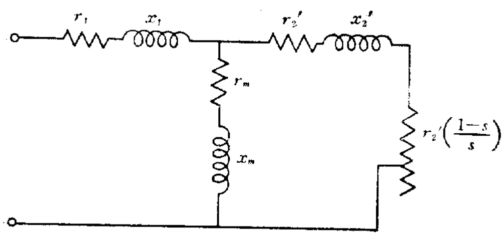
(1) 可變周波數電壓의 波形은 正弦波이다.

(2) 周波數에 比例하는 印加電壓을 供給한다.

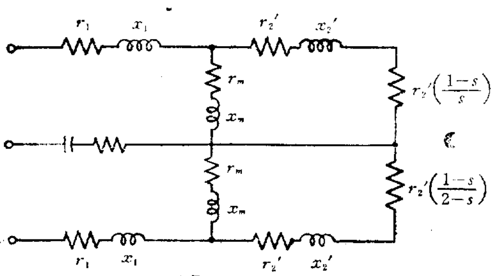
(3) 磁氣飽和의 現象이 없고, 可變周波數時의 漏洩 reactance은 周波數에 比例한다고 함.

1.1 誘導電動機의 等價回路

3相誘導電動機의 基準周波數時의 1相當의 等價回路 및 非對稱 2相誘導電動機의 等價回路의[3] 一部는 共通되



(A)



(B)

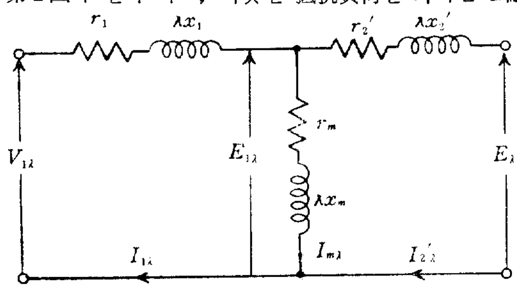
(a) 3相誘導電動機의 1相의 等價回路
Equivalent circuit per phase

(b) 2相電動機에 對한 一般等價回路
General equivalent circuit for 2 phase Induction Motor

第1圖 誘導電動機의 等價回路

고 一般的으로 第I圖와 같다.

이러한 回路에 基準周波數의 λ倍 즉 $f_\lambda=\lambda f_1$의 電源을 供給할時 共通된 回路의 定數, 電壓, 電流를 表示하면 第2圖와 같이 되고, 이것은 抵抗負荷를 가지는 4端



第2圖 基準周波數回路와 比較한 可變周波數時의 等價回路

Fig 2. Equivalent circuit of Induction Motor on adjustable frequency compared with standard frequency

子回路이고, 回路의 電壓, 電流는 回路係數 A, B, C, D로 表示된다.

第2圖의 端子에서 본 回路電流 즉 固定子電流 $I_{1\lambda}$, 電壓 $V_{1\lambda}$의 式을 이 係數로 表示하면

$$\left.\begin{aligned} I_{1\lambda}&=AE_\lambda'-BI_{2\lambda}' \\ V_{1\lambda}&=CE_\lambda'-DI_{2\lambda}' \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

$E_\lambda', I_{2\lambda}'$는 負荷端子誘起電壓, 回轉子電流의 固定子換算値이다. 여기서 係數는 다음과 같이 表示된다.

$$\left.\begin{aligned} A&=\frac{1}{Z_{m\lambda}} \\ B&=1+\frac{Z_{2\lambda}'}{Z_{m\lambda}} \\ C&=1+\frac{Z_{1\lambda}}{Z_{m\lambda}} \\ D&=Z_{1\lambda}+Z_{2\lambda}'+\frac{Z_{1\lambda}Z_{2\lambda}'}{Z_{m\lambda}} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

또 Impedance $Z_{1\lambda}$, $Z_{2\lambda}'$ $Z_{m\lambda}$는

$$\left.\begin{aligned} Z_{1\lambda}&=r_1+j\lambda x_1 \\ Z_{2\lambda}'&=r_2'+j\lambda x_2' \\ Z_{m\lambda}&=r_m+j\lambda x_m \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

이고 $\lambda=f_\lambda/f_1$이다. f_λ는 可變周波數, f_1는 基準周波數이다.

第(1), (2) 式에서

$$I_{1\lambda}=\frac{AE_\lambda'-BI_{2\lambda}'}{CE_\lambda'-DI_{2\lambda}'}V_{1\lambda} \tag{4}$$

回路의 負荷는 第1圖에 表示한 바와 같이 $\left(\frac{1-s}{s}\right)r_2'$,

$\left(\frac{s-1}{2-s}\right)r_2'$의 두가지 形의 抵抗負荷가 있을 수 있고 따라서

$$\left.\begin{aligned} -E_\lambda' &= \left(\frac{1-s}{s}\right)r_2' I_{2\lambda}' \\ \text{혹은 } -E_\lambda' &= \left(\frac{s-1}{2-s}\right)r_2' I_{2\lambda}' \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

이므로 (4) 式은

$$I_{1\lambda} = \frac{A_\lambda + sB_\lambda}{C_\lambda + sD_\lambda} \tag{6}$$

$$I_{1\lambda} = \frac{A_\lambda + (2-s)B_\lambda}{C_\lambda + (2-s)D_\lambda} \tag{7}$$

이고 여기서

$$\left.\begin{aligned} A_\lambda &= r_2' A \\ B_\lambda &= -r_2' A + B \\ C_\lambda &= r_2' C \\ D_\lambda &= -r_2' C + D \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

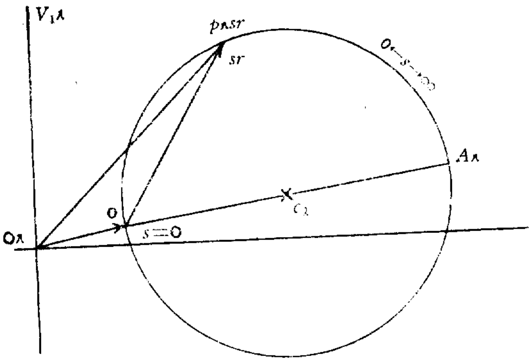
第 (6), (7)式은 電流軌跡를 表示하고 그 vector 軌跡은 圓周가 된다.

1.2 回路의 電流 vector 式

第 (6), (7)式은 一定可變周波數에서의 固定子電流 $I_{1\lambda}$의 geometric locus는 slip s의 値를 parameter로 하는 圓이된다. 第3圖의 電流圓線의 構成은 極座標方程式 혹은 等像角方程式[4]에 의한 여러가지 方法이있다.

