

# 暗渠排水의 水理에 關한 考察

## Hydraulics Observations of Sub-surface Drainage

李 培 浩

### Summary

This paper is primarily aimed at helping those engineers understand the hydraulics of sub-surface drainage, who are concerned to drainage engineering in agricultural lands. This consists of five sections, the first section-introduction, the second-hydraulics of tile drainage, the third-determination of tile spacing, the fourth-determination of tile capacity and the fifth-conclusion with a list of references which this paper has been referred to. In the third section several methods of determining tile spacing are presented which are exactly based upon the same theory and an emphasis is especially put on Massland's integrated analysis.

All computations are facilitated by plotted curves provided with here in and also exemplified in the third and fourth sections purposely leading to the better understanding of readers in application of the methods presented.

### I. 緒 論

地下排水의 問題는 目的은 相異하다 하더라도 乾田이나 水溜에서 共히 일어난다. 우리나라에서는 濕地를 開田한 곳은 거의 없으나 地下水位가 높은 低地帶의 田地와 排水가 比較的 좋지 못하 면서 稻作外로 麥作과 其他 田作을 아울러 經營 하고 있는 地域 그리고 除鹽成果가 事業의 成敗 를 가름하다시피하는 干拓地等에서는 地下排水 와 農地의 生産性을 높이는데 있어 關鍵이 되는 問題라 아니 할수 없다. 地下排水가 農地의 生産 性을 改善하는데 奏效할수 있는 條件들을 들면 大略 다음과 같다.

1. 地下水位가 높은 濕地에서 人爲的으로 地下 水位를 低下시킨다.
2. 地下水面 또는 毛管帶가 地面上에 露出된 田地에서는 地面蒸發로 作物의 根入土層內에 鹽 基가 蓄積되므로 地下水面을 低下시켜 毛管水의 滲出을 防止하고 同時에 根入土層內의 通氣를 改 善한다.
3. 干拓地에서는 鹽分의 含量이 높으므로 地下

水位를 低下시켜 深層內 鹽分의 地面滲出을 防止 하고 또한 除鹽水의 地下排水를 加速하여 根入 土層內의 除鹽을 促進한다.

本 論文에서는 性格上 地下排水에 關한 더 具 體的인 問題들을 論할 수 없으나 위의 3個項에 서 들은 問題에 立脚하여 暗渠를 利用한 地下排 水에서 論議될 수 있는 水理學的 諸問題를 不定 流의 理論으로 解說하고 주어진 條件을 다른 暗 渠의 埋沒間隔을 計算하는 方法中에서 몇가지를 紹介하려고 한다.

### II. 暗渠排水의 水理

서로 平行하게 埋設한 暗渠로 流入하는 地下水 流는 水理學的 取扱에 있어 2次元의 흐름으로 다루어 지므로 暗渠의 方向에 直角인 單位 길이 의 橫斷面을 取하여 解析을 進行할 것이다. 解析 에 앞서 前提가 되는 假定으로서 다음과 같은 條 件이 주어진다. 即

1. 地下水의 흐름은 Darcy의 法則을 따른다.
2. 透水層은 均質等方性이다.
3. 動水勾配는 흐름의 軸길이에 따른다.

4. 透水層은 水平한 不透水性의 바닥 위에 깔려이 어렵게 되므로 平均値로 있다.

5. 地下水面이 降下하면 이 部分의 有效空隙의 容積과 같은 量의 물이 排除되고 反對로 上昇하면 새로이 飽水된 部分의 有效空隙의 容積과 같은 量의 물이 空隙內에 流入하여 貯留된다.

以上の 假定에 따라 2次元의 흐름에 對한 連續方程式은 다음과 같이 하여 誘導할수 있다.

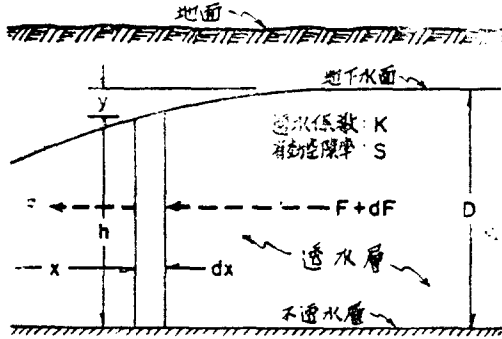


圖 1. 透水층의 一般圖

即 圖 1에서 原點으로부터 距離  $x$ 에 있는 높이  $h$ 인 單位幅을 通하여 單位 時間에 流入하는 水量  $F$ 는

$$F = kh \frac{\partial h}{\partial x} \dots \dots \dots (1)$$

이고  $dx$  떨어진 두 斷面間의 流入量의 増分  $dF$ 는

$$dF = \frac{d}{dx} \left( kh \frac{\partial h}{\partial x} \right) dx$$

$$\text{또는} = k \frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial h}{\partial x} \right) dx \dots \dots \dots (2)$$

그리고  $dF$ 는 水面의 變化와 함께 두 斷面間에 單位時間에 貯留되는 水量과 같을 것이므로

$$k \frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial h}{\partial x} \right) dx = S \frac{\partial h}{\partial t} dx \dots \dots \dots (3)$$

로 連續의 條件이 成立하며 다시 쓰면

$$k \frac{\partial}{\partial x} \left( h \frac{\partial h}{\partial x} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} \dots \dots \dots (4)$$

된다. 이것이 2次元의 地下水흐름에 對한 連續方程式이다.

지금 圖 2에 보인 記號에 따라 式(4)에서  $h$ 를  $(D+h)$ 로 代置하면

$$k \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (D+h) \frac{\partial h}{\partial x} \right\} = S \frac{\partial h}{\partial t} \dots \dots \dots (5)$$

된다. 이것은 非線形方程式으로서 數學的 解析

$$D_0 = D + \frac{H}{2} \dots \dots \dots (6)$$

를 取하여  $(D+h)$ 에 代置하여도 큰 錯誤는 없을 것이다. 그리고

$$\alpha = \frac{kD_0}{S} \dots \dots \dots (7)$$

로 놓고 式(5)를 다시 쓰면 連續方程式은

$$\alpha \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{\partial h}{\partial t} \dots \dots \dots (8)$$

된다. 式(8)의 풀이는 주어진 境界條件에 따라 容易하게 얻을수 있다.

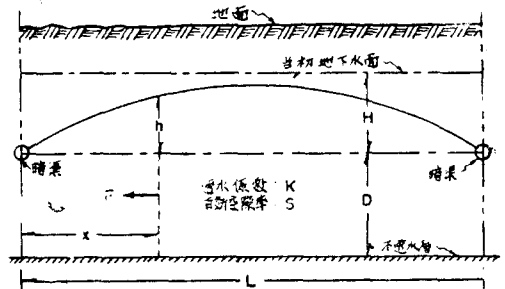


圖 2. 平行으로 埋設된 暗渠

지금 圖 2에 보인 平行으로 埋設된 暗渠에 對하여 다음과 같은 條件이 주어진다.

