Zero가 없는 Number System.

姜 時 中

1. 머리에

우리가 使用하고 있는 「아라비아」 數字는 10進法의 構造로 되어 있으며 여기에는 zero라는 數字가 包含되어 있다. 萬若, 이 「아라비아」 數字에서 zero라는 數字가 없어졌다고 가정하면 10進構造上으로 보아 zero가 갖는 뜻을 나타내는 다른 어떤 數가 새로 導入되지 않으면 아니된다. 이러한 때의 數의 組織은 어떠하며 多方面으로 展開可能할 것인지 알아보는 것도 결코 無意味한 일은 아니다. 數學敎育의 現代化가 強調되어지는 요즈음 Number System에 關한 硏究가 他分野에 못지 않게 절실히 要求되며 여러 進法과 더불어 2進法을 利用한 電子計算機의 發見은 特히 主目할만한 事實이다.

이러한 觀點에서 여기에 記述하고자하는 根本意圖는 初等的 內容의 zero가 갖는 뜻과 아울러 zero가 없는 10進數의 組織과 展開 方法을 알아보려는 것이다.

2. 初等的 觀念에서의 zero

「아라비아」 數字以外의 「漢數字」나 「로마數字」 等은 zero라는 數字가 記號上으로 나타나있지 않고 數의 展開를 그들 나름으로 하였다. 이런때의 減法計算에서 2—2의 答을 무엇이라고 表示하였을까? zero라는 數字가 없음으로 그 答을 「없다.」 또는 「無」라고 하였을 것이다. 이희승氏의 국어대사전이나 大漢韓辭典, 英韓大辭典에서 零, zero의 뜻을 찾아보면 거의 共通的으로 "없다."(無), "存在하지 않는다." 等으로 나와 있어 zero가 갖는 뜻을 根本的으로 究明해 나가려면 哲學에서의 存在論과 관련지워지게 되는 것이다. 또한 zero가 갖는 數學的인 役割을 생각하면 加法의 單位元 $a+o=a$, 乘法에서의 $n\times o=o$, 除法에서의 $\frac{o}{a}=o$ $(a\neq o)$, $\frac{a}{o}$, $\frac{o}{o}$ (不能, 不定), 組合에서의 $\binom{n}{o}$등 適用範圍가 넓으며 指導觀의 立場에서 볼 때에도 다른 數보다 더욱 抽象性이 內包되어 理解하기에 힘이 드는 것이다.

3. t로 表示된 數 組織

이 主題의 主眼點인 zero가 數 組織에서 빠졌을 때의 10進法上의 展開方法과 計算要領을 알아보고 아라비아 數字와의 關係를 살펴보기로 한다.

먼저 自然數 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, …에서 10 (ten)을 t로 바꾸어 놓으면 zero의 數字가 自然히 없어지고 새로운 數組織이 다음과 같이 形成된다.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, t, 11, 12, ……, 19, 1t, 21, 22, …, 2t,…, 3t,…, 9t, t1,…, tt, 111, 112, … 곧, $t=10$, $1t=20$, …, $9t=100$ 등으로 表示되며 100의 3자리 수가 9t의 2자리수인 하나의 集合數로서 表示됨은 主目할 事實이다.

또한 $562=10^2\times 5+10^1\times 6+10^0\times 2$
$=5\times t^2+6\times t^1+2\times t^0$로 表示되어 10進法의 展開方法과 마찬가지이다.

그러면 모든 自然數를 t를 써서 表示할 수 있으며 t로 表示된 數를 다시 自然數로 환원할 수 있을까?

가령, $200=100+90+10=1\times t^2+9\times t^1+t\times t^0$
$=19t$로 表示되며

$19t=10^2\times 1+10^1\times 9+10^0\times 10=200$, 로 얼마든지 表示할 수 있는 것이다.

다음 〔표1〕은 自然數를 t를 써서 表示하고 또

t로 변형된 수를 自然數로 고친 例示이다.

〔표 1〕

自然數	t로 表示된 數	t로 表示된 數	自然數	備考
30	$2t$	$5t$	60	分數및
300	$29t$	$t1$	101	小數의
310	$2tt$	$t1t$	1020	表示方
303	$2t3$	ttt	1110	法도可
3030	$2t2t$	$3t2$	402	能하다

4. 加法, 減法計算

다음에는 t로 表示된 數의 加法과 減法의 計算方法을 알아보고 整數의 計算方法과 어떻게 다른가를 比較硏究한다.

