

“負抵抗 弛張發振系の 位相平面 解析”

—相似型電子計算機의 應用—

論	文
16-5	

The Phase plane Analysis of Negative Resistance-Relaxation Oscillations

韓 萬 春* 崔 京 三**

(Man Choon Han) (Kyung Sam Choi)

[Abstract]

The relaxation oscillations which occur independently by increasing the “resistance damping factor” of negative-resistance oscillators are studied.

The differential equation for negative-resistance oscillations is derived from their equivalent model and the characteristics of negative-resistance relaxation oscillations are analyzed by the phase-plane method.

The analogue computer responses are compared with theoretical solution within the low frequency band.

I. 緒 論

發振系는 機械發振(振動)系와 電氣發振(振動)系로 나눌 수 있는데 機械系를 論外로 하면 電氣發振系는 發振回路의 構成에 따라, 外部回路를 通하여 正饋還시키므로서 스스로 持續振動을 이르는 饋還型과 眞空管 또는 터널·다이오드(tunnel-diode) 등의 負抵抗이 饋還素子로 되어 發振하는 負抵抗型으로 分類할 수 있다.

또 波形에 따라서 正弦發振型和 弛張發振型으로 나눌 수 있는데 前者에는 RC 同調回路, LC 同調回路 등이 이에 屬하고, 後者에는 멀티바이브레이터(multivibrator), 락킹(blocking) 發振器, 플립-플롭(flip-flop) 回路 등이 이에 屬한다.

이中 本稿에서는 出力波形이 正弦波인 負抵抗 發振系를 選定하여 非線形 減衰因자를 增加시킴에 따라 出力波形이 正弦波形으로 부터 變化되는 弛張發振 現象을 解析하고자 한다.

負抵抗 弛張發振系를 解析하기 爲하여 等價回路로부터 系統方程式을 誘導하고 理論解(mathematical solution)로부터 系統의 一般特性을 檢討한 다음, 低周波에서 系統動作을 位相平面 解析法으로 解析하고, 延世 101 相似型 電子計算機⁽⁸⁾⁽⁹⁾를 利用하여 여러 境遇에서의 系統 應答曲線을 記錄해서 比較 檢討하려 한다.

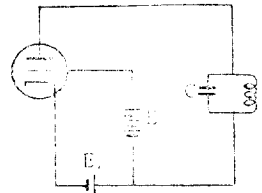
II. 負抵抗 發振의 一般論

A. 負抵抗의 發振回路

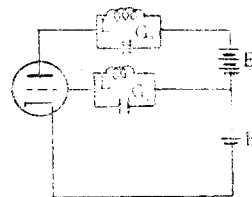
垂下特性을 갖는 “다이나트론”(dynatron)은 格子電位

가 陽極보다 높으면 陽極面에서 放出되는 보다 높은 正電位에 있는 格子에 吸收되어 陽極電流가 減少되는 特性을 갖는 陽極 “다이나트론”과 反對로 陽極電位가 格子보다 높아도 垂下特性을 갖는 格子 “다이나트론”으로 分類된다. 이들을 利用한 代表的인 發振回路는 그림 II—A—1 과 같다.

그림 II—A—1은 電壓 電流特性이 負抵抗性으로 되



(a) 陽極 “다이나트론”發振器



(b) 格子 “다이나트론”發振器

그림 II—A—1 “다이나트론”發振器

* 正會員: 延世大學校理工大學

** 延世大學校理工大學電氣工學科

負抵抗 弛張發振系の 位相平面 解析

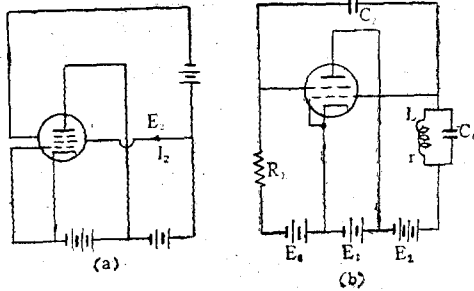


그림-A-2 “트랜지트론” 발전회로

는 “다이내트론”과 振動回路를 直列로 接續시켜 持續振動을 이르기도록 構成된 負抵抗發振回路이다.

또한 그림 II-A-2의 (a)와 같이 接續하여 遮蔽格子의 電壓을 變化시키면 電壓 電流의 特性이 負抵抗性을 나타내는 데 이것은 遮蔽格子와 陽極과의 電流分配가 抑制格子에 依해서 制御되어 나타나는 것으로서 垂下特性은 대략 遮蔽格子電位가 抑制格子電壓과 같을 때에 나타난다. 이때 그 負抵抗値는 $r_{g2}/(1+r_{g2}g_{32})$ 로 表示된다. 여기서 r_{g2} 는 遮蔽格子의 內部抵抗 g_{32} 는 遮蔽格子와 抑制格子間의 相互 “콘덕턴스”이며 이 負抵抗素子를 利用한 發振回路는 그림 II-A-2의 (b)와 같다.

B. 系統方程式의 誘導 및 考察

解析의 研究를 爲하여 負抵抗 特性曲線의 代數方程式이 要求되는데 이러한 奇數次 對稱曲線을 나타내는 一般式은 다음과 같다.

$$i = -ae + be^3 \quad \text{..... (II-1)}$$

但, a 와 b 는 正의 常數

代表的 負抵抗 自動發振等價回路는 그림 II-B-1과 같이 一定한 線形素子 R, L, C 와 負抵抗으로 構成된다.