即  $t > 0$ 에 對하여  $x=0$ 에서  $h=0$

$t > 0$ 에 對하여  $x=L$ 에서  $h=0$

$t=0$ 일때  $0 < x < L$ 에 對하여  $h=H$

式(8)과 위의 初期 및 境界條件을 滿足하는 풀이를 求하기 爲하여

$$h = XT \dots \dots \dots (9)$$

로 놓는다. 여기서  $X$ 와  $T$ 는 各各  $x$ 와  $t$ 만의 函數가 된다. 다음에 式(9)를  $x$ 에 對하여 2次微分하고  $t$ 에 對하여 1次微分하면

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} &= T \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \\ \frac{\partial h}{\partial t} &= X \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

되므로 이것을 式(8)에 代入하면

$$\alpha T \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = X \frac{\partial T}{\partial t} \dots \dots \dots (11)$$

$$\text{또는} \frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = \frac{1}{\alpha T} \frac{dT}{dt} \dots \dots \dots (12)$$

된다. 式(12)의 兩邊은 各各  $x$ 와  $t$ 만의 變數물 지니고 있으므로 어느 常數 即  $-m^2$ 으로 놓을수

있다. 即 右邊에 對하여

$$\frac{1}{\alpha T} \frac{dT}{dt} = -m^2 \dots\dots\dots (13)$$

$$\text{또는 } \frac{dT}{dt} + \alpha m^2 T = 0 \dots\dots\dots (14)$$

되므로 式(14)의 풀이는

$$T = Ae^{-\alpha m^2 t} \dots\dots\dots (15)$$

된다. 式中 A는 任意的 常數이다.

左邊에 對하여도 같은 方法으로

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -m^2 \dots\dots\dots (16)$$

$$\text{또는 } \frac{d^2 X}{dx^2} + m^2 X = 0 \dots\dots\dots (17)$$

이 풀이는

$$X = \sin mx \dots\dots\dots (18)$$

로 주어지므로 式(8)의 풀이는

$$h = Ae^{-m^2 t} \sin mx \dots\dots\dots (19)$$

로 놓을수 있다. 다음에 境界條件에 따라  $t > 0$ 에 對하여  $x=0$  또는  $x=L$ 에서  $h=0$ 을 滿足하려면

$$m = \frac{n}{L} \pi \dots\dots\dots (20)$$

가 되어야 한다. 式中  $n$ 는  $0, 1, 2, \dots$ 의 定數이다.

여기서 式(8)의 풀이는

$$h = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\frac{\alpha n^2 \pi^2 t}{L^2}} \sin \frac{n\pi}{L} x \dots\dots (21)$$

로 놓을수 있으므로 初期條件 即  $t=0$ 일때  $0 < x < L$ 에 對하여  $h=H$ 에 對하여  $t=0$ 에서 式(21)은

$$H = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{n\pi}{L} x \dots\dots\dots (22)$$

로 줄어진다. 지금  $A_n$ 의 값을 決定하기 爲하여

兩邊을  $\sin \frac{m\pi}{L} x$ 로 乘하여  $x=0$ 으로부터  $x=L$ 까지 積分하면

$$\begin{aligned} \int_0^L H \sin \frac{n\pi}{L} x dx &= A_1 \int_0^L \sin \frac{\pi}{L} x \sin \frac{m\pi}{L} x dx \\ &+ A_2 \int_0^L \sin \frac{2\pi}{L} x \sin \frac{m\pi}{L} x dx + \dots \\ &+ A_m \int_0^L \sin \frac{2m\pi}{L} x dx \\ &+ A_{m+1} \int_0^L \sin \frac{(m+1)\pi}{L} x \sin \frac{m\pi}{L} x dx + \dots \end{aligned} \dots\dots (23)$$

된다. 式(23)에서

$$\int_0^L \sin \frac{m\pi}{L} x dx = \frac{2L}{m\pi}; m \text{가 偶數일때}$$

$$\int_0^L \sin \frac{n\pi}{L} x \sin \frac{m\pi}{L} x dx = 0; m \neq n \text{일때}$$

$$\int_0^L \sin^2 \frac{m\pi}{L} x dx = \frac{L}{2} \dots\dots\dots (24)$$

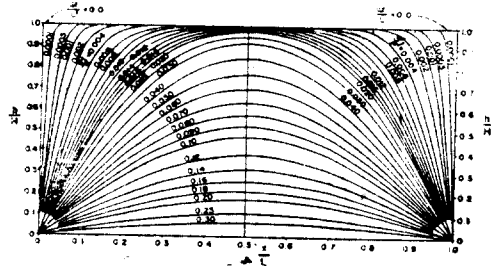


圖 3. 平行한 暗渠에 依한 水面曲線

되므로 式(23)에서  $m$ 가 偶數일때

$$A_m = \frac{H \int_0^L \sin \frac{m\pi}{L} x dx}{\int_0^L \sin^2 \frac{m\pi}{L} x dx} = \frac{4H}{m\pi} \dots\dots (25)$$

로 주어진다. 그러므로 式(21)과 (25)로부터 式(8)과 주어진 初期 및 境界條件을 滿足시키는 풀이는 다음式으로 주어진다.

$$\text{即 } h = \frac{4H}{\pi} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\alpha n^2 \pi^2 t}{L^2}}}{n} \sin \frac{n\pi}{L} x \dots (26)$$

이 式은 排水深  $H$ 가 一時에 加해 졌을때 時間의 經過에 따라 繼續되는 暗渠에로의 排水로 因한 互隣接한 暗渠間의 排水深變化를 나타낸다.

式(26)에 依한 水面曲線은  $\frac{at}{L}$ 의 여러값에 對하여

圖 3에 보인것과 같다. 이들 曲線은 一般化한 水面形態로서 排水期間中에 漸進的으로 變化하는 水面의 모양이라고 할수 있다. 앞에서 微分方程式의 非線形 型態를 避하기 爲하여 平均값을 導入하였으나 이로서도 滿足할만한 結果를 얻을수 없었으며  $H$ 가  $D$ 에 比해 작을때는 가장 좋은 結果가 얻어진다. 그러나 暗渠가 不透水層에 놓인 境遇에 對한 非線形微分方程式의 풀이와 比較해 볼때  $H$ 가  $D$ 에 比해 작은 境遇가 아니더라도 式(26)의 풀이를 거리 錯誤없이 使用할수 있다고 하겠다.