가령, (1)

$$\begin{array}{r}38\\+72\\\hline tt\end{array}\longrightarrow +\left(\begin{array}{r}8+2=t\\30+70=9t\\\hline t+9t=tt\end{array}\right.\qquad\begin{array}{r}38\\+72\\\hline 110\end{array}\rightarrow +\big)\begin{array}{r}8+2=10\\30+70=100\\\hline 110\end{array}$$

(받아올림 없음)　　(받아올림 2회)

(2)

$$\begin{array}{r}1ttt\\+\ \ ttt\\\hline 321t\end{array}\quad\begin{array}{ll}\rightarrow t+t=1t & \text{(1 받아올림)}\\\rightarrow t+t+1=21 & \text{(2 받아올림)}\\\rightarrow t+t+2=22 & \text{(2 받아올림)}\\\rightarrow 1+2=3 & \end{array}$$

(받아올림 3회)

$$\begin{array}{r}2110\\+1110\\\hline 3220\end{array}$$

(받아올림 없음)

(3)

$$\begin{array}{r}62\\-22\\\hline 3t\end{array}\longrightarrow$$

2−2에서 0이 발생하므로 앞자리에서 $10=t$을 받아 내려 $t-2+2=t$

$5-2=3$

(받아내림 1회)

$$\begin{array}{r}62\\-22\\\hline 40\end{array}$$

(받아내림 없음)

(4)

$$\begin{array}{r}432\\-\ tt\\\hline 322\end{array}\longrightarrow$$

$2-t$는 할 수 없음으로 앞자리에서 t를 받아내려 $t-t+2=2$

같은 방법으로 $t-t+2=2$

$4-1=3$

(받아내림 2회)

$$\begin{array}{r}432\\-110\\\hline 322\end{array}$$

(받아내림 없음)

위의 加法計算 (1), (2)에서 알 수 있는 바와 같이 $8+2=t$로 되어 받아올림이 없으나 $t+t$인 경우는 $1t$로 되어 받아올림이 있게 된다. 한편 減法計算 (3), (4)에서도 같은 수에서 같은 수를 뺄때에는 zero가 되므로 앞자리에서 $10t$를 받아내려 $t-2+2=t$로 計算하며, 被減數보다 減數가 큰 경우에도 앞자리에서 $10=t$를 받아내려같은 形式으로 計算된다. 따라서 t로 변형된 수의 加法 및 減法의 計算方法은 整數에서의 計算方法과 同一하나 받아올림과 받아내림의 關係가 整數計算과 差異가 있고 이러한 計算에 習慣化되어 있지 않는 사람에게는 약간의 혼란을 갖어올 수 있다.

5. 除法計算

乘法計算에 앞서 열(ten)씩 띄어서 셀 때의 數系列과 이를 곱의 形式으로 表示한 關係를 생각하면

$t=1\times t,\ 1t=2\times t,\ 2t=3\times t,\cdots,nt=(n+1)\times t$

로 된다. 따라서 乘數가 t보다 작을 때에는 整數의 計算方法과 同一하여 별로 問題가 될 것은 없으나, 乘數가 t보다 클때에는 $12=t+2$, $22=2\times t+2$, 와 같이 변형하여 分配法則을 써서 計算하게 되므로 乘數의 자리수가 많을 때에는 그 計算이 매우 까다로워 진다. 다음에 乘法의 計算方法을 살펴본다.

(1) 乘數가 t보다 작을 때

① $$\begin{array}{r}25\\\times\ 2\\\hline 4t\end{array}\leftarrow\left(\begin{array}{l}5\times2=t\\2\times2=4\end{array}\right)$$

(받아올림없음)

② $$\begin{array}{r}36\\\times\ 5\\\hline 17t\end{array}\leftarrow\left(\begin{array}{l}6\times5=2t\\3\times5=15\\15+2=17\end{array}\right)$$

(받아올림 1회)

③ $$\begin{array}{r}42t\\\times\ 7\\\hline 29tt\end{array}\leftarrow\left(\begin{array}{l}t\times7=6t\\2\times7+6=1t\\4\times7+1=29\end{array}\right)\qquad\begin{array}{r}t\times7=70=6t\\20\times7=140=13t\\+)\ 400\times7=2800=279t\\\hline 29tt\end{array}$$

(받아올림2회)

(2) 乘數가 t보다 클 때

① 乘數가 2자리수 일 때

$$\begin{array}{rl}32t&\\\times\ 12&\\\hline 65t&=32t\times2\\329t&=32t\times t\\\hline 395t&\end{array}\leftarrow\left(\begin{array}{l}32t\times12=32t\times(t+2)\\=(32t\times t)+(32t\times2)\\=395t\end{array}\right)$$

② 乘數가 3자리수 일 때

$$\begin{array}{rl}4t2&\\\times\ 326&\\\hline 2t12&=6\times4t2\\9t3t&=2\times t\times4t2\\14t59t&=3\times t^2\times4t2\\\hline 163652&=(3t^2+2t+6)\times4t2\end{array}$$

이보다 乘數의 자리수가 많을 때에도 같은 方法으로 計算할 수 있다. 다만 再强調할 것은 乘數가 t 보다 클때에는 整數의 筆算形式(세로셈)의 計算過程과 다르다는 것이다.

