

프로그램을 學習 補助敎具로 使用했을 때의 效果 (2)

金 永 奉

VI. 프로그램 學習의 效果

이 章에서는 本 研究의 核心인 實驗 結果를 分析 考察해 봄으로써, 이미 設定해 놓은 바 있는 假說을 檢證해 보고자 한다.

1. 學習 成績의 平均値로 본 效果

우선 準據檢査에 의한 學習 成績의 平均値로 볼 때 프로그램을 學習의 補助敎具로서 使用했을 때와 그렇지 않은 경우에 있어 學習 成績 平均値에 어떠한 差異가 있는가 檢證해 보려고 한다.

表 2. 學習 成績의 平均値로 본 結果

X 檢査(統制尺度) 1 學期 數學 綜合 成績
 Y₁ 檢査(準據尺度)
 Y₂ 檢査(準據尺度)

集團別	檢査別	男		女	
		統制群 (1~3)	實驗群 (1~4)	統制群 (1~6)	實驗群 (1~7)
全體	X	73.1	68.2	58.0	55.1
	Y ₁	62.1	60.0	40.0	40.1
	Y ₂	68.2	68.9	58.8	59.0
上集團	X	85.8	81.6	75.3	74.1
	Y ₁	73.2	70.0	56.0	58.0
	Y ₂	81.7	76.5	68.8	65.0
中集團	X	73.8	69.7	57.4	53.6
	Y ₁	57.9	61.0	35.8	38.0
	Y ₂	64.0	66.8	55.4	57.2
下集團	X	59.0	53.1	40.3	34.7
	Y ₁	55.0	49.2	27.6	24.5
	Y ₂	58.5	63.5	51.7	54.6

㉞ 全體的 傾向

① 男學生의 경우

위 표에서 統制尺度인 X 檢査의 結果를 보면 統制群이 實驗群보다 一學期 綜合 平均値가 5.1 만큼 높다.

本人은 프로그램을 學習 補助敎具로서 使用하면 틀림 없이 意味 있게 平均値가 높아질 것이라는 確信이 事前에 있었다. 그렇기 때문에 平均이 낮은 班을 實驗群으로 擇했던 것이다. 이것은 女學生의 경우에서도 마찬가지이다. 準據尺度로서 Y₁ 檢査의 結果를 보면 統制群이 實驗群보다 平均値가 2.1 만큼 높다. 그러나 X 檢査에서 統制群이 實驗群보다 5.1 만큼 높은 데 比하면 그 差가 무려 3 만큼 좁아진 것이다. 또 準據尺度로서 Y₂ 檢査의 結果를 보면 統制群이 實驗群보다 平均値가 오히려 0.7 만큼 낮아졌다.

이상과 같이 프로그램을 學習 補助敎具로서 使用하였을 때가 그렇지 않은 경우보다 學習 成績의 平均値로 볼 때 效果가 더 좋은 것으로 보여진다.

② 女學生의 경우

위 표에서 統制尺度인 X 檢査의 結果를 보면 統制群이 實驗群보다 一學期 數學 綜合 平均値가 2.9 만큼 높다. 그러나 準據尺度로서 Y₁ 檢査의 結果를 보면 統制群이 實驗群보다 오히려 0.1 만큼 낮고, 準據尺度로서 Y₂ 檢査의 結果를 보면 統制群이 實驗群보다 역시 0.2 만큼 낮다.

이상과 같이 프로그램을 學習 補助敎具로서 使用했을 때가 그렇지 않은 경우보다 學習 成績의 平均値로 볼 때 效果가 더 좋은 것으로 생각된다.

③ 綜合的 結果

프로그램을 學習 補助敎具로서 使用했을 때가

그렇지 않은 一齊授業보다 學習成績의 平均値가 男學生이 4.4, 女學生이 3.1 만큼 높아졌다고 볼 수 있다.

統制尺度인 X 검사에서는 統制群과 實驗群의 平均値의 差異가 男學生은 5.1, 女學生은 2.9 로 되어 있다. 만일 이것이 우연히 생긴 差라고 생각할 수 있다면, 위에서 말한 平均値의 差 4.4 와 3.1 도 意味가 없는 것이고, 우연에 의해서 생긴 것이라고 생각할 수도 있다. 그러나 X 검사에서 統制群이 實驗群보다 平均値가 男女 學生 모두 各各 5.1, 2.9 만큼 높다는 것은 세번 實施한 試驗結果에서 모두 그와 같은 差異가 있었던 것이다. 따라서, X 검사에서의 平均値의 差異가 5.1, 2.9 라고 하는 것은 우연히 생긴 것이 아니고 意味가 있는 差라고 말할 수 있다. 그렇기 때문에 準據檢査에서 나온 平均値의 差 4.4 와 3.1 은 모두 意味 있는 數字라고 斷言할 수 있겠다.