그림 II-B-1에서 回路方程式은 $i_c + i_L + i = 0$ 인 條件으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{d^2e}{dt^2} - \frac{a}{c} \left(1 - \frac{3b}{a}e^2\right) \frac{de}{dt} + \frac{1}{Lc}e + \frac{R}{L} \left(\frac{de}{dt} - \frac{a}{c}e + \frac{b}{c}e^3\right) = 0 \quad \text{..... (II-2)}$$

그림-B-1 負抵抗 自動發振 等價回路

“인덕턴스”에 包含된 R 은 充分히 작고 또한 正의 抵抗 $R' = L/RC$ 은 負抵抗 素子에 並列로 存在하여 負의 “콘덕턴스” $-a$ 에 正의 “콘덕턴스” $1/R'$ 을 加해주는 效果를 나타내므로 式(II-1)은 다음과 같이 變形된다.

$$i = -\left(a - \frac{1}{R'}\right)e + be^3 = -a'e + be^3 \quad \text{..... (II-3)}$$

但, $a' = a - 1/R'$

따라서 式(II-2)의 最終項을 無視할 수 있으므로 特性方程式은 다음과 같이 된다.

$$\frac{d^2e}{dt^2} - \alpha(1 - \beta e^2)\omega_0 \frac{de}{dt} + \omega_0^2 e = 0 \quad \text{..... (II-4)}$$

但, $\omega_0 = 1/LC$, $\alpha = a/c\omega_0$, $\beta = 3b/a$

式(II-4)를 規準化(normalize)하면

$$\frac{d^2e}{dt^2} - \alpha(1 - e^2) \frac{de}{dt} + e = 0 \quad \text{..... (II-5)}$$

定常狀態의 解를 求하기 爲하여 攝動法⁽⁷⁾(Perturbation method)을 適用하면 다음과 같은 解가 얻어진다.

$$e = e_0(t) + \alpha e_1(t) + \alpha^2 e_2(t) + \dots \quad \text{..... (II-6)}$$

이 解가 나타내는 系統은 振動系이므로 振幅 A 에 따라 變化되는 角速度의 解는 다음과 같다.

$$\omega = \omega_0 + \alpha b_1(A) + L^2 b_2(A) + \dots \quad \text{..... (II-7)}$$

또는 $\omega_0 = \omega - \alpha b_1(A) - \alpha^2 b_2(A) \dots$ (II-7')

式(II-4)에 式(II-6)과 式(II-7')을 代入하면

$$\begin{aligned} &\frac{d^2e}{dt^2} + \alpha \frac{d^2e_1}{dt^2} + \alpha^2 \frac{d^2e_2}{dt^2} - \alpha \omega \frac{de_0}{dt} - \alpha^2 \omega \frac{de_1}{dt} + \alpha^2 b_1 \frac{de_0}{dt} \\ &+ \alpha \beta \omega e_0^2 \frac{de_0}{dt} + 2\alpha^2 \beta \omega e_0 e_1 \frac{de_0}{dt} - \alpha^2 \beta b_1 e_0^2 \frac{de_0}{dt} \\ &+ \alpha^2 \beta \omega e_0^2 \frac{de_1}{dt} + \omega^2 e_0 + \alpha \omega^2 e_1 + \alpha^2 \omega^2 e_2 - 2\alpha b_1 \omega e_0 \\ &- 2\alpha^2 b_1 \omega e_1 + \alpha^2 b_1 e_0 - 2\alpha^2 b_2 \omega e_0 = 0 \quad \text{..... (II-8)} \end{aligned}$$

初期條件을 $e_0|_{t=0} = E$, $\frac{de_0}{dt}|_{t=0} = 0$ 로 하여 第二次 補正(Second-order Correction)까지한 近似解는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e &= E \cos \omega t + (\alpha E/8) (3 \sin \omega t - \sin 3\omega t) \\ &- \alpha^2 \frac{E}{192} (13 \cos \omega t - 18 \cos 3\omega t + 5 \cos 5\omega t) + \dots \\ \omega &= \omega_0 + \alpha(0) + \alpha^2 \left(-\frac{\omega}{16}\right) + \dots \end{aligned} \quad \text{..... (II-9)}$$

但, $E = \pm 2/\sqrt{\beta}$

式(II-9)는 定常狀態에서의 解이므로 波形은 初期條件에 關係없이 이 式에 나타난 第三, 第五高周波等, 奇數高周波에 依해서 歪曲되며 高周波들의 相對的 크기는 媒介變數 α 가 增加함에 따라 增加하므로 完全解는 α 가 微小時에 限하여 可能하다.

電壓振幅 $E = \pm 2/\sqrt{\beta}$ 는 全的으로 非線形素子의 係數 a, b 에 依해서 決定되고 負抵抗 特性曲線과 幾何學的으로 關係된다.

또한 角速度는 α 의 增加에 따라 減少하며 週期는 增加함을 알 수 있다.

α 가 無限히 큰 경우 式(II-4)는 다음과 같이 된다.

$$-\omega_0\alpha(1-\beta e^2)\frac{de}{dt} + \omega_0^2 e = 0 \dots\dots\dots(\text{II}-10)$$

따라서,

$$t = \frac{\alpha}{\omega_0} \left(\ln \frac{\sqrt{\beta} e - \beta e^2}{2} + 2 \right) \dots\dots\dots(\text{II}-11)$$

式(II-11)에 $t=T/2$ 일때 $e=1/\sqrt{\beta}$ 인 條件을 代入하여 整理하면 週期는,

$$T = 1.614\alpha/\omega_0 \dots\dots\dots(\text{II}-12)$$

따라서 α 가 無限히 작을때 $T=2\pi/\omega_0$ 의 값에서 α 가 增大할수록 $T=1.614\frac{\alpha}{\omega_0}$ 에 接近하므로 弛張發振週期는 $\alpha/\omega_0=aL$ 에 依存함을 알 수 있다.

式(II-11)에 依한 그림 II-B-2는 $\alpha \gg 1$ 일때 弛張發振週기와 그 波形을 보여주고 있다.