이 電流軌跡圓에 있어서 無負荷點은 $s=0$이고 無負荷電流는 $\overrightarrow{O_\lambda 0} = (I_{1\lambda})_{s=0} = \frac{A_\lambda}{C_\lambda} V_{1\lambda}$ (9)

一般運轉時 즉 slip$=s_r$ 일때의 固定子電流는

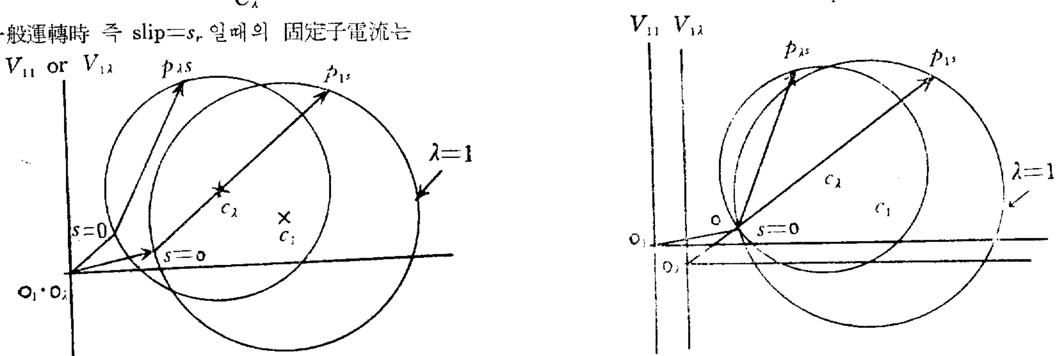


第3圖 電流軌跡圓

Fig 3. Circular locus of current vector with frequency λf_1

第3圖와 같은 可變周波數의 電流圓線圖를 한 座標上에 同一電流 scale로 重疊시켜 表示하면 第(4)—a 圖와 같다. 이 각각의 圓周上에 그때의 無負荷電流點($s=0$)이 存在하고, 同一 slip點 $P_{1S}, P_{\lambda S}$가 있다. 지금 이 圓들의 slip零되는 點을 平行移動시켜서 한點 0에 一致시킨 것을 (b)圖와 같이 表示하면 이때에는 同一 scale의 座標軸 O_1, O_λ가 各各의 圓에 대해 成立된다. 즉이 그림은 $s=0$에서 無負荷電流 및 回轉子電流를 分離한 것이다. $\lambda=1$인 경우에는 이러한 값은

$$\overrightarrow{O_1 O} = (I_{11})_{S=0} = \frac{A_1}{C_1} V_{11} \tag{12}$$



(a) 同一座標上의 軌跡圓

(a) Locus diagram on same coordinate system

(b) $s=0$에 一致시킨 軌跡圓

(b) Locus diagram for origin at $s=0$

第4圖 各周波數에 대한 電流圓線圖

Fig. 4. The current circle diagram for each frequency.

$$\overrightarrow{O_\lambda P_{\lambda S_r}} = (I_{1\lambda})_{S=S_r} = \frac{A_\lambda + {}_{S_r}B_\lambda}{C_\lambda + {}_{S_r}D_\lambda} \tag{10}$$

이고 第(10)式에서 無負荷電流와 負荷電流를 分離하면 다음과 같다. λ倍周波數時의 固定子換算回轉子電流 $(I_{2\lambda}')_{S=S_r}$는

$$\overrightarrow{OP_{\lambda S_r}} = \overrightarrow{O_\lambda P_{\lambda S_r}} - \overrightarrow{O_\lambda O} = (I_{2\lambda}')_{S=S_r}$$

$$= \frac{s_r(B_\lambda C_\lambda - A_\lambda D_\lambda)}{C_\lambda(C_\lambda + {}_{S_r}D_\lambda)} V_{1\lambda} \tag{11}$$

$$\overrightarrow{O_1 P_1} = (I_{21}')_{S_r} = \frac{s_r(B_1 C_1 - A_1 D_1)}{C_1(C_1 + {}_{S_r}D_1)} \tag{13}$$

이 式과 (9), (10)式과의 比率은

$$\left(\frac{I_{1\lambda}}{I_{11}}\right)_{S=0} = \frac{A_\lambda C_1}{A_1 C_\lambda} \frac{V_{1\lambda}}{V_{11}} \tag{14}$$

$$\left(\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right)_{S=S_r} = \frac{C_1(C_1 + S_r D_1)}{C_\lambda(C_\lambda + S_r D_\lambda)} \frac{V_{1\lambda}}{V_{11}} \tag{15}$$

여기서

$$B_1 C_1 - A_1 D_1 = \cdots\cdots = B_\lambda C_\lambda - A_\lambda D_\lambda = r_2' \tag{16}$$

따라서 第(14), (15)式에서

$$(I_{1\lambda})_{Sr}=(I_{1\lambda})_{S=0}+(I_{2\lambda}')_{S=Sr}$$
$$=\frac{A_\lambda C_1}{A_1C_\lambda}\cdot\frac{V_{1\lambda}}{V_{11}}(I_{11})_{S=0}$$
$$+\frac{C_1(C_1+s_rD_1)}{C_\lambda(C_\lambda+s_rD_\lambda)}\cdot\frac{V_{1\lambda}}{V_{11}}(I_{21}')_{Sr} \tag{17}$$

第(17)式에서 表示한 바와같이 $\lambda=1$의 경우의 圓線圖의 모든 要素를 基準値로 하면 즉 $(I_{11})_{S=0}$, $(I_{21}')_{Sr}$를 各基準 vector로 하면 第4圖 (a)의 $\overrightarrow{OO_\lambda}$는 上式의 第一項이 되고 $\overrightarrow{OP_{\lambda S}}$는 第2項이 된다. 可變周波數에 따라 $\overrightarrow{OO_\lambda}$, $\overrightarrow{OP_{\lambda S}}$ 値의 變化는 $(I_{11})_{S=0}$, $(I_{21}')_{Sr}$의 係數의 變化에 따른다.

이와 같이 $\lambda=1$의 旣構成된 電流線圖를 基準線圖로 하고 可變周波數의 電流圓線圖를 求하므로서 이때의 誘導電動機의 特性을 算定할 수 있다. 이것이 本論文의 基礎槪念이 된다.

2. 可變周波數에 適用될 電流係數 및 圖式算定

可變周波數에 따르는 誘導電動機回路의 合成 impedance의 vector 軌跡는 高次函數이고, 非線形이 되므로 係數의 最小限度의 誤差를 許容하는 範圍內에서 線形으로 簡易한 電流比係數를 誘導하고 이것을 圖式的方法에서 求하고자 함.