以上の 檢證에서 「學習成績의 平均値로 볼 때 프로그램을 學習補助敎具로 使用했을 때가 一齊授業 效果보다 더 좋을 것」이라는 假說 ①은 肯定된 셈이다.

④ 能力 集團別 傾向

위에서 살펴 본 實驗學級全體의 傾向에 이어 다음에는 能力 集團別(이것은 數學綜合成績, 即 X 檢査에 의하여 上, 中, 下로 分類한 것임. 前號表 1 參照)로 본 두 實驗要因間의 學習成績平均値의 差異를 檢證해 보기로 한다.

(i) 上集團의 結果

① 男學生의 경우

X 검사에서는 統制群이 實驗群보다 平均이 4.2 點 높은 데 對해서 Y₁ 검사에서는 統制群이 實驗群보다 3.2 點 높고, Y₂ 검사에서도 統制群이 實驗群보다 5.2 點 높다. 그러므로, 「學習成績의 平均値로 볼 때 프로그램을 學習補助敎具로서 使用했을 때가 그렇지 않은 경우보다 上集團에서도 좋을 것」이라는 假說은 否定된 셈이다.

② 女學生의 경우

X 검사에서는 統制群이 實驗群보다 平均値가 1.2 點 높은 데 對해서 Y₁ 검사에서는 統制群이 實驗群보다 2 點 낮고, Y₂ 검사에서는 統制群이 實驗群보다 3.6 點 높다. 따라서 實驗群의 學習成

績 平均値가 더 높아졌다고는 말할 수 없겠다. 그러므로 「學習成績의 平均値로 볼 때 프로그램을 學習補助敎具로서 使用했을 때가 그렇지 않은 경우보다 上集團에서도 좋을 것」이라는 假說은 否定된 셈이다.

(ii) 中集團의 結果

① 男學生의 경우

X 검사에서는 統制群이 實驗群보다 平均値가 4.1 點 높은 데 對하여, Y₁ 검사와 Y₂ 검사에서는 統制群이 實驗群보다 各各 3.1 點, 2.8 點 낮다. 그러므로, 「學習成績의 平均値로 볼 때 프로그램을 學習補助敎具로 使用했을 때가 그렇지 않은 경우보다 中集團에서도 좋을 것」이라는 假說은 肯定된 셈이다.

② 女學生의 경우

X 검사에서는 統制群이 實驗群보다 平均値가 3.8 點 높은 데 對하여 Y₁ 검사, Y₂ 검사에서는 統制群이 實驗群보다 各各 2.2 點, 1.8 點이 낮다. 그러므로, 「學習成績의 平均値로 볼 때 프로그램을 學習補助敎具로 使用했을 때가 그렇지 않은 경우보다 中集團에서도 좋을 것」이라는 假說은 肯定된 셈이다.

(iii) 下集團의 結果

① 男學生의 경우

X 검사에서는 統制群이 實驗群보다 平均이 5.9 點 높은 데 對하여 Y₁ 검사에서는 統制群이 實驗群보다 1 點 밖에 높지 못하고, Y₂ 검사에서는 오히려 1 點이 낮다. 그러므로, 「學習成績의 平均値로 볼 때 프로그램을 學習補助敎具로 使用했을 때가 그렇지 않은 경우보다 下集團에서도 좋을 것」이라는 假說은 肯定된 셈이다.

② 女學生의 경우

X 검사에서는 統制群이 實驗群보다 平均値가 5.6 點이 높은 데 對해서 Y₁ 검사에서는 統制群이 實驗群보다 3.1 點 밖에 높지 못하고 Y₂ 검사에서는 오히려 2.9 點이 낮다. 그러므로, 「學習成績의 平均値로 볼 때 프로그램을 學習補助敎具로 使用했을 때가 그렇지 않은 경우보다 下集團에서도 좋을 것」이라는 假說은 肯定된 셈이다.

(iv) 綜合的 結果

以上の 考察에서 얻은 바는, 프로그램을 學習

補助敎具로서 使用했을 때 平均值는 上集團을 除外한 中集團, 下集團에서 意味 있는 上昇이 있다는 點이다. 그러므로, 「學習成績의 平均值로 볼 때 프로그램을 學習 補助敎具로 使用했을 때가 어떠한 能力 集團(上集團, 中集團, 下集團)에서도 그 效果가 一齊授業에서보다 더 좋을 것」이라는 假說 ②는 否定된 셈이다.