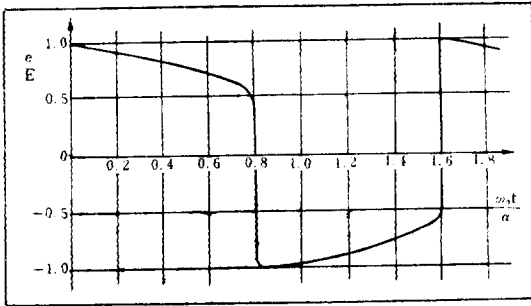


그림 II-B-2 $\alpha \gg 1$, 電壓의 近似的 波形

III. 位相平面 解析⁽⁴⁾⁽⁶⁾

A. 位相軌道 作成

系統方程式(II-5)를 解析하기 爲하여는 解析의 方法은 適用이 困難하고, 相似型電子計算機에 依한 方法은 X-Y 記錄器가 없으므로, 等伏角線法(isocline method)을 適用해서 解析하기로 한다.

位相軌道를 作成하기 爲하여 다음과 같이 媒介變數方程式을 $e=x$ 로 놓고 求한다.

$$\frac{dx}{dt} = y \dots\dots\dots(\text{III}-1)$$

$$\frac{dy}{dt} = \alpha(1-x^2)y - x \dots\dots\dots(\text{III}-2)$$

式(III-1)과 式(III-2)로 부터

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\alpha(1-x^2)y - x}{y} \dots\dots\dots(\text{III}-3)$$

이므로 式(III-3)에 任意的 기울기, $\frac{dy}{dx} = m$ 을 代入해서 等伏角線의 代數方程式을 求하면 다음과 같다.

$$y = \frac{x}{\alpha(1-x^2) - m} \dots\dots\dots(\text{III}-4)$$

m 의 값을 任意로 選定하고 式(III-4)에서, $\alpha=0.1$; $\alpha=1$ 및 $\alpha=10$ 일때의 位相軌道를 作圖하면 그림 III-A-1; 그림 III-A-2 및 그림 III-A-3과 같다.

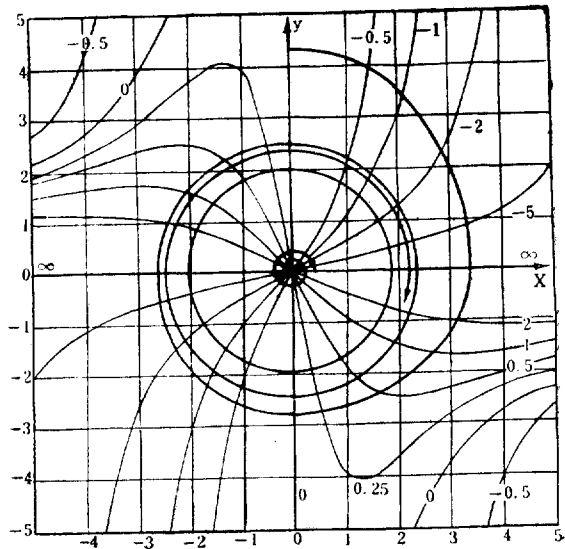


그림 III-A-1 $\alpha=0.1$ 位相軌道

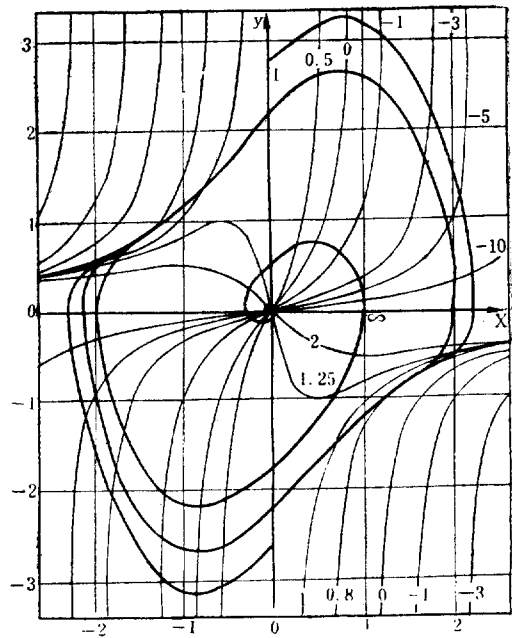


그림 III-A-2 $\alpha=1$, 位相軌道

B. 解 析

1. 一般考察

그림 III-A-1, III-A-2와 III-A-3에서 位相軌道의 모양을 살펴보면 運動의 始點에 關係없이 一定한 閉曲線으로 收斂한다. 卽 安定된 "리미트 싸이클"(limit Cycle)을 갖으므로 系統은 安定하며, 一定하 振幅을 갖

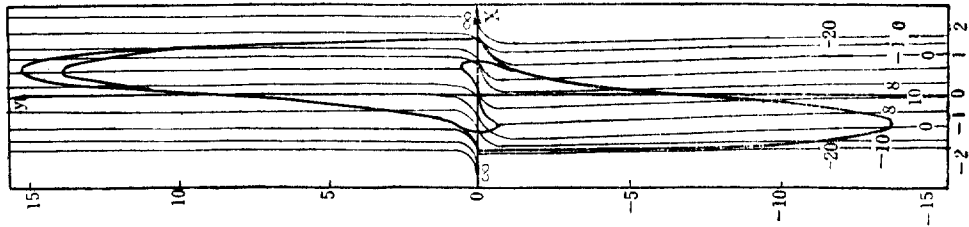


그림 III-A-3 $\alpha=10$. 位相軌道

이고 週期運動을 하고 있음을 알 수 있다.

$\alpha=0.1$ 일 때 “리미트사이클”은 거의 圓形이므로 電壓波는 거의 正弦波形일 것이나 α 가 增加함에 따라 “리미트사이클”은 圓形과는 아주 달라져서 非單振動的 週期運動을 나타내고, $\alpha=5$ 일 때에는 현저한 弛張發振의 位相軌道를 보이고 있다.