2.1 電流比

定格周波數時와 λ倍周波數時의 같은 slip일때의 電流比는 다음과 같다. 즉 第(14)式에서

$$\left(\frac{I_{1\lambda}}{I_{11}}\right)_{s=o}=\frac{A_\lambda C_1}{C_\lambda A_1}\cdot\frac{V_{1\lambda}}{V_{11}}$$
$$=\frac{Z_{11}+Z_{m1}}{Z_{1\lambda}+Z_{m\lambda}}\lambda=\frac{(r_1+r_m)+j(x_1+x_m)}{\frac{(r_1+r_m)}{\lambda}+j(x_1+x_m)} \tag{18}$$

第(15)式에서

$$\left(\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right)_s=\frac{C_1^2\left(1+s\frac{D_1}{C_1}\right)}{C_\lambda^2\left(1+s\frac{D_\lambda}{C_\lambda}\right)}\cdot\frac{V_{1\lambda}}{V_{11}}$$
$$=\left[\frac{(Z_{11}+Z_{m1})/Z_{m1}}{(Z_{1\lambda}+Z_{m\lambda})/Z_{m\lambda}}\right]^2\times$$
$$\left[\frac{\left(\frac{1-s}{s}\right)r_2'+Z_{11}Z_{m1}/(Z_{11}+Z_{m1})+Z_{21}'}{\left(\frac{1-s}{s}\right)r_2'+Z_{1\lambda}Z_{m\lambda}/(Z_{1\lambda}+Z_{m\lambda}')+Z_2'{}_\lambda}\right]\lambda \tag{19}$$

여기서 $V_{1\lambda}/V_{11}=\lambda$로 定한다.

一般的으로 誘導電動機에서는

$$\frac{Z_{11}Z_{m1}}{Z_{11}+Z_{m1}}\doteqdot Z_{11},\ \cdots\ \frac{Z_{1\lambda}Z_{m\lambda}}{Z_{1\lambda}+Z_m\lambda}\doteqdot Z_{1\lambda} \tag{20}$$

이므로

$$\left(\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right)_s=\left[\frac{(Z_{11}+Z_{m1})/Z_{m1}}{(Z_{1\lambda}+Z_{m\lambda})/Z_{m\lambda}}\right]^2\times$$
$$\left[\frac{\left(\frac{1-s}{s}\right)r_2'+Z_{11}+Z_{21}'}{\left(\frac{1-s}{s\,r}\right)_2'+Z_{1\lambda}+Z_{2\lambda}'}\right]\lambda \tag{21}$$

위의 식에서 圓의 直徑이 되는 電流比는 $s=-r_2'/r_1$의 경우이고 이때는

$$\left(\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}}\right)_{s=-\frac{r_2'}{r_1}}=\left[\frac{(Z_{11}+Z_{m1})/Z_{m1}}{(Z_{1\lambda}+Z_{m\lambda})/Z_{m\lambda}}\right]^2 \tag{22}$$

따라서 (21)式은

$$\left(\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right)_s=\left[\frac{\left(\frac{1-s}{s}\right)r_2'+Z_{11}+Z_{21}'}{\left(\frac{1-s}{s}\right)r_2'+Z_{1\lambda}+Z_{2\lambda}'}\right]\lambda\cdot\left(\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right)_{s=-\frac{r_2'}{r_1}}$$
$$=\frac{r_1+\frac{r_2'}{s}+j(x_1+x_2')}{\left(r_1+\frac{r_2'}{s}\right)\frac{1}{\lambda}+j(x_1+x_2')}\left(\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right)_{s=-\frac{r_2'}{r_1}} \tag{23}$$

周波數 λ倍의 固定子電流는 第(18)式과 (23)式에서

$$(I_{1\lambda})_s=(I_{1\lambda})_{s=o}+(I_{2\lambda}')_s$$
$$=\left\{\frac{r_1+r_m+j(x_1+x_2)}{\frac{r_1+r_m}{\lambda}+j(x_1+x_2')}\right\}(I_{11})_{s=0}$$
$$+\left[\frac{r_1+\frac{r_2'}{s}+j(x_1+x_2')}{\left(r_1+\frac{r_2'}{s}\right)\frac{1}{\lambda}+j(x_1+x_2')}\left(\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right)_{s=-\frac{r_2'}{r_1}}\right]\times$$
$$(I_{21}')_s \tag{24}$$

(24)式은 基準周波數時의 電流圓線圖의 $(I_{11})_{s=o}$, $(I_{21}')_s$를 基準 vector로 하는 係數의 vector locus의 合을 求하면 λ倍周波數時電流 $(I_{1\lambda})_s$가 求해진다. 이와 같이 簡易化한 係數는 다음과 같은 作圖에 의해 그 軌跡을 推定할 수 있다.

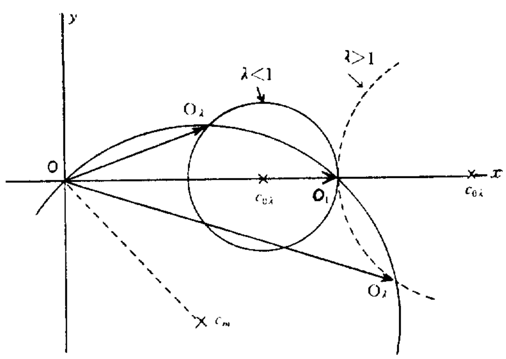
2.2 電流比 vector의 圖示

(1) $\left(\frac{I_{1\lambda}}{I_{11}}\right)_{s=o}$의 軌跡

第5圖와 같이 $(I_{11})_{s=o}=\overrightarrow{OO_1}$의 vector를 基準 vector로 하는 x-y의 直角座標를 定한다.

$$\text{中心}\quad C_m\left[\frac{\overline{OO_1}}{2},\ -j\frac{r_1+r_m}{2(x_1+x_m)}\overline{OO_1}\right]$$
$$\text{半徑}\quad \frac{OO_1}{2}\left[1+\left(\frac{r_1+r_m}{x_1+x_m}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

로 하는 圓 C_m를 그린다.



第5圖 $(I_{1\lambda})_{s=0}$ vector 算定의 作圖

Fig. 5. Construction to calculation of $(I_{1\lambda})_{s=0}$

다음 x 軸上에

$$\text{中心 } C_{0\lambda}\left[\frac{(1+\lambda)\overline{OO}_1}{2},\ 0\right]$$

$$\text{半徑 } \overline{O_1C}_{0\lambda}\left(\frac{(1\sim\lambda)\overline{OO}_1}{2}\right)$$

로 하는圓 $C_{0\lambda}$ 를 그리고 圓 C_m 의 交點을 O_λ 라 하면

$$\frac{\overrightarrow{OO}_\lambda}{OO_1}=\left(\frac{I_{1\lambda}}{I_{11}}\right)_{s=0}=\frac{r_1+r_m+j(x_1+x_m)}{\dfrac{r_1+r_m}{\lambda}+j(x_1+x_m)}$$

를 表示한다. 實圓은 $\lambda<1$ 인 경우이고 點線圓은 $\lambda>1$ 인 경우이다. (24)式의 第2項의 係數도 이와같은 形이므로 이 圖式方法으로 求할 수 있다.