2. 標準偏差의 差로 본 效果

지금까지는 實驗後 平均의 差로 보았을 때의 各 實驗 要因別 學習 效果를 比較해 보았거니와 이제 여기서는 變量의 標準偏差로 實驗 要因別 學習 效果를 比較 檢討해 보고자 한다.

表 3. 學習 成績의 標準偏差

檢 査 別	男		女	
	統制群	實驗群	統制群	實驗群
X	12.4	13.4	16.0	17.9
Y ₁	20.2	14.8	19.7	16.4
Y ₂	25.8	23.1	22.6	20.0

① 男學生의 경우

統制尺度인 X 검사의 結果는 統制群이 實驗群보다 標準偏差가 1만큼 작다. 그러나 準據尺度로서의 Y₁ 검사, Y₂ 검사는 모두 統制群이 實驗群보다 標準偏差가 各各 5.4, 2.7만큼 더 크다. 그러므로, 「學習 成績의 散布度를 볼 때 프로그램을 學習 補助敎具로서 使用했을 때가 一齊授業에 比하여 個人差의 範圍가 작아질 것」이라는 假說 ③은 肯定된 셈이다.

② 女學生의 경우

統制尺度로서의 X 검사의 結果는 統制群이 實驗群보다 標準偏差가 1.9만큼 작다. 그러나, 準據尺度로서의 Y₁ 검사, Y₂ 검사는 모두 統制群이 實驗群보다 標準偏差가 各各 3.3, 2.6만큼 더 크다. 그러므로, 「學習 成績의 散布度를 볼 때 프로그램을 學習 補助敎具로서 使用했을 때가 一齊授業에 比하여 個人差의 範圍가 작아질 것」이라는 假說 ③은 肯定된 셈이다.

③ 綜合的 結果

以上으로써 두 實驗要因間에 있어 變量의 差

의 程度를 比較해 보았다.

그 結果는 男學生이나 女學生을 막론하고 프로그램을 學習 補助敎具로서 使用했을 때가 個人差의 範圍가 意味있게 좁아지는 것을 알 수 있다. 그러므로, 「프로그램을 學習 補助敎具로서 使用했을 때가 一齊授業에 比하여 個人差의 範圍가 작아질 것」이라는 假說 ③은 肯定된 셈이다.

3. 學習 所要時間으로 본 效果

지금까지는 프로그램을 學習 補助敎具로서 使用했을 때와 그렇지 않은 경우에 있어서 學習 成績의 平均值와 標準偏差의 差異를 比較해 보았다. 이제 한 걸음 더 나아가 이들 學習에 있어서 個個 學生의 學習 所要時間에는 어느 程度의 差異가 있는가를 살펴 보자.

(i) 첫번째 프로그램 學習에 所要된 時間

① 男學生의 경우

제일 빨리 한 학생이 13분간에 했고, 제일 느린 학생이 34분간 걸렸다. 平均 所要時間은 約 22분 정도였다.

② 女學生의 경우

제일 빠른 학생이 13분간에 했고, 제일 느린 학생이 36분간 걸렸다. 平均 所要時間은 約 25분 정도였다.

(ii) 두번째 프로그램 學習에 所要된 時間

① 男學生의 경우

제일 빠른 학생이 11분간에 했고, 제일 느린 학생이 36분간 마쳤다. 平均 所要時間은 約 22분 정도였다.

② 女學生의 경우

제일 빠른 학생이 11분간에 했고, 제일 느린 학생이 34분간에 마쳤다. 平均 所要時間은 約 22분 정도였다.

(iii) 綜合的 結果

프로그램 學習을 하는 데 있어서 學習 所要時間에다가, 프로그램을 나누어 주는 데 걸리는 時間과 學習 內容 整理에 소요되는 時間(約 8분간)을 합치면, 첫번째 實施에서는 約 32분 정도 걸렸다. 두번째 實施에서는 約 30분 정도 걸렸다.

以上의 結果로 볼 때 每時間의 프로그램의 step

수효와 難易度에 따라 그 所要時間에 若干의 起伏이 예상되나, 이 實驗에서는 全體의 平均 所要時間이 約 32分 정도밖에 되지 않았다. 이러한 內容을 一齊授業에서는 學生 個個人的 能力이나 學習의 速度差에는 關係없이 누구나 同時에 같은 內容을 同一한 時間條件下에서 進行되는 것이 通例로 되어 있다. 따라서 授業時間도 50分이 되는 셈이다. 이렇게 볼 때, 프로그램을 學習補助 敎具로서 使用함으로써 1/3의 學習 所要時間이 短縮되었다고 할 수 있다. 그러므로, 「프로그램 學習은 一齊授業에 比하여 學習時間이 短縮될 것」이라는 假說 ④는 肯定된 셈이다.