6. 除法計算

除法은 乘法의 逆이다. 乘法의 計算原理는 累加의 方法을 適用하였음으로 除法의 計算은 累減의 方法에 依하여 處理할 수 있다. 다만 計算이 逆思考過程에서 이루어지므로 除數의 자리수가 많음에 따라서 더욱 복잡하여 진다. 그러므로 여기서는 그의 計算方法만을 간단히 記述하고자 한다.

가령,

$$
\begin{array}{rl}
 & 144 \\
32) & \overline{45t8} \\
 & \underline{319t} \quad = t^2 \times 32 \\
 & 13t8 \\
 & \underline{127t} \quad = 4 \times t \times 32 \longrightarrow \\
 & 128 \\
 & \underline{128} \quad = 4 \times 32 \\
 & 0
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rl}
 & 144 \\
32) & \overline{45t8} \\
 & \underline{32} \\
 & 13t \\
 & \underline{128} \\
 & 128 \\
 & \underline{128} \\
 & 0
\end{array}
$$

$\therefore$ $45t8 = (1 \times t^2 + 4 \times t + 4) \times 32$ 로 되어 나눈 몫은 144 이다.

7. 맺는 말

以上에서 본바와 같이 zero 라는 數字는 無視할 수 없을 만큼 그 威力이 크며 指導할 때에도 細心한 注意가 必要한 것이다.

또한 zero 라는 數字가 數系列에 包含되어 있지 않아도 zero 를 t 로 代置하여 새로운 數의 展開가 可能하며 여러가지 計算을 할 수 있는 것이다. 이 問題를 더 擴張해서 생각하면 zero 가 없을 때의 小數, 分數의 計算이나 各 進法으로 表示하여 計算하는 方法 等 여러가지 研究 場面이 남아 있음을 알 수 있다.

이런 問題를 심사 숙고함에 따라 數理的인 思考方法이 育成됨은 勿論, 數學의 現代化 方向의 틀이 잡혀지는 것이다.

參 考 文 獻

1. 「The Arithmetic Teacher」, 1967, 5월호, p. 377~382
2. J.E. Freund, 「A modern introduction to math.」 1956 p. 80~89.
3. M.S. Willcox, 「Mathematies a modern approach」 London. 1963.
4. E.T. McSwain and Others.「Mathematics 8」 1963.

(全州敎育大學)

(8페이지에서)

4. 量と測定の指導　戸田淸, 和田義信 監修 金子書房
5. 새교육과정, 舊敎科過程.　文敎部
6. 現代敎育實踐叢書 ② 數學敎育　現代敎育叢書出版社
7. 算數科敎育の心理的研究　松本順之著
8. 敎具製作과 活用 ① 李在喆 國民校叢書社
9. 敎育心理學講座 ⑩ 數學學習の心理
10. 新しい算數科の計劃と實踐　辻本芳郎著

(慶北 蔚珍郡 蔚珍敎育硏究所)

(25페이지에서)

問 高校敎育의 正常化를 爲하여 入試科目이 달라진다는데

答 서울大學校의 境遇 그렇게 될 可能性이 보인다.

問 梨花大學의 數學 I 의 8번은 數學 II 의 問題가 아닌가?

答 數學 II 의 範圍나 數學 I 問題보다 受驗生들의 正答率이 높다.

問 梨花大學의 數學 I 의 6번에 평방이란 말을 몰라서 문제를 풀지 못한 受驗生이 있는데 統一된 用語를 使用해야 하지 않겠는가.

答 잘못되었다. 앞으로 그런일이 없도록 하겠다.

問 몇 年度 新入生부터 新敎育過程의 適用을 받는가?

答 現在 高等學校 1學年 學生부터 新敎育課程의 適用을 받는다.

問 現在 敎育過程으로 보면 必須科目인 數學을 入學試驗에 보지 않는 大學이 있는데?

答 앞으로 數學敎育會로서 文敎部에 건의할 것이며 各 大學도 이를 시정하여야 할 것이다.