參考로 不透水層上에 埋設한 暗渠에 對하여 S. Boussinesq의 非線形微分方程式의 풀이에 依한 水面曲線을 보이면 圖 4와 같다.

$H$ 가  $D$ 에 比해 작지 않은 境遇에 對하여 더

좋은 결과를 얻기 위해 R. Brooks는 Poincare-Lighthill-Kuo의 방법에 의하여 非線形微分方程式을 處理하고 Haushild와 Kruse에 의하여 提議된 形式의 修正値를 얻었다.

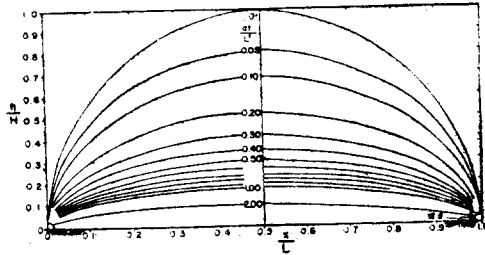


圖 4. 不透水층에 暗渠가 놓인 경우의 水面曲線  
이것에 依하면 式(26)에서 일어난 값을  $h_1$ 이라고 할 때 Brooks의 修正値  $h_2$ 는 다음式으로 주어진다.

$$\text{即 } h_2 = -D + \sqrt{D^2 + (2D+H)h_1} \dots\dots(27)$$

또는  $\frac{h_2}{H} = \frac{D}{H}$

$$\left\{ -1 + \sqrt{1 + \left( 2\frac{H}{D} + \frac{H^2}{D^2} \right) \frac{h_1}{H}} \right\} \dots\dots(28)$$

表 1에서 式(26)에 依한 一次値와 式(27)에 依한 修正値를  $\frac{at}{L^2}$ 의 여러값에 對하여 보이고 있다.

表 1. 式(26)과 (27)에 依한 暗渠의 中間點에서의 水面位置에 對한 一次値  $\frac{h_1}{H}$ 와 修正値  $\frac{h_2}{H}$ 의 比較

時間 days	$\frac{at}{L^2}$	$\frac{h_1}{H}$ *	$\frac{h_2}{H}$ **
0	0	1.000	1.000
1	0.01296	0.998	0.998
2	0.02592	0.940	0.953
3	0.03888	0.850	0.884
4	0.05184	0.755	0.806
5	0.06480	0.670	0.734
6	0.07776	0.590	0.663
7	0.09072	0.520	0.600
8	0.10368	0.460	0.543
9	0.11664	0.400	0.482
10	0.12960	0.355	0.437
11	0.14256	0.310	0.390
12	0.15552	0.276	0.352
13	0.16848	0.240	0.311
14	0.18144	0.215	0.284
15	0.19440	0.190	0.253

表 1은 다음의 條件에 對하여 計算하였다.

即  $H=3.0m, D=3.0m, L=100m,$

$K=0.00005m/sec, S=0.15$

$D_a = \left( D + \frac{H}{2} \right) = 4.5m$

$\alpha = \frac{KD_a}{S} = \frac{(0.00005)(4.5)}{0.15} = 0.0015m^2/sec$

$t=1 \text{ day} = 86,400 \text{ sec}$

$\frac{at}{L^2} = \frac{(0.0015)(86,400)}{(10,000)} = 0.01296$

\*  $h_1/H$ 의 값은 圖 3에서  $x=L/2$ 에 對하여, 읽은 것임.

\*\* 式(27)을 變形한 다음 式에서 計算한 것임.

$$\frac{h_2}{H} = \frac{D}{H} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \left( 2\frac{H}{D} + \frac{H^2}{D^2} \right) \frac{h_1}{H}} \right\}$$

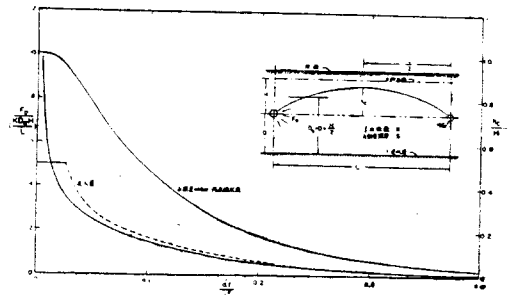


圖 5. 平行하게 埋設한 暗渠 排水狀態

排水는 近接한 두 暗渠의 中間點에서 가장 느린데 이 中間點에서 當初排水深  $H$ 에 對한 殘餘排水深  $h$ 의 比  $h/H$ 는 圖 5에 보인것과 같다. 이 比는 排水流가 一方向以上인 때는 매우 重要한 구실을 한다. 暗渠를 直交二方向 即  $x$  및  $z$  方向으로 埋設한 境遇에는 式(8)은

$$\alpha \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial h}{\partial t} \dots\dots(27)$$

로 다시 쓸수 있다. 지금  $h_1$ 과  $h_2$ 를 各各

$$\alpha \frac{\partial^2 h_1}{\partial x^2} = \frac{\partial h_1}{\partial t} \dots\dots(28)$$

와  $\alpha \frac{\partial^2 h_2}{\partial z^2} = \frac{\partial h_2}{\partial t} \dots\dots(29)$

의 곱이라고 한다면  $h=h_1 \cdot h_2$ 는 式(10)의 곱이 된다. 이 關係式은 相乘法則이 라고 하며 이에 依하여 二次元의 흐름을 別個의 2個 一次元의 흐름으로서 다룰수 있게 된다.

다음에 暗渠로 流入하는 一側의 流入量은 Darcy의 法則에 따라

$$F_0 = KD_0 \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)_{x=0} \text{ 또는 } x=L \quad (30)$$

로 쓸수 있으며 式(26)을  $x$ 에 對하여 微分하여 代入하면

$$F_0 = \frac{4KD_a H}{L} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{n^2 \pi^2 \alpha t}{L^2} \dots (31)$$

로 얻어진다. 式(31)의 關係는 圖 5에 함께 주어져 있으며 이 曲線을 쓰면 暗渠의 크기를 便利하게 決定할수 있다. 暗渠를 不透水層上 또는 이 層위로 매우 가깝게 埋設한 境遇에 一側에서 暗渠로 流入하는 流量은 圖 4의 水面曲線으로 表示되는 J. Boussinesq의 數式에 依하여

$$q = \frac{2Kh_{ci}^2}{L} \dots (32)$$

로 주어진다.  $h_{ci}$ 는 時間  $t$ 에서 隣接한 두 暗渠의 中間點에서의 殘餘排水深이다.