V. 結 論

이미 앞 章에서 假說 檢證을 詳細히 했기 때문에 本 章에서는 간단히 끝맺고자 한다.

本人은 프로그램을 學習 補助敎具로서 적절히 使用하면 틀림 없이 좋은 效果를 볼 수 있다는 確信이 있었기 때문에, 男女 各各 2個班 中에서 優秀하지 못한 班을 實驗群으로 擇했던 것이다. 實驗 結果는 4個의 假說 가운데 하나만 否定되고 모두 肯定되었다. 그러나 否定된 假說 ②도 部分的으로 否定되었지 全體가 否定된 것은 아니다. 왜냐하면, 「學習成績의 平均値로 볼 때 프로그램을 學習 補助敎具로 使用했을 때가 어떠한 能力 集團(上集團, 中集團, 下集團)에서도 그 效果가 一齊授業에서보다 더 좋을 것」이라는 것이 假說 ②인데 檢證 結果는 프로그램을 學習 補助敎具로 使用했을 때 學習成績의 平均値는 上集團을 除外한 中集團, 下集團에서 意味 있는 上昇이 있다고 밝혀졌기 때문이다. 假說의 檢證에서 肯定을 본 內容은 다음과 같다.

프로그램을 學習 補助敎具로서 使用하므로 傳統의인 一齊授業보다 學習 平均値에 있어 意味있

는 效果를 보았고, 또 學生 個人差의 範圍도 좁아졌으며, 뿐만 아니라 學習 所要時間이 短縮되었다 하는 點이다. 우리는 잘 가르치는데 아이 들만의 缺陷으로 現在의 상태에 이르고 있는가 깊이 생각해 볼 문제이다. 오히려 學習 技術의 缺陷에 있지 않을까 하는 생각이 든다. 學習 技術의 擴張 및 改善의 時期는 빠르면 빠를수록 좋겠다. 基本的 原理의 깊은 理解가 없이는 참된 數學 工夫는 이루어지지 않는다. 여러 科目中에 가장 進遲兒가 많은 것이 數學이다. 이들은 基礎 實力이 없기 때문이다. 이들을 救濟할 수 있는 方法中의 하나가 프로그램 學習이라고 생각한다. 왜냐하면 基本的 原理를 깊고 넓게 理解시키는 데에는 프로그램 學習이 가장 좋다고 생각하기 때문이다.

또, 프로그램을 學習 補助敎具로 使用할 때 學習 所要時間이 部分的이기는 하지만 約 1/3 만큼 短縮되었다. 이 事實은 重要的 意義를 갖고 있는 것이다. 왜냐하면 오늘날 數學에 있어서의 急進的 發達은 限定된 時間에 많은 分量의 것을 소화시켜야만 된다. 어떻게 現代數學을 빨리 理解시키느냐가 數學敎育의 큰 課題로 되어 있기 때문이다.

數學敎育의 改善 및 科學化는 프로그램을 學習 補助敎具로 使用함으로써 어느정도 이루어지지 않을까 생각된다. 따라서, 指導敎師가 學習 內容에 따라 프로그램으로 해야 좋은 學習內容이면 언제고 수시로 選擇해서 할 수 있도록 各分野의 莫大한 量의 프로그램 敎材가 準備되어 있어야겠다. 물론 莫大한 量의 優秀한 프로그램 敎材를 準備한다는 것이 쉬운 일이 아니다. 그러나, 敎育技術의 開發과 利用을 위한 可能性을 開拓해 나가는 데 우리는 應分의 努力을 아끼지 말아야 할 줄로 안다. (서울師大附高)

<附 錄> (프로그램 教材의 例)

Program 학습(첫번째)

※ 여러분들은 선생님의 강의로부터 근과 계수와의 관계가 무엇이라는 것을 처음으로 알았을 것이다. 다시 한 번 복습해서 알찬 실력을 쌓아보자.