2. 發振振幅의 變化

媒介變數 變換法에 依하여 系統의 發振이 減衰, 또는 增加를 살펴본다.

式(II-4)에서 α 의 項을 際去하고 다음과 같은 解를 먼저 求한다.

$$e = A \cos(\omega_0 t + \theta) = A \cos \psi \dots\dots\dots (III-5)$$

A와 θ 가 時間의 函數이면

$$\left. \begin{aligned} \frac{dA}{dt} \cos \psi - \frac{d\theta}{dt} A \sin \psi &= 0 \\ -\frac{dA}{dt} \omega_0 \sin \psi - \frac{d\theta}{dt} A \omega_0 \cos \psi &= \alpha(1 - \beta A^2 \cos^2 \psi) \omega_0 (-A \omega_0 \sin \psi) \end{aligned} \right\} \dots\dots (III-6)$$

式(III-6)의 聯立關係로 부터 $\frac{dA}{dt}$ 와 $\frac{d\theta}{dt}$ 의 解는,

$$\frac{dA}{dt} = \alpha \omega_0 A \sin \psi (1 - \beta A^2 \cos^2 \psi) \dots\dots\dots (III-7)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \alpha \omega_0 \sin \psi \cos \psi (1 - \beta A^2 \cos^2 \psi) \dots\dots\dots (III-8)$$

이므로,

一週期間의 平均値는 다음과 같다.

$$\left[\frac{dA}{dt} \right]_{av} = \alpha \omega_0 A \left(\frac{1}{2} - \frac{\beta A^2}{8} \right) \dots\dots\dots (III-9)$$

$$\left[\frac{d\theta}{dt} \right]_{av} = 0 \dots\dots\dots (III-10)$$

이 第一次 近似法에서 $\frac{d\theta}{dt}$ 의 값이 零이므로 實際의 發振周波數는 $\omega = \omega_0$ 로 攝動法에 依한 結果와도 一致함을 알 수 있다. 따라서 $\frac{dA}{dt}$ 에 對한 方程式은 다음과 같다.

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\alpha \omega_0 \cdot A}{2} \left(1 - \frac{\beta A^2}{4} \right) \dots\dots\dots (III-11)$$

式(III-11)에 依하여 位相軌道를 作圖하면 그림 III-B-1과 같다.

여기서 $A=0$; $A = \pm 2/\sqrt{\beta}$ 일 때 3個의 平衡點이 存在于 $A = \pm 2/\sqrt{\beta}$ 일 때 $\dot{A} = \pm (2\alpha\omega_0/3)/\sqrt{3\beta}$ 의 極

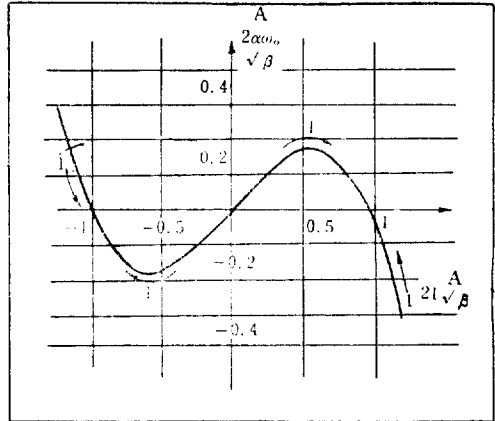


그림 III-B-1 發振振幅 A의 位相軌道

大, 極少値를 갖는다.

位相平面圖에서 하나의 媒介變數인 時間은 一般적으로 上半平面에서는 右側으로 進行하고 下半平面에서는 左側으로 進行하므로, 原點은 時間이 進行됨에 따라 이 點으로부터 離脫하려는 傾向이 있어 不安定한 平衡點이 되고, 同時에 $A = \pm 2/\sqrt{\beta}$ 에 있는 두點은 時間의 進行에 따라 任意의 點으로부터 이點들을 向하기 때문에 安定한 平衡點들로 된다.

A의 安定한 값은 定常狀態에서 攝動動으로 求한 E의 값 $\pm 2/\sqrt{\beta}$ 와 一致한다.

式(III-11)을 “베르누이”方程式(Bernoulli eq)의 解法이나, 媒介變數法을 利用하여 풀면 다음과 같다.

$$A = \frac{2/\sqrt{\beta}}{[1 - (1 - 4/\beta A_0^2) \text{EXP}(-\alpha\omega_0 t)]^{1/2}} \dots\dots\dots (III-12)$$

但, $A|_{t=0} = A_0$

이것을 任意의 A_0 에 對하여 圖示하면 그림 III-B-2와 같다.

여기서 $A_0=0$ 인 境遇를 除外하고 任意의 A_0 에 對하여 定常狀態에서 振幅의 크기는 恒常 $A = \pm 2/\sqrt{\beta}$ 임을 알 수 있다. 모든 境遇에 A는 “오버슈트”(overshoot) 없이 單調롭게 振幅의 最終値에 接近한다.

3. 弛張發振의 週期⁽³⁾

式(II-5)를 等價인 “레이라이”(Rayleigh)方程式으로

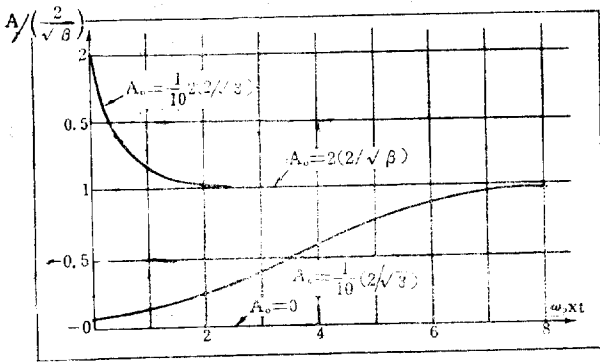


그림-B-2 任意的 初期値에 對한 發振振幅

變形시키면,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^3 / 3 - \frac{dx}{dt} \right] + x = 0 \quad \text{---(III-13)}$$