(2) $\left(\dfrac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right)_{s=-\frac{r_2'}{r_1}}$ 의 軌跡

第(22)式에서

$$\left(\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right)_{s=-\frac{r_2'}{r_1}}=\left[\frac{Z_{11}+Z_{m1}}{Z_{m1}}\cdot\frac{Z_{m\lambda}}{Z_{1\lambda}+Z_{m\lambda}}\right]^2$$

$$=\left\{1+\frac{r_1+jx_1}{r_m+jx_m}\right\}^2\left\{1-\frac{r_1+j\lambda x_1}{r_1+r_m+j\lambda(x_1+x_m)}\right\}^2 \tag{25}$$

一般的으로 誘導電動機回路에서는 $r_1+jx_1\ll r_m+jx_m$ 이고

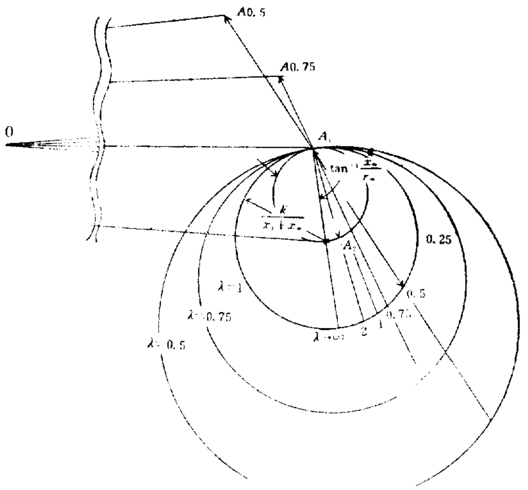
$$\left.\begin{aligned}\frac{r_1+jx_1}{r_m+jx_m}&\equiv a\ll1\\ \frac{r_1+j\lambda x_1}{r_1+r_m+\lambda(x_1+x_m)}&\equiv b\ll1\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

이므로

$$\left(\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right)_{s=-\frac{r_2'}{r_1}}=1+2\{(a-b)-ab\}+\{(a-b)-ab\}^2$$

$$\fallingdotseq1+2\{(a-b)-ab\}$$

$$=1+\frac{2k}{\dfrac{(r_1+r_m)}{\lambda}+j(x_1+x_m)}$$



第6圖 $(I_{2\lambda}'/I_{21})_{s=-r_2'/r_1}$ 의 作圖

Fig. 6. Construction of $(I_{1\lambda}'/I_{21}')s=-r_2'/r_1$

$$-\frac{2k/\lambda}{\dfrac{(r_1+r_m)}{\lambda}+j(x_1+x_m)} \tag{27}$$

여기서

$$k=\frac{r_1x_m-r_mx_1}{r_m+jx_m}=\frac{r_1x_m-r_mx_1}{\sqrt{r_m^2+x_m^2}}\angle\tan^{-1}\frac{x_m}{r_m} \tag{28}$$

(27)式을 圖式方法으로 表示하면 第6圖와 같고 먼저 基準 vector OA_1 에 대해 A_1 點에서 $\angle\tan^{-1}(x_m/r_m)=\theta$ 直線上에 半徑 $k/j(x_1+x_m)$의 圓을 그리고 그 周圍上에 λ 值를 記入하고 다음 이 直徑上에 $(k/\lambda)/j(x_1+x_m)$의 圓을 그리고 λ時의 vector를 (27)式에 의해 合成하면 結果的으로 A_1A_λ 의 vector가 그림과 같이 求해진다 따라서 圓線圖의 直徑 OA_λ 가 求해진다.

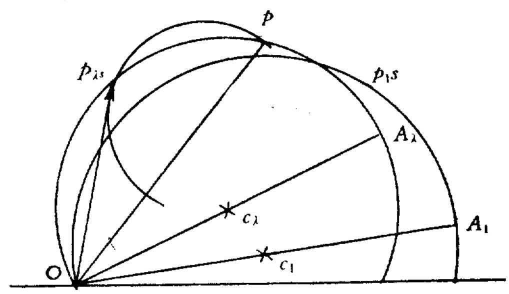
(3) $\left\{\dfrac{r_1+\dfrac{r_2'}{s}+j(x_1+x_m)}{\left(r_1+\dfrac{r_2'}{s}\right)\dfrac{1}{\lambda}+j(x_1+x_m)}\right\}\left(\dfrac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right)_{s=-\frac{r_2'}{r_1}}$ 의 圖示

第6圖의 vector locus를 直徑으로 하는 圓을 第(7)圖에 C_λ 로 構成시키고 C_λ 圓周上에 基準周波數의 slip와 같은 點을 求해 보자.

第(7)圖에서

$$\frac{OP}{OP_{1S}}=\frac{\overrightarrow{OA}_\lambda}{\overrightarrow{OA}_1}=\left(\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right)_{s=-\frac{r_2'}{r_1}}$$

으로 하면 $\overrightarrow{OP}$ 는 C_λ 圓周上에 노이고, $OA_1=1$ 이니까



第7圖 $(I_{2\lambda}')_s$ 의 係數作圖

Fig. 7. Construction to make the Coefficient of $(I_{2\lambda}')_s$

$$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}_\lambda\frac{OP_{1S}}{OA_1}$$

$$=\overrightarrow{OA}_\lambda\frac{1}{r_1+\dfrac{r_2'}{s}+j(x_1+x_2')}$$

λ 倍周波數時의 s 에 해당되는 點의 vector $OP_{\lambda S}$ 는

$$\overrightarrow{OP}_{\lambda S}=\overrightarrow{OA}_\lambda\times\frac{1}{\left(r_1+\dfrac{r_2'}{s}\right)\dfrac{1}{\lambda}+j(x_1+x_2')}$$

$$\frac{OP_{\lambda S}}{OP}=\frac{r_1+\dfrac{r_2'}{s}+j(x_1+x_2')}{\left(r_1+\dfrac{r_2'}{s}\right)+j(x_1+x_2')}$$

이고, 이식의 右邊는 作圖 (1)에서와 같은 方法으로 $P_{\lambda S}$ 點을 決定할 수 있다. 結果的으로

$$\frac{OP_{\lambda S}}{OP_{1S}}=\frac{OP_{\lambda S}}{OP}\cdot\frac{OP}{OP_{1S}}$$

$$=\frac{r_1+\frac{r_2'}{s}+j(x_1+x_2')}{\left(r_1+\frac{r_2'}{s}\right)\frac{1}{\lambda}+j(x_1+x_2')}\left(\frac{I_{2\lambda}'}{I_{21}'}\right)_{s=-\frac{r_2'}{r_1}}$$

이된다.