	<p>(1) 2차 방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라고 하면</p> $\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ <p>이다. 여기서 $\alpha + \beta$의 값을 생각해 보면 간단한 것이 된다는 것을 알 것이다.</p> $\alpha + \beta = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{\square}{a}$
b	<p>(2) 위에서 $\alpha\beta$의 값도 간단한 것이 된다.</p> $\text{곧, } \alpha\beta = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1}{4a^2} \{(-b)^2 - (\sqrt{b^2 - 4ac})^2\} = \frac{\square}{a}$
c	<p>(3) $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)</p> <p>의 두 근의 합은 \square이고, 곱은 $\frac{c}{a}$로 표시된다는 것이 근과 계수와의 관계이다. 꼭 암기해 두자.</p>
$-\frac{b}{a}$	<p>(4) 두 근의 $\left. \begin{array}{l} \text{합이 } -\frac{b}{a} \\ \text{곱이 } \frac{c}{a} \end{array} \right\}$ 라는 것은 다음 중 어느 방정식으로부터 나온 것인가? \square번</p> <p>① $ax^2+bx+c=0$ ② $ax^2+bx=c$ ③ $ax^2-bx-c=0$ ④ $ax^2+bx+c=0$</p>
④	<p>(5) 2차방정식 $px^2+qx+r=0$에서 두 근을 α, β라고 할 때 $\alpha + \beta = \square$</p>
$-\frac{q}{p}$	<p>(6) 또 $\alpha \cdot \beta = \frac{r}{\square}$이다.</p>
p	<p>(7) $3x^2+2x+5=0$에서 두 근의 합과 곱은 근과 계수와의 관계를 사용하면 쉽게 구할 수 있다.</p> <p>곧, 두 근의 합은 \square이고, 곱은 \square이 된다.</p>
$-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$	<p>(8) $2x^2-3x-7=0$과 $ax^2+bx+c=0$이 전혀 똑 같은 방정식이라고 하면 $a=2, b=-3, c=\square$이다.</p>
-7	<p>(9) 그러면 위에서 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$에 의하여</p> <p>곧, $-\frac{b}{a} = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2}$이고, 곱은 $\frac{c}{a}$에 의하여 \square이다.</p>
$-\frac{7}{2}$	<p>(10) $3x^2-7x+1=0$의 두 근의 합은 \square이다.</p>
$\frac{7}{3}$	<p>(11) $x^2-3x-5=0$의 두 근의 곱은 \square이다.</p>

-5	(12) 2차 방정식 $cx^2+dx+e=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때 $\alpha+\beta=\square$ 이고,
$-\frac{d}{c}$	(13) 또, $\alpha\beta=\square$ 이다.
$\frac{e}{c}$	(14) 2차 방정식 $ax^2-bx-c=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때 다음을 구하라. (hint: $ax^2+(-b)x+(-c)=0$ 로 변형) $\alpha+\beta=\square$ 이고,
$\frac{b}{a}$	(15) 또 $\alpha\beta=\square$ 이다.
$-\frac{c}{a}$	(16) 앞 문제에서 몇 학생이 틀린 것 같으므로 같이 생각해 보자. 2차 방정식 $px^2-qx-r=0$ 의 두 근의 합과 곱을 옮겨 구하려면 $px^2-qx-r=0$ 와 $ax^2+bx+c=0$ 이 전혀 똑 같은 방정식이라고 생각하고 두 근의 합 $-\frac{b}{a}$ 는 $-\frac{-q}{p}$ 로 나타내고, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로 $\frac{\square}{p}$ 로 나타내면 된다.
-r	(17) $-2x^2+7-5x=0$ 에서 두 근의 합과 곱을 구해 보자. 좌변을 내림차순으로 정돈하여 구한다. 곧, $-2x^2-5x+7=0$ 로 변형하고 구하면, 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}=-\frac{-5}{\square}$, 곱은 $\frac{c}{a}=\square$ 이다.
-2, $-\frac{7}{2}$	(18) (18)~(20)까지의 방정식에서 두 근의 합과 곱을 구하라. $5x^2-17=0$ 에서 두 근의 합은 \square 이다. 또, 두 근의 곱은 \square 이다. [hint: $5x^2+0x-17=0$]
0 ($\because -\frac{b}{a}=-\frac{0}{5}$) $-\frac{17}{5}$	(19) $2x^2+0.8=1.9x$ 에서 두 근의 합은 \square 이고, 두 근의 곱은 \square 이다. [hint: $2x^2-1.9x+0.8=0$ 로 변형해서 할 것]
$\frac{19}{20}, 0.4$	(20) $11-x=4x^2$ 에서 두 근의 합과 곱을 각각 구하라.
합 $-\frac{1}{4}$ 곱 $-\frac{11}{4}$	(21) 근과 계수와의 관계를 이용해서 2차식 ax^2+bx+c 를 인수분해 해 보자. $ax^2+bx+c=a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a})$ 로 변형하고, 한편 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 근과 계수와의 관계에 의하여 $\frac{b}{a}=-\square, \frac{c}{a}=\alpha\beta$ 이다.
$\alpha+\beta$	(22) 그러면 $ax^2+bx+c=a\{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\}=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 로 인수분해 된다. 이상을 요약하면 ax^2+bx+c 를 인수분해 하려고 할 때 잘 되지 않으면 한 방법으로 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 구한다. 그 근을 α, β 라고 하자. 그러면 $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)\dots\dots\dots$ ① 로 쓸 수 있다는 것이다. ① 식을 암기해 두어야 한다. px^2+qx+r 를 인수분해 하려고 한다. $px^2+qx+r=0$ 의 두 근을 α_1, β_1 이라고 하자.