이 식(III-13)으로부터 位相軌道の 媒介方程式을 求하면 다음과 같다.

$$\frac{dx}{dt} = y \quad \text{---(III-14)}$$

$$\frac{dy}{dt} = \alpha(y - y^3/3) - x \quad \text{---(III-15)}$$

式(III-14)와 式(III-15)로부터 位相軌道方程式은

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\alpha(y - y^3/3) - x}{y} \quad \text{---(III-16)}$$

인데 $z = x/\alpha$ 로 式(III-16)을 整理하면

$$\frac{dy}{dz} = \frac{\alpha^2(y - y^3/3 - z)}{y} \quad \text{---(III-17)}$$

또는,

$$M = \alpha^2(y - y^3/3 - z)/y \quad \text{---(III-17')}$$

但, $\frac{dy}{dz} = M$

이 되어 $y-z$ 平面上에서 週期的 位相軌道の 觀察이 더욱 容易해진다.

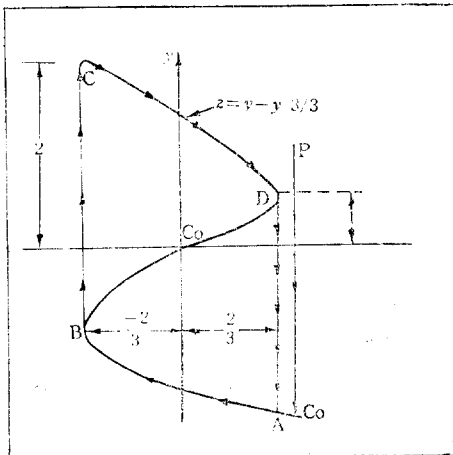


그림 III-B-3 $\alpha \gg 1$, 位相軌道

式(III-17)에서 $z = y - y^3/3$ 이면 $\frac{dy}{dz} = 0$ 므로 位相軌道는 水平으로 되고 $z = y - y^3/3$ 이면 기울기 $\frac{dy}{dz} (=M)$ 는 α 가 增加함에 따라 增加함을 알 수 있다. 따라서 $\alpha \gg 1$ 인 境遇의 位相軌道는 그림 III-B-3와 같고, 運動의 始點과는 關係없이 狀況點 Q는 閉軌道 ABCDA를 따라 움직이므로 그 運動은 週期的임을 알 수 있다.

週期를 求하는데 閉曲線 ABCDA의 垂直線分은 週期 T에 無關하고, 閉曲線은 對稱이므로 C에서 D까지 積分하여 2배하면 T가 求해진다. 고로

$$T = \alpha \int \frac{1}{y} dz = 2\alpha \int_{y=2}^{y=1} \left(\frac{1}{y} - y \right) dy = 1.612\alpha \quad \text{---(III-18)}$$

式(III-18)은 매우 큰 α 의 값에 對한 週期를 計算하는 식이고, 普通 큰 α 의 값에 對하여 보다 正確한 週期는 아래의 “쇼하트” 近似式(5)에 依하여 求할 수 있다.

$$T = 2\pi/S(\alpha) \quad \text{---(III-19)}$$

$$\text{但, } S(\alpha) = \frac{1}{1+2} + \frac{\alpha}{(1+\alpha)^2} + \frac{15\alpha^2}{(1+\alpha)^3} + \frac{13\alpha^3}{(1+\alpha)^4} + \dots$$

IV. 相似型 電子計算機에 依한 應答(1)(2)

A. 計算機 結線圖

前章에서 考察한 바와 같이 本發振系의 最大振幅은 2(units)이므로 e , $\frac{de}{dt}$ 와 $\frac{d^2e}{dt^2}$ 의 어느變數도 이 以上을 超過하지 않을 것이다. 延世 101 相似型電子計算機의 最大動作範圍는 ± 100 Volts 이므로 振幅換算計數를 20[Volts/Unit]로 選定하고 이 系統의 計算機變數의 最大振幅은 ± 40 Volts로 安定하게 動作시킨다.

初期値는 持續發振을 爲하여 各變數 $\left(\frac{d^2e}{dt^2}, \frac{de}{dt}, e \right)$ 의 最大値로 定하여야 하겠으나 여기서는 過渡狀態를 考慮해서 $e|_{t=0} = 0.5$ [Unit]로 하여 $\bar{e}|_{t=0} = 10$ [Volts]로 定한다.

$T_0 = 2\pi$ 이므로 $\alpha < 1$ 인 境遇에는 時間換算을 하지 않아도 되겠다.

1. $0 < \alpha \leq 1$ 인 境遇

式(II-5)로부터

$$\frac{d^2e}{dt^2} = \alpha \frac{de}{dt} - \alpha e^2 \frac{de}{dt} - e \quad \text{---(IV-1)}$$

式(IV-1)의 系統變數 e 를 計算機變數 \bar{e} 로 振幅換算하기 爲하여 式(IV-1)에 20[Volts/Unit]를 곱해서 다음과 같이 整理할 수 있다.

$$20 \frac{d^2\bar{e}}{dt^2} = 20\alpha \frac{d\bar{e}}{dt} - 20\alpha\bar{e}^2 \cdot \frac{d\bar{e}}{dt} - 20\bar{e} \quad \text{---(IV-2)}$$

$$20 \frac{d^2\bar{e}}{dt^2} = 20\alpha \frac{d\bar{e}}{dt}$$

$$-25\alpha \frac{[(20\bar{e})^2/100] \cdot (20 \frac{d\bar{e}}{dt})}{100} - 20\bar{e} \quad \text{---(IV-3)}$$

負抵抗 弛張發振系の 位相平面 解析

非線形要素를 時分型 電子管式乘算器로 “치퓨레이트” 한 式(IV-3)에 依하여 그림 IV-A-1 과 같이 計算機 結線圖를 作成한다.