3. 電流圓線構成과 計算誤差

3.1 圓線圖構成

本方法은 第8圖의 旣構成된 基準周波數의 電流圓線圖에서 可變周波數圓線圖를 作圖方法에 의해 簡單히 求할 수 있다.

(1) OA_1 에서 2.2-(3)의 作圖方法에서 OA_λ 를 定한다.

(2) OA_λ 를 直徑으로 하는 圓은 周波數 λ倍의 電流圓線圖이다.

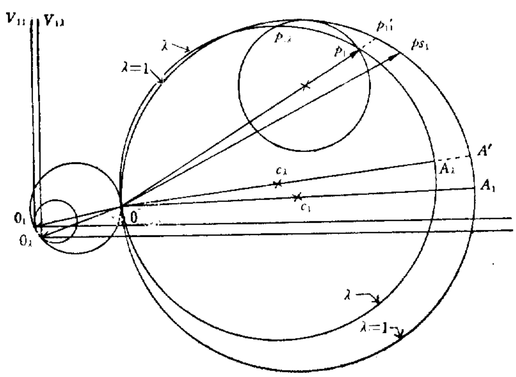
(3) OA_1 圓周上의 任意의 slip P_{s1} 의 點은 그림에서 $A'A_s=P_{S1}'P_{11}'$ 이고 OP_{11}' 와 OA_s 圓과의 交點을 P_1 이라 한다.

(4) OP_{1S} 上에 中心 $\frac{OP_1}{2}(1-\lambda)$, 半徑 $\frac{OP}{2}(1+\lambda)$ 의 圓과 OA_s 圓과의 交點을 $P_{S\lambda}$ 라고 하면 周波數 λ일 때의 slip s點을 表示한다.

(5), (4)의 方法에 依해 基準周波數時의 圓線圖上의 $s=1$, $s=\infty$ 의 點도 λ倍周波數일때의 圓線圖上에 옮길 수 있다.

(6) 이러한 點에 依해 從來의 圓線圖方法과 같이 λ倍일 때의 各各의 slip(slip line에 依해) Torque, 回轉子電流를 求할 수 있다.

(7) $\overrightarrow{OO}$, 은 $-(I_{11})_{S=0}$이고, 이것을 1로할때 $\frac{1}{2}$, $-j(r_1+r_m)/2(x_1+x_m)$을 中心으로 하고 $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{r_1+r_m}{2(x_1+x_m)}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$를 半徑으로 하는 圓周上에 있다. λ點은 2.2—(1)에서와 같이 하면 O_λ가 求해진다. O_λ에서 $V_{1\lambda}$座標가 構成된다.



第8圖 本方法에 의해 圓線圖를 求하는 作圖

Fig. 8. Drawing to determine the circle diagram for the principle of this method

第(7) (8)圖에 依해 力率, 固定子電流, 入力 等이 計算된다.

3・2 計算上의 誤差導入

基準周波數時圓線圖의 作成에서 誤差가 없다고 하면 本方法에 있어서는 回轉子電流의 計算에서 第(21)式의 左側 第2項의 $(I_{21}')_s$의 係數를 簡略化하는데서 誤差가 導入된다. 이것에 의한 誤差範圍를 考察하여 보자.

slip s下에서의 回轉子電流 係數의 簡略化한 式은 第(23)式에 依해

$$\left|\frac{\left(\frac{1-s}{s}\right)r_2'+Z_{21}'+Z_{11}}{\left(\frac{1-s}{s}\right)r_2'+Z_{1\lambda}'+Z_{1\lambda}}\left(\frac{I_2'{}_\lambda}{I_2'}\right)_{s=-\frac{r_2'}{r_1}}\right| =\frac{(g_\lambda)_E}{(g_1)_E}\{1+2(a-b-ab)\} \qquad (29)$$

로 表示하고$(g_\lambda)_E$, $(g_1)_E$ 는 各周波數에서의 簡略化한 回路의 admittance 이다.

第(19)式은 回路의 眞値인 係數가 되고, 이것을 위의 式과 對照하면

$$\left|\frac{\left(\frac{1-s}{s}\right)r_2'+Z_{11}Z_{m1}/(Z_{11}+Z_{m1})+Z_{21}'}{\left(\frac{1-s}{s}\right)r_2'+Z_{1\lambda}Z_{m\lambda}/(Z_{1\lambda}+Z_{m\lambda})+Z_{2\lambda}'}\right|\times$$

$$\left(\frac{Z_{11}+Z_{m1}/Z_{\lambda1}}{Z_{1\lambda}+Z_{m\lambda}/Z_{m\lambda}}\right)^2=\frac{(g_\lambda)_T}{(g_1)_T}(1+a)^2(1-b)^2 \qquad (30)$$

이 되며 $(g_\lambda)_T$ 는 λ倍周波數일때의 回路의 眞値의 admittance 이다. 이러한 係數의 誤差는 2 部分으로 區分되고

$$(1+\varepsilon_{g\lambda})(1+\varepsilon_i)=1+\varepsilon_g+\varepsilon_i+\varepsilon_g\varepsilon_i\fallingdotseq 1+\varepsilon_g+\varepsilon_i$$

$\varepsilon_{g\lambda}$ 는 g_λ/g_1 의 誤差이고 $(I_{2\lambda}'/I_{21}')_{s=-\frac{r_2'}{r_1}}$ 의 誤差는 ε_i 가 된다.

$$\varepsilon_{g\lambda}=\frac{(g_\lambda)_E/(g_1)_E}{(g_\lambda)_T/(g_1)_T}-1$$

$$=\frac{\{(g_\lambda)_E/(g_\lambda)_{\lambda-1}\}-\{(g_1)_E/(g_1)_{T-1}\}}{(g_1)_E/(g_1)_T}$$

$$=\frac{\varepsilon_\lambda-\varepsilon_1}{1+\varepsilon_1} \qquad (31)$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_\lambda$ 는 基準周波數 혹은 λ倍周波數일 때의 單獨回路(比率이 아님)의 admittance 의 誤差를 意味한다. 즉

$$\varepsilon_\lambda=\left[\frac{(g_\lambda)_E}{(g_\lambda)_T}-1\right]$$

$$=\frac{1}{\left(1+\frac{Z_{m\lambda}}{Z_{1\lambda}}\right)\left\{+\frac{\left(\frac{1-s}{s}\right)r_2'}{Z_{1\lambda}}+\frac{Z_{2\lambda}'}{Z_{1\lambda}}\right\}} \qquad (32)$$

이 된다. 또 ε_i 를 回路定數로 表示하면

$$\uparrow=\frac{-(a-b-ab)}{(1+a)^2(1-b)^2}=-\left[1-\frac{1}{(1+a)(1-b)}\right]^2$$

$$=\left[1-\frac{1}{\left(1+\frac{Z_{11}}{Z_{m1}}\right)\left(1-\frac{Z_{1\lambda}}{Z_{1\lambda}+Z_{m\lambda}}\right)}\right]^2 \qquad (33)$$