	그러면 $px^2+qx+r=\square(x-\alpha_1)(x-\beta_1)$
p	(23) $\square x^2+nx+k=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때 $\square x^2+nx+k=m(x-\alpha)(x-\beta)$ 이다.
m m	(24) $hx^2+ix+k=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때 $hx^2+ix+k=h(x-\square)(x-\beta)$ 로 인수분해 된다.
α	(25) $6x^2-23x+20=0$ 의 두 근이 $\frac{5}{2}, \frac{4}{3}$ 이다. 그러면 $6x^2-23x+20$ 은 다음과 같이 인수분해 된다. 곧, $6x^2-23x+20=\square(x-\frac{5}{2})(x-\frac{4}{3})$
6	(26) 위에서 $6(x-\frac{5}{2})(x-\frac{4}{3})$ 를 보통 다음과 같이 하여 최종 모범답안으로 하는 경우가 많다. $6(x-\frac{5}{2})(x-\frac{4}{3})=2(x-\frac{5}{2})(x-\frac{4}{3})\times 3=(2x-5)(3x-4)$ 위에서와 동일한 방법으로 $12x^2+14x-10$ 을 인수분해 하라. 단, $12x^2+14x-10=0$ 의 두 근은 $\frac{1}{2}$ 과 $-\frac{5}{3}$ 이다.
답 $2(2x-1)(3x+5)$ $\therefore 12x^2+14x-10$ $=12(x-\frac{1}{2})(x+\frac{5}{3})$ $=2\times 2(x-\frac{1}{2})$ $\times 3(x+\frac{5}{3})$	(27) $6x^2+25x+25$ 을 인수분해 하라. 단, $6x^2+25x+25=0$ 의 두 근은 $-\frac{5}{2}$ 와 $-\frac{5}{3}$
답 $(2x+5)(3x+5)$ $\therefore 6x^2+25x+25$ $=6(x+\frac{5}{2})(x+\frac{5}{3})$ $=2(x+\frac{5}{2})(x+\frac{5}{3})\times 3$	(28) $48x^2-54x+15$ 를 인수분해 하라.
답 $3(2x-1)(8x-5)$ $\therefore 48x^2-54x+15=0$ 의 두 근을 구하면 $3(2x-1)(8x-5)=0$ $x=\frac{1}{2}$ or $\frac{5}{8}$ $\therefore 48x^2-54x+15$ $=48(x-\frac{1}{2})(x-\frac{5}{8})$ $=3(2x-1)(8x-5)$	

Program 학습 (두번째)

◎ 이 시간에는 충분조건에 대해서 공부하고자 한다.

어느 명제가 성립할 때 그 명제의 대우는 반드시 성립한다는 것은 이미 배웠으므로 여기서는 그의 설명을 중복하지 않고 생각한다.

모두 아는 바와 같이 필요라는 뜻은 “없어서는 안되는 것”을 의미하고, 충분이란 “부족함이 없는 것”을 뜻한다.