2, $\alpha > 1$ 인 境遇

앞에서 α 가 增加함에 따라 應答速度가 빨라짐을 알았으므로 時間換算係數를 α 로 選定하여 應答速度를 느리게 한다.

式(IV-3)에 $\tau = \alpha t$ 를 代入하여 整理하면 다음과 같다.

$$20 \frac{d^2 \bar{e}}{d\tau^2} = 20(1 - \bar{e}^2) \frac{d\bar{e}}{d\tau} - 20\bar{e}/\alpha^2 \dots\dots (IV-4)$$

$$20 \frac{d^2 \bar{e}}{d\tau^2} = 20 \frac{d\bar{e}}{d\tau} - 25 \frac{(20\bar{e})^2/100 \cdot (20\bar{e})}{100} - 20\bar{e}/\alpha^2 \dots\dots (IV-5)$$

式(IV-5)에 依한 計算機結線圖는 그림 IV-A-2 와 같다.

B. 記 錄

振幅換算係數를 20 으로 選定하여 計算機를 動作시켰으므로 이의 出力은 ± 40 [Volt]의 範圍를 갖게 된다. 記錄器의 限界가 ± 50 [Volts] 이므로 減衰器를 1/2 로 맞추어 ± 20 [Volts]의 範圍로하여 減衰係數 $\alpha = 0.5, 1.5, 3.5, 5$ 와 6 일때 負抵抗 弛張發振系の 應答曲線을 그림 IV-B-1, IV-B-2 와 IV-B-3 과 같이 記錄하였다.