다음과 같은 定數를 가진 3hp, 3phase, 60c/s, 4pole 의 誘導電動機[5]에 對한 誤差範圍를 생각하여 보자.

$$Z_{1\lambda}=2.69+j\lambda 4.36 \quad (\Omega)$$

$$Z_{2\lambda}=2.14+j\lambda 4.50 \quad (\Omega)$$

$$Z_{m\lambda}=3.66+j\lambda 103 \quad (\Omega)$$

를 第(33)式에 代入하면

$$\varepsilon_i\ (\lambda=1.5)=-0.58\times 10^{-5}$$

$$\varepsilon_i\ (\lambda=1.0)=-0.45\times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_i\ (\lambda=0.5)=-0.38\times 10^{-3}$$

로서 ε_i 는 特性算定에서 省略하여도 無妨하다. 다음 $\varepsilon_{g\lambda}$ 에 對한 數値計算에서 第(1)表와 第(9)圖를 表示하였는

Error	λ	$s=1$	$s=0.7$	$s=0.4$	$s=0.2$	$s=0.1$	$s=0.05$	$s=0.02$
$\varepsilon_{0\cdot5}$	0.5	$0.0336\angle-47.8$	$0.0306\angle-43.0$	$0.0241\angle-34.1$	$0.0158\angle-23.6$	$0.0091\angle-15.7$	$0.00486\angle-10.9$	$0.00202\angle-7.6$
$\varepsilon_{1\cdot0}$	1.0	$0.0242\angle-34.6$	$0.0232\angle-30.2$	$0.0203\angle-21.0$	$0.0152\angle-6.7$	$0.0096\angle 6.4$	$0.00528\angle 15.8$	$0.00222\angle 22.6$
$\varepsilon_{1\cdot5}$	1.5	$0.0220\angle-24.8$	$0.0215\angle-21.4$	$0.0200\angle-13.0$	$0.0165\angle 1.0$	$0.0113\angle 16.9$	$0.00656\angle 29.5$	$0.00282\angle 38.8$

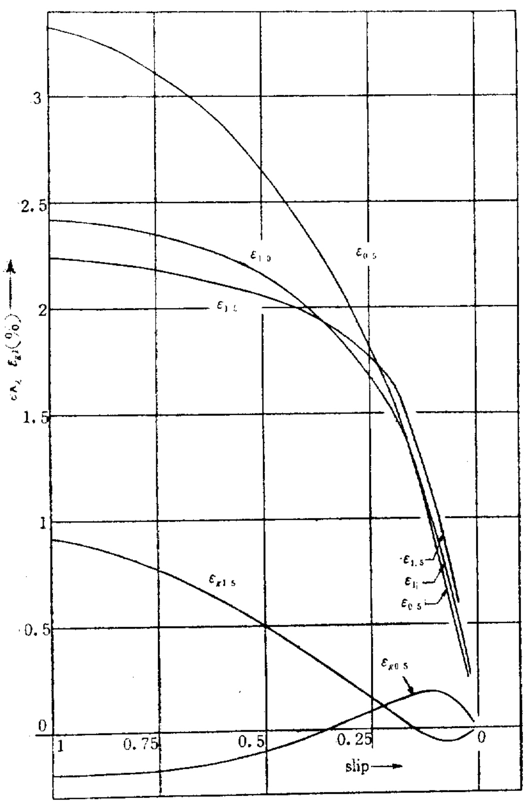
(a) $\varepsilon_\lambda=\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{Z_{m\lambda}}{Z_{1\lambda}}\right)\left\{1+\dfrac{\left(\dfrac{1-s}{s}\right)r_2'}{Z_{1\lambda}}+\dfrac{Z_{2\lambda}'}{Z_{1\lambda}}\right\}}$ 의 數値計算

Error	$1/\lambda$	$s=1$	$s=0.7$	$s=0.4$	$s=0.2$	$s=0.1$	$s=0.05$	$s=0.02$
ε_g	1/0.5	0.00918	0.00723	0.00372	0.00373	0.00043	−0.00040	−0.00019
	1/1.5	−0.00195	−0.00166	−0.00029	0.00127	0.00173	0.00125	0.00060

(b) $\varepsilon_{g\lambda}=\dfrac{\varepsilon_\lambda-\varepsilon_1}{1+\varepsilon_1}$ 의 數値計算表

第1表 作圖計算에 의한 誤差

Table 1. The error from the calculation for current



第9圖 圖示算定에 導入되는 誤差

Fig. 9. The error from the calculation for current diagram method.

普通誘導電動機에서 slip 0.1 이하의 load 를 사용하므로 可變周波數時의 特性은 本方法에서는 1%以下의 誤差를 받게 되고 本方法이 比較式을 利用하였기 때문에 單獨回路에서 省略誤差(ε_λ)보다 훨신 적어진다는 것이, 이 方法의 優秀點의 하나라고 볼수있다.

4. 3相誘導電動機의 圖式算定과 實驗結果

4.1 特性算定의 圖示.

서울工大 電氣機器實驗室의 6極 60c/s, 220V, 3HP, Ess 2202 G.E. Co. 製作 3相誘導電動機로 本方法에 必要한 基準周波數(60c/s)에 대한 拘束電流 vector와 無負荷電流 vector 및 抵抗測定에서 數値計算結果 다음과 같이 作圖한다.

無負荷試驗 : $V_{11}=220(V)$ $(I_{11})_{s=0}=3.71(A)$ $P_{m1}=160(W)$

拘束試驗 : $Vs_1'=46(V)$ $Is_1'=8.3(A)$ $P_{s1}'=280(W)$

抵抗測定値 : $r_1=0.815$ (at 20°C)

計算結果

$(I_{11})_{s=0}=0.42-j3.48(A)$

$(I_{11})_{s=1}=16.8-j36.0\ (A)$

$r_1=0.975(\Omega)$ (75°C 換算)

$r_2'=0.375(\Omega)$ (〃)