式(26)으로부터 誘導한 式(31)의 暗渠內 流入量은 事實上 本 論文의 머리에서 前提한 假定에 따라 (Dupuit-Forchheimer의 假說) 動水勾配가 單位 1에 비해 작을때 限하여 有效하다고 하겠다. 式(26)에 依하면 排水初期인  $t=0$ 에서  $x=0$ 과  $x=L$ 에서의 動水勾配는 無限大로 되어 前述한 假定을 철선 벗어남과 同時에 暗渠의 周圍에서 매우 높은 流入量이 豫想된다. 그러나 實際에 있어서 暗渠의 周圍에서는 흐름의 集中으로 因한 局所的인 抵抗이 實在하므로 初期流入量은 適切하게 調整되어 理論上의 높은 流入量에 對하여 重要視할 必要는 없는 것이다.

暗渠의 初期排水期間에는 前述한 局所抵抗에 依한 制限으로 相當한 時間 即  $t_L$  동안에는 實際 流入量이 限定流量  $F_L$ 를 維持하게 되므로 以後의 流入量에는 相當한 遲滯現狀이 나타나며 이로 因하여 流入量의 時間的 變化는 圖 5에 보인 流入量曲線과는 相異한 結果를 가져온다.

初期排水期間의 限定流入量으로 因한 遲滯現狀으로 나타나는 流入量의 變化를 把握하는데는 다음과 같은 假定으로부터 始作한다. 即 排水初期의 局所抵抗으로 因한 限定流入量  $F_L$ 가 相當한 時間 即  $t_L$  동안 維持한다고 할때  $t_L$  時間 동안에 暗渠로 流入하는 總水量은 局所抵抗을 無視한 境遇에 流入量이  $F_L$ 로 될때까지 暗渠로 流入하게 되는 總水量과 같고  $t_L$ 以後의 流入量은 圖에서 보인것과 같이 流入量曲線을 流入量이 全量 包含

되도록 右側으로 移動시켜서 求할수 있다. 圖 6에서 斜線을 친 部分의 面積은 局所抵抗이 없는 境遇에 時間  $t_e$ 까지에 排出되는 水量을 나타내고 있다.

排水循環過程의 初期段階는 水面降下 直後의 堤防內 貯留水의 初期流出과 같은 것으로 생각할수 있으므로 暗渠의 初期流入水量을

$$F_L t_L = HS \sqrt{\frac{4\alpha t_e}{\pi}} \dots (33)$$

로 놓으면 이 關係式은 排水結果가 隣接한 두 暗渠의 中間點에서 나타날때까지는 妥當하다고 볼수 있다. (式(33)의 右邊은 堤內의 水面降下直後로 쿠터 堤防內 貯留水가 時間  $t_e$ 까지에 流出하는 水量을 나타내는 것으로서 筆者가 現在 原稿整理中에 있는 拙書 地下水의 水理學을 後日 参照할수 있음.)

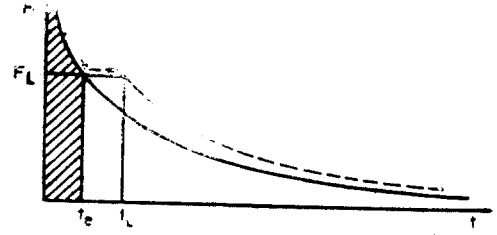


圖 6. 暗渠로 向한 一側流入

式(33)은 圖 6에서 斜線친 部分에 該當하는 水量을 나타내며 여기에

$$\alpha = \frac{KD_a}{S} \text{ 또는 } S = \frac{KD_a}{\alpha} \dots (34)$$

의 關係式을 代入하고 右邊의 分子와 分母에  $L^2$ 을 乘하면

$$F_L t_L = \frac{KD_a H L^2}{\alpha \sqrt{\pi} L} \frac{\sqrt{4\alpha t_e}}{L} \dots (35)$$

整理하면

$$\frac{\alpha t_L}{L^2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\left(\frac{\sqrt{\alpha t_e}}{L}\right)}{\left(\frac{F_L}{KD_a H}\right)} \dots (36)$$

된다. 實際排水量을 計算하기 爲하여 式(36)을 使用하는 例로서 圖 6의 流入量曲線에서  $F / \frac{KD_a H}{L} = 5.0$ 를 取하여  $\frac{\alpha t_e}{L^2}$ 의 값을 읽으면

$$\frac{\alpha t_e}{L^2} = 0.013$$

따라서

$$\frac{\sqrt{ate}}{L} = \sqrt{0.013} = 0.114$$

그리고

$$\frac{atL}{L^2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\left(\frac{\sqrt{ate}}{L}\right)}{\left(\frac{KD_aH}{L}\right)} = \frac{(1.128)(0.114)}{5} = 0.0258$$

그러므로 圖 5에서 流入量曲線을 右側으로 나란히 옮겨서  $F/\left(\frac{KD_aH}{L}\right) = 5.0$ 와  $at/L^2 = 0.0258$

點을 지나가도록 하면 實際의 排水狀態가 얻어지고 總流入水量이 包含되게 된다. 여기서 남은 問題는 前述한 條件에 依한 限界를 決定하는 것으로서 暗渠의 中間點에서 捨水の 結果가 나타나기 始作하는 時間은 大略 다음과 같이 算수있다.

$$\text{即 } \left(\frac{L}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{4xt}} \geq 2 \text{ 또는 } \frac{ate}{L^2} \leq \frac{1}{64} = 0.0156 \quad (37)$$

앞에서  $F/\left(\frac{KD_aH}{L}\right) = 5.0$ 에 對하여  $\frac{ate}{L^2} = 0.013$ 이었으므로 이것은 式(37)의 限界值 即 0.016 보다 조금 작으므로 위의 計算은 有用하다고 할수있다. 그러므로 實際의 排水狀態는  $at/L^2 = 0.0258$ 까지는  $F/\left(\frac{KD_aH}{L}\right)$ 로 表示되고 이보다 큰  $at/L^2$ 의 값에 對해서는 點線으로 보인 나란히 옮겨진 曲線으로 表示할수 있다.

實際의 暗渠排水에서는 灌溉開始後 極히 짧은 時間동안만 流入量이 높으므로 그 影響은 無視할 수도 있을 것이다. 그리고 이러한 排水施設에서는 오히려 流入量이 暗渠의 通水容量에 依해 一時的으로 制限을 받으나 이것도 實際 施設에 對한  $F_L/\left(\frac{KD_aH}{L}\right)$ 의 값이 一般적으로 30程度이므로 이렇게 높은 값에 對해서는 圖 5에서 알수있는 바와같이 事實上的 排水狀態에는 거리 支障을 주지 않을 것이다.