그림 IV-B-2 와 IV-B-3 에서 볼 수 있는바 같이 時分型 電子管式乘算器의 不安定으로 振幅의 基準線으

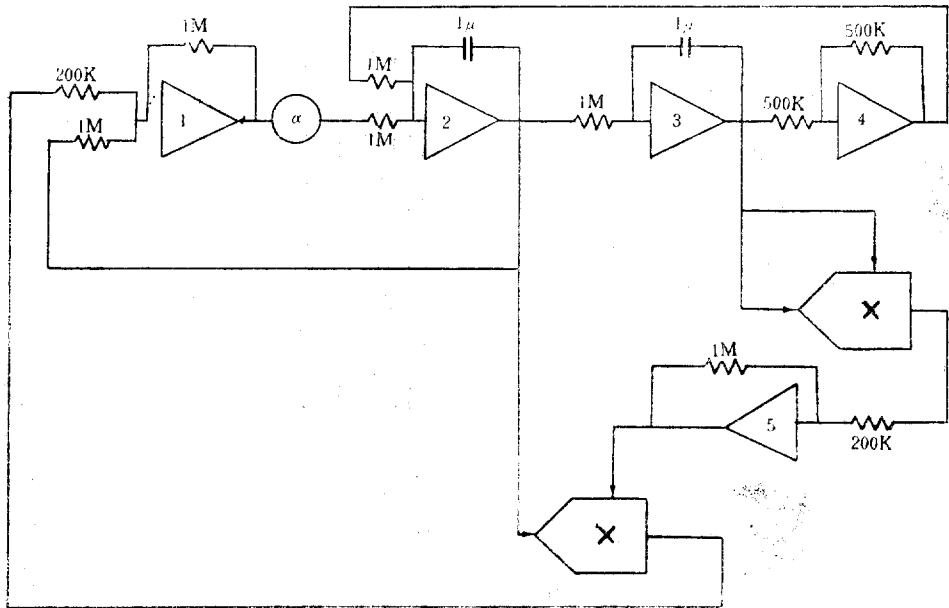


그림 IV-A-1 $\alpha < 1$, 計算機結線圖

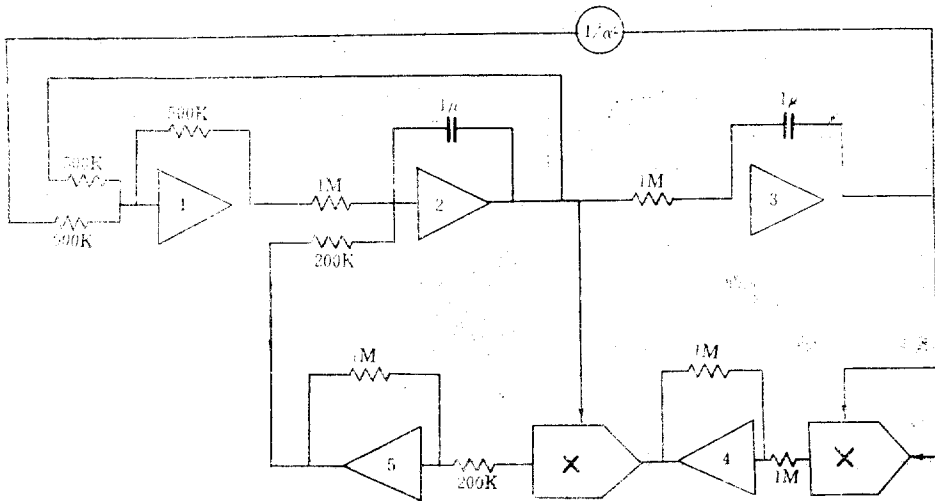


그림 IV-A-2 $\alpha > 1$, 計算機結線圖

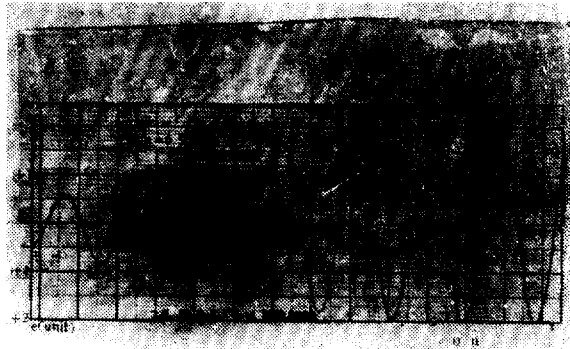


그림 IV-B-1 $\alpha=0.5$ 計算機 應答曲線

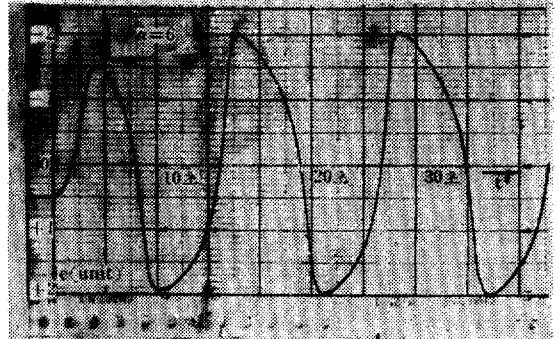
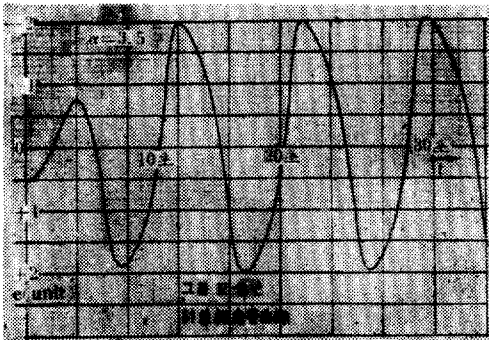
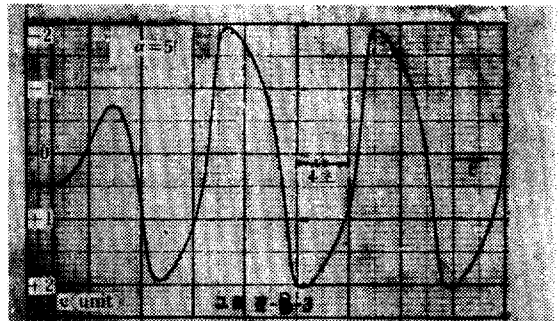
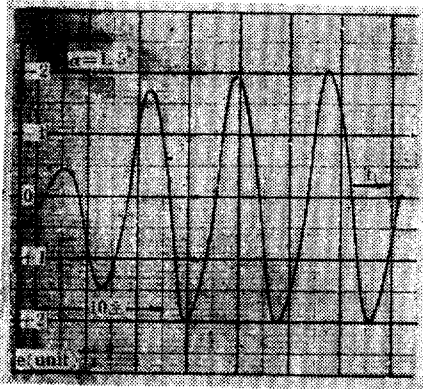


그림 IV-B-2 $\alpha=1.5$ 와 $\alpha=3.5$, 計算機 應答曲線

그림 IV-B-3 $\alpha=5$ 와 $\alpha=6$, 計算機 應答曲線

로부터 微少한 偏向이 생겼고 $\alpha=10$ 일 때는 顯著하여 記錄하지 못하였다.

V. 理論解와 計算機應答과의 比較檢討⁽³⁾

計算機內에서 ± 40 [Volts]의 範圍로 動作시켜 記錄한 結果를 나타내는 表 V-1 및 그림 V-1에서 보는 바와 같이 振幅의 最大誤差 0.4%로 理論值 2 [Units]와 거의 一致하였다.

式(II-9)에서 角速度의 解는

$$\omega = \omega_0 / (1 + \alpha^2 / 16 \dots) \dots \dots \dots (V-1)$$

이므로

$$T = 2\pi + \pi\alpha/8 \dots \dots \dots (V-2)$$

이다. 따라서 α 가 작을때는 式(V-2)를, α 가 클때에는 式(III-18)과 式(III-19)에 依해서 求한 週期의 理論值와 延世 101 相似型 電子計算機에 依한 記錄值와의 比較는 表 V-2 및 그림 V-2와 같으며 理論值를 基準으로 最少 0.4%에서 最大 1.5%의 誤差를 보이고 있다.

<表 V-1> 振幅의 理論值와 記錄值와의 比較

α	理論值		記錄值		最大誤差 (%)
	極大值	極小值	極大值	極小值	
0.5	2.0	2.0	2.0	2.0	0
1.5	2.0	2.0	1.96	2.02	0.2
3.5	2.0	2.0	1.96	2.02	0.2
5	2.0	2.0	2.04	1.92	0.4
6	2.0	2.0	2.00	2.04	0.2

<表 V-2> 週期의 理論值와 記錄值와의 比較

α	理論值(秒)	記錄值(秒)	誤差(%)
0.5	6.38	6.3	1.2
1.5	7.14	7.2	0.8
3.5	9.65	9.8	1.5
5	11.45	11.3	1.3
6	12.75	12.8	0.4