$x_1\doteqdot x_2'=1.73(\Omega)$

$r_m=3.365(\Omega)$

$x_m=38.27(\Omega)$

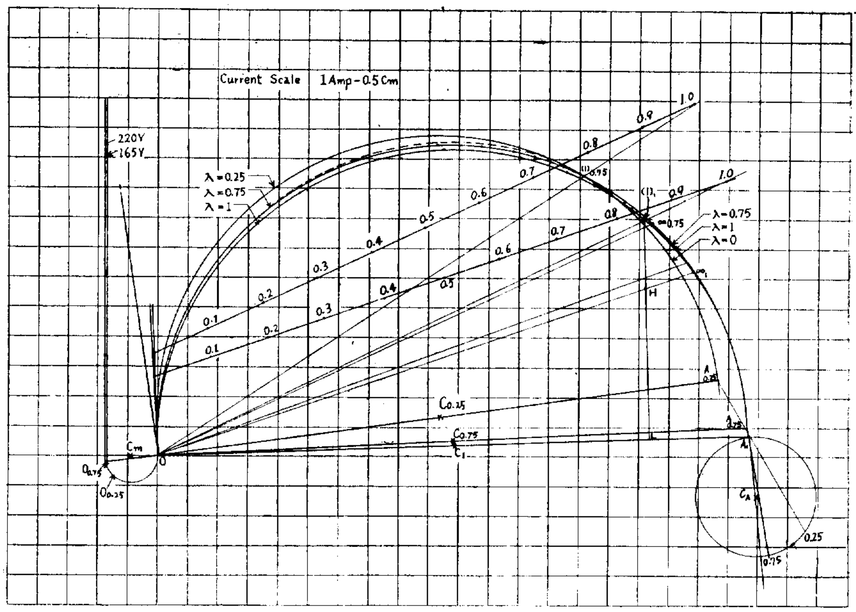
$\theta=2°20''$

$P_{11}H=4.7(A)$

$k=0.8\angle-87°$

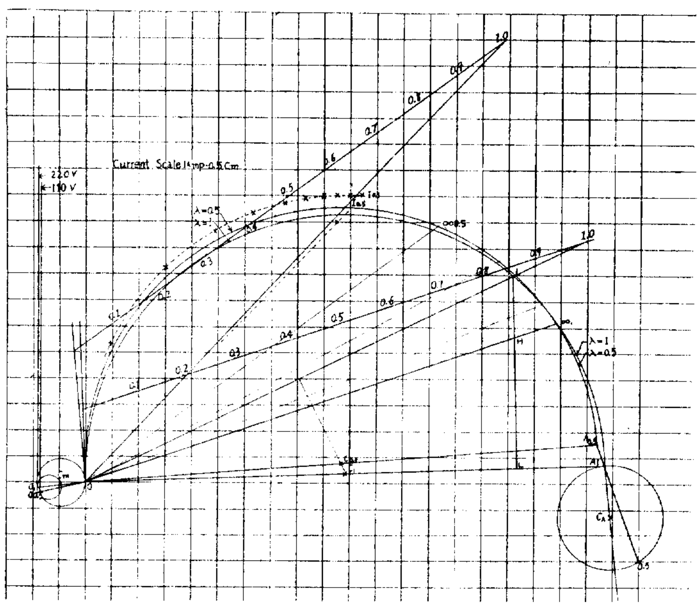
$k/x_1+x_m=0.02$

無負荷電流의 軌跡圓은 $(I_{11})_{s=0}=1$ 基準 vector 로 하고 $0.5-j0.054$ 를 中心으로하고 $(I_{11})_{s=0}$ 의 頂點을 通過하는 圓이된다. 또 基準의 直徑移動은 이것을 基準 vector 1 로 할때 $\angle-87°$ 線上에 0.02 의 點을 中心으로 하면 된다. 第(10), (11)圖에서는 이 部分을 4 倍로 擴大하여 사용하고, 다시 1/4 로 縮小한 値로 다른 周波數의 경우에 利用하였다.



第 10 圖 周波數 45c/s, 15c/s 일 때의 特性算定 圓線圖

Fig. 10. Circle diagram to calculate the characteristics when frequency is 45c/s, 15c/s.



第 11 圖 周波數 30c/s 일 때의 特性算定 圓線圖

Fig. 11. Circle diagram to calculate the characteristics when frequency is 30c/s.

第(10) (11)圖 는基準圓에서 周波數 30c/s 즉 $\lambda=0.5$ 일 때를 $(s=1)_{\lambda=1}$, $(s=\infty)_{\lambda=1}$ 點을 λ 倍周波數線圖上에 옮긴 후 普通圓線圖法과 같이 slip line 에 의해 slip 點을 決定하였다.

4.2 特性計算値의 比較

本方法의 妥當性을 立證하기 위해 上記의 電動機에 對해 30c/s, 45c/s 의 周波數에 대해 各各 無負荷試驗 및 拘束試驗에 의한 (T 回路圓線圖法) 값에서 얻어진 特性値와 比較하였다.

第2表는 無負荷 및 拘束試驗値이고 이 測定結果를 사용한 電流値의 比較를 第3表에 表示하였다.

項目 / 周波數	無負荷試驗			拘束試驗		
	$V_{1\lambda}(V)$	$(I_{1\lambda})_{s=0}$ (A)	P_0 (W)	$V_{s\lambda}'$ (A)	I_s' (A)	P_s' (W)
60	220	3.71	160	46.0	8.3	280
45	165	3.70	110	37.2	8.3	274
30	110	3.72	80	27.3	8.3	270

第2表 可變周波數에서의 無負荷 및 拘束試驗

Table 2. No-load and locked test at adjustable frequency

		30c/s	45c/s	60c/s
$(I_{11})_{s=0}$	圖示	$0.6-j3.50$	$0.42-j3.46$	$0.42-j3.48$
	測定	$0.42-j3.77$	$0.39-j3.71$	$0.42-j3.48$
$\lvert I_{11}\rvert_{s=0}$	圖示	3.6	3.7	3.71
	測定	3.8	3.75	3.71
$(I_{11})_{s=1}$	圖示	$22.0-j23.2$	$18.4-j32.0$	$16.8-j36.0$
	測定	$22.8-j24.6$	$18.9-j31.0$	$16.8-j36.0$
$\lvert I_{11}\rvert_{s=1}$	圖示	32.0	36.8	39.7
	測定	33.6	36.5	39.7

第3表 算定電流値의 比較

Table 3. Comparison of current calculated from each methods

第 (3)表의 値에서 本方法으로 圖示한 電流値는 近似하게 마저드러간다는 것을 立證한다. 表에서 아는 바와 같이 無負荷電流値測定은 不安全하고 測定誤差는 周波數를 可變했을 때의 無負荷點의 slip 가 각각 의경우에 달라지기 때문이다.