	<p>(1) 다음 명제가 모두 성립한다고 가정하자. 「A이면 B이다. C이면 D이다. E이면 B이다.」</p> <p>여기에서 B라는 사실이 성립하기 위해서 A라는 조건이 꼭 필요하다고 생각합니까? 즉 B가 성립하기 위해서 조건 A가 없어서는 안된다고 생각합니까? 그렇지 않습니다. B가 성립하기 위해서 A라는 조건이 있어도 되고, E라는 조건이 있어도 됩니다. 따라서 B가 성립하기 위해서 A라는 조건만이 꼭 ()한 것은 아닙니다. ① 필요 ② 충분</p>
①	<p>(2) Q가 성립하려면 조건 P가 없어서는 안될 때, P를 Q가 성립하기 위한 () 조건이라고 한다.</p>
필요	<p>(3) (1)번에서 명제 「A이면 B이다. E이면 B이다.」가 성립한다고 했다. 따라서, A가 성립하기 위해서 A가 없어서는 안되는 않지만, B가 성립하기 위해서 조건 A만으로 충분하고 또 조건 E만으로도 충분히 B가 성립될 수 있다. 즉 B가 성립하기 위해서 조건 A가 부족되는 점이 전혀 없다. 그러므로, 조건 A는 B가 성립하기 위한 ()조건이다. ①필요 ②충분</p>
②	<p>(4) 다시 말해서 부족함이 없이 충분한 조건을 ()조건이라 하고, 그것만이 꼭 필요하므로 없어서는 안될 조건을 ()조건이라고 한다.</p>
충분 필요	<p>(5) 충분조건인가, 필요조건인가 가려내는 실제 문제의 해결을 위해서 좀 더 연구해 보자. 「A이면 B이다.」라는 명제가 성립한다고 하자. B가 성립하기 위해서 조건 A가 충분하지 않다고 생각되는가? B가 성립하기 위해서 조건 A는 충분 조건임에 틀림없다. 「△이면 □이다.」라는 명제가 분립한다고 하자. 그러면 △는 □가 성립하기 위한 무슨 조건인가?</p>
충분	<p>(6) 「A이면 B이다.」를 기호로 다음과 같이 간단히 표시한다. $A \rightarrow B$ 명제 $A \rightarrow B$가 성립할 때, B는 A가 성립하기 위한 필요한 조건이 된다고 한다. 그 이유를 설명하겠다. 어느 명제가 성립할 때 그의 대우는 반드시 성립하므로 명제 「A이면 B이다.」가 성립하면 그의 대우 「B가 아니면 A가 아니다.」가 반드시 성립한다. 여기서 곧 알 수 있는 것은 B는 A가 성립하기 위해서는 꼭 필요하다는 결론을 내릴 수 있다. (∵ B가 아니면 A가 아니기 때문.) 다음 문제를 생각해 보아라. 명제 「2의 배수가 아니면 짝수가 아니다.」에서 짝수가 되기 위해서는 2의 배수라는 조건은 반드시 ()한 조건이다.</p>
필요	<p>(7) (6)번을 다시 읽어보고 다음을 보아라. 명제 $P \rightarrow Q$가 성립할 때 조건 Q는 P가 성립하기 위한 ()조건이다.</p>
필요	<p>(8) 명제 「□이면 △이다.」가 성립할 때, 조건 △는 □가 성립하기 위한 ()조건이다.</p>

필요	(9) 명제 $h \rightarrow i$ 가 성립할 때 조건 i 는 h 가 성립하기 위한 어떤 조건인가?
필요	(10) 명제 $E \leftarrow F$ (화살표 방향에 의하여 F 이면 E 이다를 의미함)가 성립할 때 E 는 F 가 성립하기 위한 ()조건이다.
필요	(11) 명제 $H \leftarrow G$ 가 성립할 때 H 는 G 가 성립하기 위한 ()조건이다. (주의: 화살표 방향에 주의, 곧 G 이면 H 이다.)
필요	(12) 명제 $A \rightarrow B$ 가 성립할 때 A 는 B 가 성립하기 위한 ()조건이고, B 는 A 가 성립하기 위한 ()조건이다.
충분필요	(13) 따라서, 어느 명제에서 조건 S 가 R 이 성립하기 위한 어떤 조건인가를 알려면 다음과 같이 조사해 보면 된다. 곧, 명제 $S \rightarrow R$ 가 성립한다면 조건 S 는 R 이 성립하기 위한 ()조건이고,
충분	(14) 명제 $S \leftarrow R$ 가 성립하면 S 는 R 이 성립하기 위한 ()조건이 된다.
필요	(15) 명제 $B \rightarrow C$ 가 성립하면 조건 B 는 C 가 성립하기 위한 ()조건이고, 명제 $B \leftarrow C$ 가 성립한다면 조건 B 는 C 가 성립하기 위한 ()조건이다.
충분필요	(16) A 이면 B 이고, 또 이면 A 일 때 기호로써 $A \leftrightarrow B$ 로 간단히 나타낸다. 그러면 명제 $A \leftrightarrow B$ 가 성립할 때 조건 A 는 B 가 성립하기 위한 충분하고 필요한 조건이라는 것을 알 수 있다. 단일 명제 $P \leftrightarrow Q$ 가 성립할 때 \rightarrow 에서 조건 P 는 R 가 성립하기 위한 ()조건이라는 것을 알 수 있고 \leftarrow 에서 조건 P 는 Q 가 성립하기 위한 ()조건이라고 말할 수 있다.
충분필요	(17) $a=b$ 라는 조건은 $a^2=b^2$ 이 성립하기 위한 어떤 조건인가를 생각해 보자. $a=b$ 일 때 $a^2=b^2$ 은 반드시 성립하므로는 $a=b$ 는 ()조건이다.
충분	(18) 위에서 $a^2=b^2$ 일 때 $a=b$ 가 반드시 성립되지는 않는다. $\begin{array}{ccc} \because a^2=b^2 \text{ 이지만 } a \neq b \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 3 \quad -3 \quad \quad 3 \quad -3 \end{array}$ $\therefore a=b$ 는 ()조건은 못된다.
필요	(18) $ab=0$ 은 $a=0$ 이 되기 위한 어떤 조건인가 생각해 보자. $ab=0$ 일 때는 반드시 $a=0$ 은 아니다. $(\because ab=0$ 일 때 2×0 이므로 $2 \neq 0$) $\begin{array}{ccc} \downarrow \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ a \quad b \quad \quad a \end{array}$ $\therefore ab=0$ 은 ()조건이 아니다.
충분	(20) 위에서 $a=0$ 이면 반드시 $ab=0$ 이다. $\therefore ab=0$ 은 ()조건이다.
필요	(22) $a^2+b^2=0$ 은 $a=0, b=0$ 이 되기 위한 어떤 조건인가 생각해 보자 $a^2+b^2=0$ 이면 반드시 $a=0, b=0$ 이 되지는 않는다. $(\because (5i)^2+5^2=0$ 일 때 $5i \neq 0, 5 \neq 0$) $\begin{array}{ccc} \downarrow \quad \downarrow \\ a \quad b \end{array}$ $\therefore a^2+b^2=0$ 은 ()조건이 안된다.
충분	(22) 위에서 $a=0, b=0$ 이면 반드시 $a^2+b^2=0$ 이 성립된다. $\therefore a^2+b^2=0$ 은 ()조건이다.