지금까지는 排水深H가 一時에 加해졌을때 時間의 經過에 따라 일어나는 두 暗渠間의 排水狀態와 暗渠에로의 流入問題를 다루었으나 다음에는 繼續되는 一定率의 滲透로 因하여 排水深이 繼續적으로 附加되는 境遇의 排水問題를 다루려

고 한다. 이것은 連續湛水가 必要한 水稻畚의 境遇에 該當할 것이다.

M. massland에 依하면 이러한 境遇의 排水狀態는 앞에서 紹介한 排水深에 關한 式(26)을 積分하여 얻을수 있다. 지금 一定한 滲透率을  $i$ 라고 하면 地下水面에 附加되는 排水深  $R$ 는

$$R = i/S \quad \dots\dots\dots(38)$$

된다. 여기서  $S$ 는 透水層의 有效空隙率이다. 그리고 時間 $\xi$ 에서 地下水面에 附加되는 排水深의 増分은  $Rd\xi$ 가 되므로 殘餘排水深의 變量은 式(26)으로부터

$$dh_1 = Rd\xi \frac{4}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{e^{-\frac{an^2\pi^2}{L}(t-\xi)}}{n} \sin \frac{n\pi}{L} x \quad \dots\dots\dots(39)$$

로 쓸수있다. 이것을  $\xi$ 에 對하여  $\xi=t$ 부터  $\xi=0$ 까지 積分하면

$$h_1 = \frac{4RL^2}{\alpha\pi^3} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{e^{-\frac{an^2\pi^2}{L_2}(t-\xi)}}{n^3} \sin \frac{n\pi}{L} x \Big|_t^0 = \frac{4RL^2}{\alpha\pi^3} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin \frac{n\pi}{L} x \left(1 - e^{-\frac{an^2\pi^2 t}{L^2}}\right) \quad (40)$$

되고 式(7)과 (38)의 關係式을 代入하여 다시 쓰면

$$h_1 = \frac{4iL^2}{KD_a\pi^3} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin \frac{n\pi}{L} x \left(1 - e^{-\frac{an^2\pi^2 t}{L^2}}\right) \quad \dots\dots\dots(41)$$

이 된다. 式(40)과 式(41)은 繼續的인 滲透量을 받을때의 排水狀態를 나타내는 關係式으로서 隣

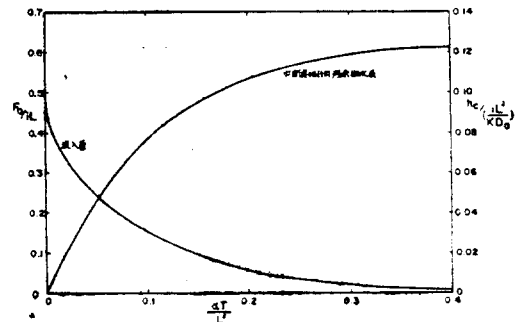


圖 7. 一定한 滲透量을 받는 平行暗渠의 排水狀態

接한 두 平行暗渠의 中間點에서의 殘餘排水深을  $\frac{\alpha t}{L^2}$  에 대하여  $hc' \left( \frac{iL^2}{KD_a} \right)$  로 表示하여 置點하면 圖 7에 보인 것과 같다.

一定率의 滲透가 長時間동안 繼續하게 되면 單位길이에 對한 두 平行暗渠間의 滲透量과 暗渠에로의 流入量이 平衡狀態에 이르게 되는데 이때에는 흐름의 狀態를 定流라고 볼수 있게 된다. 지금 定流의 흐름에 對한 連續方程式은

$$KD_a \frac{dh}{dx} = i \left( \frac{L}{2} - x \right)$$

또는 
$$\frac{dh}{dx} = \frac{i}{KD_a} \left( \frac{L}{2} - x \right) \dots\dots(42)$$

로 表示되므로 이것을  $x$ 에 對하여 積分하고  $x=0$ 에서  $h=0$ 이라는 境界條件을 適用하면

$$h = \frac{i}{2KD_a} x(L-x) \dots\dots(43)$$

가 얻어지고 中間點인  $x = \frac{L}{2}$ 에서

$$h = \frac{iL^2}{8KD_a} \dots\dots(44)$$

된다. 이것을 式(41)에서 보면 定流狀態에서는 時間  $t$ 를 內包한 項은 消去되므로 定流에 對하여 式(41)을 다시 쓰면

$$h_1 = \frac{4iL^2}{KD_a\pi^3} \sum_{n=1,3,5\dots}^{n=\infty} \frac{1}{n^3} \sin \frac{n\pi}{L} x \dots\dots(45)$$

되므로  $x = \frac{L}{2}$ 에서

$$h_1 = \frac{4iL^2}{KD_a\pi^3} \sum_{u=1,3,5\dots}^{n=\infty} (-1)^{\frac{n-1}{u}} \frac{1}{n^3} = \frac{4iL^2}{KD_a\pi^3} \left( \frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots \right) \dots\dots(46)$$

式中 右邊의 括弧項은 Euler의 數列이므로

$$h_1 = \frac{4iL^2}{KD_a\pi^3} \frac{\pi^3}{32} = \frac{iL^2}{8KD_a} \dots\dots(47)$$

로 되어 式(44)와 같은 結果가 얻어진다.

暗渠의 一側으로부터 오는 流入量은 앞에서와 같은 方法으로 Darcy의 法則에 따라

$$F_0 = KD_a \left( \frac{\partial h_1}{\partial x} \right)_{x=0} \dots\dots(48)$$

로 計算할수 있으므로 式(41)을  $X$ 에 對하여 微分하여  $x=0$ 에서의 微係數를 式(48)에 代入하면

$$F_0 = \frac{4iL}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5\dots}^{n=\infty} \frac{e^{-\frac{\alpha n^2 \pi^2 t}{L^2}}}{n^2} \dots\dots(49)$$

되고 定流狀態에서의 流入量은 式(43)의  $x=0$ 에 對한 微係數를 式(48)에 代入하여 다음 式으로 주어진다.

$$\text{即 } F_0 = \frac{iL}{2}$$

이것은 두 平行暗渠의 半部에서 滲透한 水量이 直接 暗渠로 流入함을 말하고 있다.

### III. 暗渠間隔의 決定

暗渠의 埋設間隔을 決定함에는 먼저 每中 滲透量과 그 時間의 分布 및 最高許容地下水面을 決定하여야 한다. 滲透量의 時間的 分布는 實際에 있어서는 複雜多樣하므로 計算上의 便宜를 爲하여 合理的으로 簡單化하여야 한다. 그리고 最高許容地下水面은 境遇에 따라 相異하게 決定될 것이나 農耕地의 境遇 根入土深以下가 될것이다. 이것은 地下水面이 根入土深以上으로 上昇하게 되면 根入土層內의 通氣가 不良해 지므로 作物의 呼吸機能을 阻害하기 때문이다.