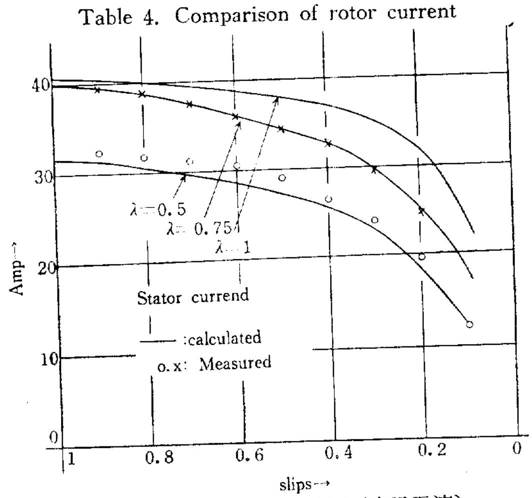
電動機特性은 入力側에서는 固定子電流, 出力側에서는 Torque-speed 가 重要하므로 第(10) (11)圖에서 이 두 特性을 第(12) (13)圖와 第(4) (5)表에 表示하고 測定에 의한 値와 比較하였다.

slip	$I_{1\lambda}(\lambda=0.5)$ (Amp)	$I_{0\cdot75}$(Amp)	I_1(Amp)
0	—	—	—
0.1	11.6 (12.6)	17.0 (17.0)	24.0 (24.0)
0.2	18.6 (19.8)	26.4 (26.5)	32.0 (32.0)
0.3	21.8 (24.2)	30.8 (30.9)	35.4 (35.4)
0.4	25.6 (26.8)	33.6 (33.6)	37.4 (37.4)
0.5	27.4 (29.0)	34.8 (34.9)	38.6 (38.6)
0.6	28.6 (30.4)	35.8 (36)	39.0 (39.0)
0.7	29.8 (31.2)	36.6 (36.2)	39.4 (39.4)
0.8	30.4 (31.6)	39.0 (39.2)	40.0 (40.0)
0.9	31.0 (32.3)	39.6 (40.0)	40.5 (40.5)
1.0	31.8 (33.6)	39.8 (40.1)	41.0 (41.0)

註 ( )는 測定値

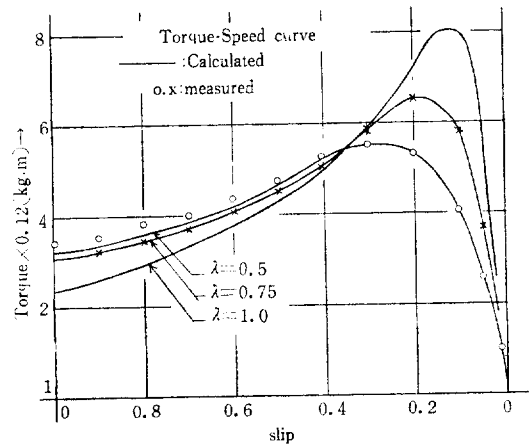
第4表 回轉子電流의 比較

Table 4. Comparison of rotor current



第12圖 算定特性의 比較(固定子電流)

Fig. 12. Comparison of stator current values calculated from each methods



第13圖 算定特性의 比較(速度 torque 特性)

Fig. 13. Comparison of speed-torque characteristics calculated from each methods

slip	$T_\lambda(\lambda=0.5)$	$T_\lambda(\lambda=0.75)$	$T_\lambda(\lambda=1)$
	×0.12 (kg · m)	×0.12 (kg · m)	×0.12 (kg · m)
0.1	4.1 (4.1)	5.8 (5.8)	7.4 (7.4)
0.2	5.3 (5.3)	6.8 (6.8)	7.0 (7.0)
0.3	5.5 (5.5)	6.1(6.15)	5.8 (5.8)
0.4	5.43 (5.4)	5.3(5.32)	4.9 (4.9)
0.5	4.7 (4.75)	4.7 (4.8)	4.2 (4.2)
0.6	4.3 (4.4)	4.1 (4.12)	3.5 (3.5)
0.7	3.7 (4.0)	3.6 (3.65)	2.8 (2.8)
0.8	3.6 (3.86)	3.4 (3.5)	2.7 (2.7)
0.9	3.35(3.63)	3.0 (3.1)	2.6 (2.6)
1.0	3.3 (3.4)	2.7 (2.7)	2.4 (2.4)

註 ( )는 測定値

第 5 表 Torque 의 比較

Table 5. Comparison of torque calculated from each methods

이러한 結果에서 誘導電動機의 電動力應用上 第 1 重要한 動特性인 速度 torque 特性에 대해 簡易하게 求할 수 있다.

— 74p에서 계속 —

順	姓名	前職場	反送年月日
	李 奇 秀	乙支路2街 148	67. 10. 13
	崔 銘 根	성북구미아동 255-14	68. 7. 11
	李 載 明	西部영업소	68. 3. 21
	李 相 鶴	三洋電機	〃
	羅 楨 煥	나미株式會社	68. 7. 11
	金 瑛 植	東大門區祭基洞	66. 4. 24
	李 炳 基	城北區貞陵洞	66. 4. 24
	金 世 衡	水色變電所退職	66. 6. 30
	金 京 魯	三陟火力	66. 1. 20
	兪 恩 穆	唐人里發	
	朴 承 培	德沼變電所	67. 9. 9
	柳 暻 相	慶南支店	67. 9. 20
	徐 丙 五	寧越火力退職	66. 1. 16
	林 世 泳	韓國機械製作所	66. 6. 26
	林 宜 朝	華川水力退職	65. 7. 5
	李 蘭 洙	忠北세멘트	67. 3. 9
	安 仁 淳	日新紡織	66. 1. 24
	朴 憲 洪	東和産業	66. 8. 17
	高 休 相	정밀기기센다	66. 9. 2
	張 在 贊	慶南支店	67. 9. 20
	金 商 牧	〃	〃
	安 鍾 福	慶南支店	67. 9. 20
	尹 壽 永	〃	〃
	李 龍 燮	〃	〃
	崔 濟 敃	한전감사실	66. 4. 28
	崔 世 鎭	江原支店	67. 4. 24

順	姓名	前職場	反送年月日
	李 暻 宰	한전급전과	66. 7. 1
	沈 忠 輔	水色變電所	66. 1. 5
	安 壽 萬	〃	66. 4. 6
	金 春 得	〃	〃
	趙 鉉 行	〃	〃
	朴 桂 永	原子力研究所	68. 7. 4
	金 俊 鎬	〃	〃
	金 憲 珏	〃	〃
	朴 先 正	〃	〃
	金 是 根	延世大	〃
	金 良 植	首都工大	〃
	郭 熙 魯	서울工大	67. 5. 12
	邊 富 錫	大榮모타	66. 4. 25
	金 炳 烈	利川電機	
	朴 憲 洪	〃	68. 3. 20
	崔 奇 洙	〃	〃
	李 海 雨	〃	〃
	吳 在 健	〃	〃
	兪 錫 根	〃	68. 3. 20
	吳 呂 錫	〃	〃
	邊 永 益	〃	〃
	吳 漢 根	長省鑛業所	66. 6. 28
	金 玉 培	韓一세멘트	68. 4. 24
	張 斗 元	大田變電所	66. 3. 16
	宋 錫 雄	大田工專	