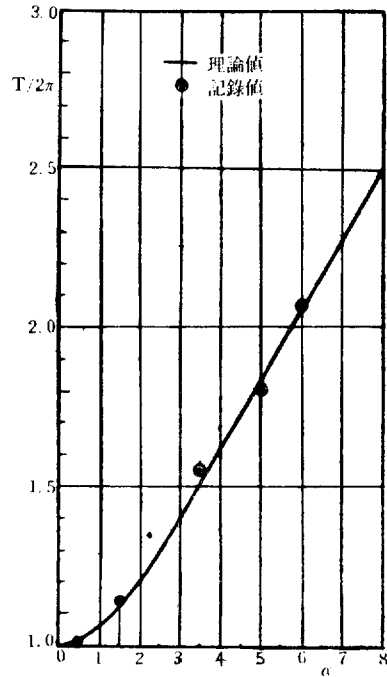


그림 V-2 週期의 理論值와 記錄值와의 比較

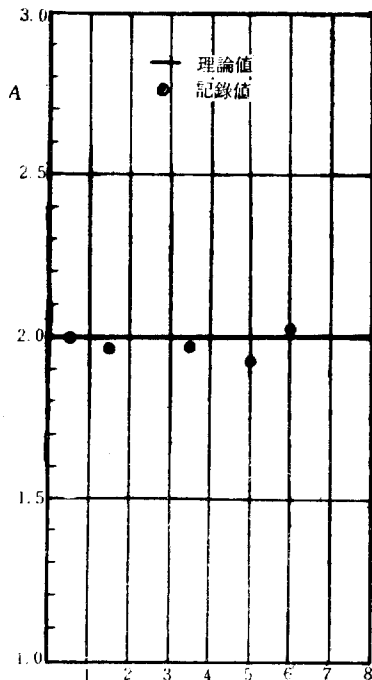


그림 V-1 振幅의 理論值와 記錄值와의 比較

VI. 結 論

系統方程式의 理論的 檢討와 位相平面 解析法에 依하여 負抵抗 弛張發振系는 減衰係數 α 가 增加함에 따라 定常狀態에서 振幅은 一定한 값으로 維持되는 反面에 週期는 增加하며, 安定한 “리밋 사이클”을 가지므로 系統이 安定하리라는 推論은 相似型 電子計算機의 記錄을 通하여 確認되었다.

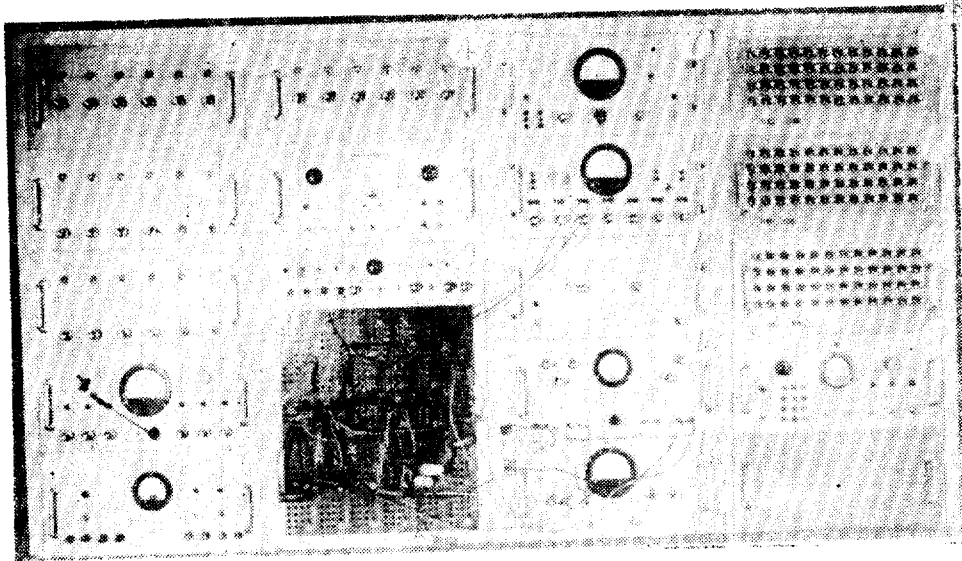
α 가 1보다 커짐에 따라 出力波形은 非正弦波로 되었으며 α 가 더욱 增大됨에 따라 波形은 점점 矩形波에 接近하였다.

X-Y 記錄器를 利用할 수 있었다면 等伏角線法에 依한 位相軌道를 相似型 電子計算機로부터 보다 쉽게 얻을 수 있었을 것이다.

또한 “터널·다이오드”의 負抵抗特性을 利用한 高周波發生器의 動作에 있어 α 의 變化에 따르는 影響을 計數型 電子計算機로 解析한다면 有益한 結果를 얻을 것으로 展望된다.

VII. 謝 意

本研究은 延世大學校에 支給된 文教部研究助成費에 依해서 補助된 것으로 關係當局에 深甚한 謝意를 表한다.



附圖 延世 101 相似型 電子計算機

- | | | |
|-------------|----------------|-----------------|
| ① 直流增幅器 (1) | ⑦ Null 電壓計 | ⑬ 電子管乘算器用 電源供給器 |
| ② " (2) | ⑧ 制 御 盤 | ⑭ 二極管函數發生器 (1) |
| ③ " (3) | ⑨ 係數 "포텐시오"問題盤 | ⑮ " (2) |
| ④ " (4) | ⑩ 初期條件 電壓供給器 | ⑯ " (3) |
| ⑤ 電源(調整部) | ⑪ 週期再設定器 | ⑰ "외보"乘算器 |
| ⑥ 電源(整流用) | ⑫ 電子管乘算器 | |

參 考 文 獻

1. Connelly & Rodger; Analog Computation Engineering Design, McGraw-Hill, New York, 1960, pp. 145~50
2. Fifer, Stanley; Analog Computation Vol. II McGraw-Hill, New York, 1961, pp 362~8
3. Fifer, Edward; The Period & Amplitude of the Vanver Pol Limit Cycle, J. Appl. Phys., 25, 1954, pp. 273~4
4. Graham & McRuer; Analysis of Nonlinear Control Systems, Johnwiley & Sons, New York, 1961,
5. J. Shohat; On Van der Pol's & Related Nonlinear Differential Equations
J. Appl. Phys., 15, 1944, pp.568~78
6. Shinnars, Stanley M.; Control System Design John Wiley & Sons, New York, 1964, pp.267~86
7. Struble, Raimond A.; Nonlinear Differential Equations McGraw-Hill, New York, 1961, pp.236~39
8. 韓萬春; 延世 101 Analog Computer 의 發展, 延世論叢, 第4輯, 1966.
9. 韓萬春·朴相禧; 相似型電子計算機用 時分割電子乘算器의 考察
大韓電氣學會誌, 第14, 2號 1965.