暗渠의 間隔을 決定하는데 있어서 가장 簡單한 方法으로는 式(26)로부터 다음 式이 얻어진다. 即

$$L = \sqrt{\frac{\alpha \pi^2 t}{\ln \frac{4H}{\pi h_c}}} \dots\dots(51)$$

여기서  $\ln$ 는 自然對數이다.

이것은 式(26)에서 第二項以後는 時間  $t$ 가 相當히 길어지면 거의 零에 收斂하기 때문에  $x = \frac{L}{2}$

에 對하여 第一項만을 取하여 整理한 것이다.

이 式에 依하면 暗渠의 間隔이 一般적으로 작은 값이 얻어지므로 非經濟의이긴 하나 다른 諸資料가 徹底하지 못한 境遇에 概略的인 값을 容易하게 計算할수 있다. 그리고 式(51)을 適用함에는 年間의 總滲透量이 一時에 瞬間적으로 加해지는 것으로 假定하며 總滲透量을  $I$ , 透水層의 有効空隙率을  $S$ , 그리고 滲透量을 土層內의 길이로 換算하여  $P = I/S$  라고 하면 排水循環過程의 最終期에서의 殘餘排水深  $h_c$ 는

$$h_c = H - P \dots\dots(52)$$

된다. 여기서  $H$ 는 最高許容地下水面과 暗渠의

높이차가 된다.

이 計算過程은 式(26)을 二개로 適用하는데도 마찬가지이다. 即 式(26)은 圖 3에서 中間點에서의 水面曲線으로 주어져 있으므로  $h_e/H$ 의 값으로 부터  $at/L^2$ 의 값을 읽으면 이 값을  $C$ 라 할때 暗渠의 間隔  $L$ 는

$$L = \sqrt{\frac{at}{C}} \dots\dots\dots(53)$$

으로 얻을수 있다. 여기서  $t$ 는 排水循環期間으로 一年이 될것이다. 다음에 주어지는 計算例에서 알수 있는바와 같이 式(26)과 式(51)로 주어지는  $L$ 의 값은 大概의 境遇에 거의 같다.

위의 두 方法에서는 年間的 總滲透量이 一時에 加해 지는것으로 假定하였으나 이것은 實際滲透量의 時間的 分布에 비추어 排水期間中 最終에 加해지는 滲透量마저 排水되는 것이 되므로 많은 不合理性을 內包하고 있다. 그래서 年間滲透量을 集中灌溉期間 또는 滲透가 일어나는 降雨期間中에 適當히 時間的으로 配分하여 이 配分된 滲透量이 一時에 各各 加해지는 것으로 하여 위의 方法을 合理的으로 修正할수 있다.

여기서도 위의 第二方法에서와 같이 式(26)에 依한 圖 5의 中間點에서의 水面曲線을 適用하는데 그 計算過程의 差異로 因하여 두가지 方法이 있을수 있다. 後記의 計算例에서 알수 있듯이 첫째는 期別로 一時에 加해진 滲透量에 對하여 排水循環過程의 最終期에서의 殘餘排水深을 圖5에서 個別로 求해서 이를 合算하여 最終殘餘排水深을 얻는다.

다음에는 첫째 方法에서 平均水深  $D_a$ 를 全期間을 通하여 一定하게 보았으나 事實은 殘餘排水深이 變化함에 따라 修正되어야 할 것이므로 各 期間에 對한 滲透量 各 期初에 一時的으로 加해 지는것으로 하되 殘餘排水深은 다음 期初에 對하여 計算하고 各 期間의 平均水深  $D_a$ 는 期初의 水深에 依하여 個別로 計算한다. 어느 境遇에나 排水循環過程의 最終殘餘排水深은 暗渠上의 最高許容地下水深을 超過해서는 안 될 것이다.

後記의 計算例와 같이 同一한 暗渠間隔에 對하여 計算한 바에 依하면 첫째 方法에서는 假定한 間隔이 過小하고 두째 方法으로는 過大하다는 相異한 結論이 얻어진다. 이것은 두째 方法에서는 各 滲透期間에 加해진 滲透量이 充分히

排水될 時間이 주어지지 않은 탓이라고 볼수 있으므로 極端의 境遇로서 滲透期間을 짧게 配分할때는 結果的으로 排水가 전혀 進行하지 않는다는 結果가 얻어질 것이므로 이 期間의 區分에는 細心한 注意가 주어져야 할 것이다. 이러한 事實은 圖 5에서 排水開始後 初期에 對한 水面曲線을 視察하면 곧 알수 있을것이다. 이 두 方法에 依하여 暗渠의 間隔을 計算하려면 먼저 式(51)에 依한 方法으로 먼저 一次的인 間隔을 決定하고 上記 方法으로 試算過程을 거쳐서 最終殘餘排水深이 最高許容地下水深을 超過하지 않는 範圍에서 最終的인 間隔이 決定될 것이다.

지금까지는 滲透量이 全體的이던 部分的이던 一時에 瞬間的으로 加해지는 것으로 假定하였으나 實際로는 灌溉期間이나 降雨期間을 通하여 繼續的으로 加해지는것이 事實이다. 一般的으로 水稻畚에서는 集中的 灌溉期間이 5月中甸으로부터 9月中甸까지 4個月間 繼續되므로 排水循環期間을 一年으로 하여 이것을  $T$ 로 表示하고 非灌溉期間의 滲透를 無視하면(計算上으로는 非灌溉期間의 降雨等으로 因한 滲透量은 灌溉期間의 滲透量에 加算하여도 結果에 있어 큰 差異는 없을 것이다) 實際 滲透期間은  $T/3$ 가 된다. 이것을 圖示하면 圖 8의 插圖와 같다.

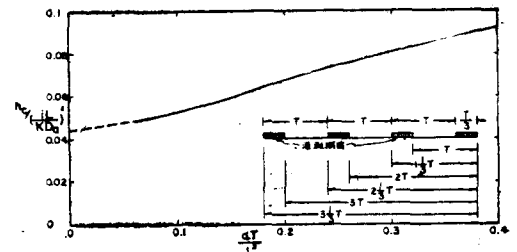


圖8 季節灌溉를받는 平行暗渠의 中間點에서의 殘餘排水深 이러한 境遇에는 滲透期間을 通하여 滲透量이 均一하다고 볼수 있으므로 maasland의 式(41)을 써서  $x=L/2$ 에서 滲透期間과 非滲透期間에 對하여 加減法으로 長期排水操作後의 殘餘排水深을 計算하여 置點하면 圖 8의 曲線과 같이 얻어진다. 이때도 式(51)에 依한 方法으로 一次的인 暗渠間隔을 計算하고  $h_e/H$ 과  $at/L^2$ 의 값이 曲線上에서 交叉하도록 試算하여 最終的인 暗渠의 埋設間隔을 決定할수 있다. 이 方法은 地表水의 滲透狀態를 實際와 가깝게 다룰수 있는 點에서



가장 有用하다고 하겠다. 그리고 式(51)에 依한 方法을 除外하면 어느 方法이나 圖表를 利用하므로 計算上의 便益에는 差異가 없으나 諸條件을 現實적으로 다를수 있고 또 相異한 滲透期間에 對하여(여기서  $T/3$ 로 取하였음) 圖8에 주어진것과 類似한 曲線을 容易하게 作成할수 있으므로 現實적인 利用價値가 크다 하겠다.