필요	(23) $a=0, b=0$ 은 $\begin{cases} a^2+b^2=0 \\ a, b \text{는 모두 실수} \end{cases}$ 이 성립하기 위한 () 조건이다.
충분하고도 필요한	(24) $b^2-4ac<0$ 은 2차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 허근을 가지기 위한 () 조건이다.
충분하고도 필요한	(25) $b^2-4ac>0$ 은 2차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 실근을 가지기 위한 () 조건이다.
충분	(26) $a=b$ 는 $a+c=b+c$ 이 되기 위한 무슨 조건인가?
완전 조건	(27) $x=6$ 은 $5x-3=3x+9$ 가 성립하기 위한 무슨 조건인가?
완전 조건	(28) $x>0, y>0$ 은 $x+y>0$ 이 성립하기 위한 어떤 조건인가?
충분 조건	(29) $x=3, y>0$ 은 $2x-y=2$ 가 성립하기 위한 어떤 조건인가?
충분 조건	(30) $x+3>2x$ 은 $x<3$ 이 성립하기 위한 어떤 조건인가?
완전 조건	(32) $x=3$ 은 $x^2-7x+12=0$ 이 성립하기 위한 어떤 조건인가?
충분 조건	(32) $3<x$ 는 $ x >3$ 이 성립하기 위한 () 조건이지 () 조건은 아니다.
충분 조건 필요 조건	(33) $x>2, y>1$ 은 $xy>x+y$ 이 성립하기 위한 어떤 조건인가? ① 필요조건 ② 충분 조건 ③ 아무런 조건도 아님 (hint: $x=2.1, y=1.1$ 과 $x<0, y<0$ 를 생각해 보겠.)
③	

『數學教育』過號案內

各級學校의 算數·數學科 教育課程, 全國 數學 教育 研究大會의 記錄, 새로 制定된 數學 用語, 外國의 數學 教育 現況 및 動向, 數學教育史, 大學入試 數學 問題 懇談會의 記錄, 敎具製作, 各級 學校의 學習指導의 實際 問題點, 새로운 教育理論 및 思想, 教育課程改定의 問題點등 80 여편의 論文 이 실려있는 本會誌『數學教育』의 지난 年度分을 必要로 하는 分은 다음과 같이 申請하기 바랍니다. 申請하실 때에 本會 所定의 對替用紙를 使用하시면 送金料가 별도로 必要없습니다.

區 分	會 員	非 會 員	備 考
第 1 卷 第 1 號~第 3 號	會費 100 圓	每號 50 圓 全卷 150 圓	殘餘 64 部
第 2 卷 第 1 號~第 4 號	會費 200 圓	每號 80 圓 全卷 320 圓	殘餘 111 部
第 3 卷 第 1 號~第 3 號	"	" 全卷 240 圓	殘餘 252 部
第 4 卷 第 1 號~第 3 號	"	" "	殘餘 470 部

※ 再版印刷는 當分間 不可能하므로 殘餘部數外의 예약은 謝絕합니다.

申請處 韓國數學教育會事務局

對替 서울 553 番