前述한 圖5에 依한 두 方法에서는 殘餘排水深  $h_c$ 를 式(27)에 依하여 修正하면 暗渠의 埋設이 多少 經濟化할 것이다. 以上の 諸計算方法은 計算過程과 더불어 다음의 計算例에서 例示될 것이다. 그리고 여기서 註記할것은 暗渠以下의 透수層깊이  $D$ 가 暗渠間의 間隔  $L$ 의  $1/4$ 보다 큰 境遇에는  $D=L/4$ 로 取하여도 無妨하다.

### 計算例

年間透水量 ;  $I=0.24m$

透수層두께 ;  $15m$

暗渠까지의 깊이 ;  $3.0m$

有效空隙率 ;  $S=0.15$

透수係數 ;  $K=4.5m/day$

最高許容地下水面の 깊이 ;  $1.0m$

여기서

$$D=15-3=12m$$

$$H=15-12-1=2m$$

이고 式(51)에 依해 暗渠의 間隔을 計算하면

$$D_a=12+1=13m$$

$$\alpha = \frac{KD_a}{S} = \frac{(4.5)(13)}{(0.15)} = 390m^2/day$$

$$R = \frac{(0.24)}{(0.15)} = 1.6m$$

$$h_c = H - R = 2 - 1.6 = 0.4m$$

$$t = 365 \text{ days}$$

이므로 式(51)에서

$$L = \sqrt{\frac{\alpha \pi^2 t}{l_n \frac{4H}{\pi h_c}}} = \sqrt{\frac{(390)(3.14)^2(365)}{l_n \frac{(4)(2)}{(3.14)(0.4)}}} = 871m$$

다음에 同一한 條件으로 圖5의 中間點에서의 水面曲線을 適用하면

$$\frac{h_c}{H} = \frac{(0.4)}{(2)} = 0.2 \text{에 對하여}$$

$$\frac{\alpha t}{L^2} = 0.187 \text{ 이므로}$$

$$L = \sqrt{\frac{\alpha t}{0.187}} = \sqrt{\frac{(390)(365)}{(0.187)}} = 872m$$

同一한 條件에 對하여 滲透量  $0.24m$ 의 年間集中灌溉期間인 5월부터 9월까지 均一하게 加해지는 것으로 보고 이것을 月別로 同等하게 配分하여 每期 灌溉初期에 一時的으로 加해 진다고 假定하면 排水循環期間은 去年 9月 1일부터 翌年 9月 1일까지로 될 것이므로 圖5의 水面曲線을 適用하여 다음과 같이 計算할수 있다. 單只 여기서 暗渠의 間隔을 앞의 概算에 依한  $L=872m$ 로 보고 平均 地下水層의 두께  $D_a$ 를 排水期間을 通하여 一定하다고 假定한다. 그리고 每期에 加해지는 排水深의 增分은  $\frac{(0.24)}{(4)(0.15)} = 0.4m$ 가 된다.

表2. 圖5에 依한 殘餘排水深의 計算(1)

滲透日	排水深의 增分(R)	9月1日까지의 時間(t)	$\frac{\alpha t}{L^2}$	$\frac{h_c}{H}$	$h_c$
去年9月1日	0.4	365	0.187	0.200	0.40
翌年6月1日	0.4	92	0.047	0.798	0.32
7月1日	0.4	62	0.032	0.894	0.36
8月1日	0.4	31	0.016	0.980	0.39
9月1日	0.4	0	0	1.000	0.40

最終殘餘排水深—1.87m

表2의 計算에서는 每期의 滲透量에 依한 排水深의 增분에 對하여 個別로 殘餘排水深을 計算하여 最終적으로 各期에 對한 殘餘排水深을 合算하여 最終殘餘排水深  $h_c=1.87m$ 를 얻었다. 이것은 限界排水深  $2.0m$ 보다 조금 작으므로 式(51)에 依해 얻은 結果에 比해 暗渠의 間隔을 좀 더 늘일수 있다고 말할수 있을 것이다.

다음 表3에서는 同一한 資料를 써서 圖5의 水面曲線을 適用하나 每期初의 殘餘排水深에 對한 計算은 次期初에서 끝나고 同時에 平均 地下水層의 깊이  $D_a$ 는 每期初의 殘餘排水深에 依하여 各期에 對해서 個別로 計算한다.

表3. 圖5에 依한 殘餘排水深의 計算(2)

滲透日	排水期間時間(t)	排水深의 增分(R)	殘餘排水深(D)	$D_a = D + \frac{H}{2}$	$\frac{\alpha t}{L^2}$	$\frac{h_c}{H}$	$h_c$
去年9月1日	273	0.4	2.0	13	0.079	0.586	1.17
翌年6月1日	30	0.4	1.57	12.78	0.015	0.980	1.54
7月1日	31	0.4	1.94	12.97	0.016	0.980	1.90
8月1日	31	0.4	2.30	13.15	0.016	0.980	2.25
9月1日	0	0.4	2.65	—	—	—	—

表 3에서는 最終殘餘排水深으로서 2.65m 를 얻었다. 이것은 限界排水深 2.0m 보다 크므로 暗渠의 間隔이 式(51)에 依해 얻어진 값보다 작아야 한다는 結果가 된다. 이 두 計算方法에 對한 檢討는 이미 앞에서 論議한바와 같다.

다시 maasland 의 方法에 依하여 年間 滲透量 0.24m 가 5月中旬으로부터 9月中旬까지 均一하게 分布되어 加해지는것으로 假定하면 平均滲透率  $i$  는

$$i = \frac{(0.24)(3)}{(365)} = 0.00197 \text{ m/day}$$

되고  $\alpha$  는 앞에서와 같이

$$\alpha = \frac{KD_a}{S} = \frac{(4.5)(13)}{(0.15)} = 390 \text{ m}^2/\text{day}$$

그리고 暗渠의 間隔은 試算으로 앞에서 얻은 값 即  $L=872\text{m}$  을 適用하면

$$\frac{\alpha T}{L^2} = \frac{(390)(365)}{(872)^2} = 0.1875$$

이므로 圖 8 의 曲線에서

$$h_c / \left( \frac{iL^2}{KD_a} \right) = 0.0658$$

이 얻어진다. 여기서  $h_c=2.0\text{m}$  이므로

$$L = \sqrt{\frac{h_c KD_a}{(0.0658)i}} = \sqrt{\frac{(2)(4.5)(13)}{(0.0658)(0.00197)}} = 951\text{m}$$

이것은 當初에 假定한 間隔과 相異하므로

$h_c / \left( \frac{iL^2}{KD_a} \right)$  와  $\frac{\alpha T}{L^2}$  의 값이 曲線上에서 交叉하도록 試算으로  $L$  의 값을 決定하여야 한다. 筆者의 試算에 依하면  $L=1,020\text{m}$  로서 式(51)에 依한 871m 보다 훨씬 큰 間隔이 얻어진다.

式(27)로 表示되는 相乘法則은 다음의 計算例로서 그 便益性을 理解할수 있을 것이다. 即 前記의 計算例에서 滲透量 0.24m 가 年中一時에 加해 지는 境遇 暗渠의 間隔을  $L=872\text{m}$  로 取하면 圖 5에서 一年後인 다음 滲透期에 對하여  $h_1/H=0.2$  가 될 것이다. 다음에 이 暗渠가 不透水性의 障壁으로부터 1,500m 까지 埋沒되고 여기서 이에 直角方向으로 埋沒된 集水暗渠에 連結되어 있다고 하면 이 集水暗渠에 依한 一年後의 殘餘排水深의 比  $h_2/H$  는

$$\frac{\alpha t}{L^2} = \frac{(390)(365)}{(2 \times 1,500)^2} = 0.0158$$

에 對하여 圖 5에서  $h_2/H=0.98$  이므로 直交하

는 두 方向으로 埋設된 暗渠에 依한 最終殘餘排水深의 比  $h/H$  는

$$h/H = (h_1/H)(h_2/H) \quad (54)$$

로부터

$$h/H = (0.2)(0.98) = 0.196$$

即

$$h = (0.196)(2) = 0.392\text{m}$$

로 얻어진다.

#### IV. 暗渠容量의 決定

前述한 計算例의 諸條件에 對하여 暗渠의 容量을 計算하는데 滲透量이 年中一時적으로 加해 지는 것으로하고 또 暗渠의 間隔을 最終計算에서 얻은 1,020m 를 適用하면 式(35)로부터

$$\frac{KD_a H}{L} = \frac{(4.5)(13)(2)}{(1,020)} = 0.115 \text{ m}^2/\text{day}$$

이 얻어진다. 圖 5의 流入量曲線에서 보면 流入量은 排水初期의 極限으로부터 時間이 經過함에 따라 暫次 減小하므로 暗渠의 容量을 決定하는데는 多少의 判斷이 要하게 된다. 지금 圖 5에서

$$\frac{\alpha t}{L^2} = 0.005 \text{ 를 取하면}$$

$$F_0 / \left( \frac{KD_a H}{L} \right) = 8.2$$

되므로 暗渠의 一側으로 부터 排水되는 流入量은 單位길이에 對하여

$$F_0 = (8.2)(0.115) = 0.943 \text{ m}^3/\text{day}/\text{m}$$

되고 暗渠의 길이 1,500m 에 對하여 兩側에서 流入하는 流量은

$$Q = (2)(0.943)(1,500) = 2,829 \text{ m}^3/\text{day}$$

$$\text{또는} \quad = \frac{2,829 \text{ m}^3/\text{day}}{86,400 \text{ sec}/\text{day}} = 0.033 \text{ m}^3/\text{sec}$$

된다. 이만한 流量이면 暗渠의 容量으로는 適宜하다고 볼수 있으며 圖 5의 流入量曲線에서 보아  $\alpha t/L^2=0.005$  는 排水期間의 初期에 相當하다. 그리고 最惡의 境遇로서는 相當한 初期의 排水遲滯가 일어날수 있으나 時間의 經過에 따라 解消될 것이다.

그런데 maasland 의 方法에서와 같이 滲透가 年間 1/3에 相當하는 集中灌溉期間에 均一하게 分布되어 있다고 보면 長時間 經過後인 事實上의 排水狀態는 定流에 到達하게 되므로 이때의 單位길이에 對한 一側의 流入量  $F_0$  는 式(50)으로부터

$$F_0 = \frac{iL}{2} = \frac{(0.00197)(1,020)}{2}$$

$$= 1.005 \text{ m}^3/\text{day}/\text{m}$$

따라서 길이 1,500m에 대한 兩側 流入量은

$$Q = (2)(1.005)(1,500) = 3.015 \text{ m}^3/\text{day}$$

$$= 0.035 \text{ m}^3/\text{sec}$$

된다.

## V. 結 論

地下排水의 問題는 田地 또는 畚地를 莫論하고 地下水位가 높은 곳에서는 作物의 土壤環境을 造成함에 있어 重要視되어야 할 것으로서 여기서는 主로 不定流의 理論에 立脚하여 그 水理學的인 問題를 다루었다고 볼수 있을 것이다. 그리고 여기서 다루어진 몇 가지 方法은 地表過剩水의 分布狀態 및 其他 透水地層의 物理的인 諸要件에 따라 修正適用 될수 있을 것이다. 끝으로 筆者는 本 拙文이 現業 農業土木技術者의 地下排水 問題에 對한 水理學的 理解에 도움이 되길 바랄 뿐이다.

## 參 考 文 獻

- R. E. Glover, M. W. Bittinger; Transient Ground-water Hydraulics, CER 59 REG 16, Colorado State Univ. A pr. 1959.
- R. H. Brooks; Unsteady Flow of Ground-water into Drain Tile, IRZ, Proc. of A. S. C. E. June, 1961.
- L. D. Dumm; Drain Spacing Formular, Agricultural Engineering, Vol. 35. 1954.
- M. maasland; Watertable Fluctuations Induced by Intermittent Recharge, Journ. of Geoph, Research. Vol. 65, 1959.
- M. maasland; Watertable Fluctuations Induced by Irrigation. IRZ, Proc. of A.S.C.E. June. 1961.
- R. E. Glover; Theory of Ground-water Movement. Engr. Mone. No. 31. U.S.B.R. 1964.
- R.E. Glover; Lecture Note on Ground-water Theory. Grad. Course, Civil Engr. C.S.U. 1965.

(筆者 UNKUP)