

후리에 變換에 依한 單峰型, 複同調型, 位相型 및 比型周波數辨別器의 解析

(An Approach to Analyses of FM Discriminators—Slope, Travis, Foster-Seely, Ratio types—from Fourier Transform)

正會員 李 忠 雄*
(Lee, Choong Woong)

要 約

本論文에서는 후리에 變換을 利用하여 單峰型複, 同調型型, Foster-Seely型 및 Ratio 辨別器의 動的解析을 하였다.

辨別器의 出力波形의 디스토오션과 FM 入力信號定數 및 辨別器回路定數와의 諸關係를 明示 하였다. 複同調型, Foster-Seely 및 Ratio型辨別器에는 偶數高調波는 存在하지 않으며 單峰型辨別器에는 偶數 및 奇數高調波가 存在한다. 複同調型 辨別器가 辨別할수 있는 周波數帶域은 單峰型辨別器의 周波數帶域보다 10倍以上 넓으며 Foster-Seely 및 Ratio 辨別器의 것의 約 2倍이다.

Abstract

The dynamic analyses of FM discriminators—Slope, Travis, Foster-Seely, and Ratio types—are presented by the method of Fourier Transform. The relationships between the distortion of the output waveform from the discriminator and its input FM wave and circuit constants are clearly shown in this study. According to the results, the Travis, Foster-Seely, and the ratio discriminators contain only odd harmonics, but the slope discriminator contains both even and odd harmonics. The permissible bandwidth of Travis discriminator is more than ten times that of slope discriminator and about twice those of Foster-Seely and ratio discriminators. For example, when the center frequency for the 2% distortion is 4.5Mc and the effective Q of each discriminator is 30, the permissible bandwidth of Travis discriminator for the 2% distortion is about twice those of Foster-Seely and ratio discriminator and sixteen times that of slope discriminator.

1. 序 論

從來의 辨別器의 解析은 主로 入力波의 周波數變化에 對한 辨別器의 임피던스 變化로 表示하는 靜的인 解析이 었다.

本論文에서는 후리에 變換을 利用하여 單音變調된 FM 入力波가 辨別器를 通했을때의 出力波形을 辨別器回路定數와 FM 入力波定數로 表示하여 辨別器出力波形디 스토오션과 辨別器回路定數 및 FM 入力波定數와의 關係를 나타내는 動的인 解析을 試圖하였다.

2. 各 辨別器의 動的解析

A) 單峰辨別器

單峰辨別器는 FM 辨別器中에서 가장 簡單한 것으로

서 狹帶域波의 檢波에 使用된다. 그림 1은 單峰辨別器의 回路이다. 그림 1에서 C는 眞空管의 極間容量과 浮遊容量을 包含한다. 그림 1에서 出力電壓 E_0 는 다음과 같이 表示 할수 있다.

$$E_0 = K_{res} E_i \frac{1}{1 + j2\epsilon Q_e} \tag{1}$$

但

$$\left\{ \begin{aligned} K_{res} &= -g_m \omega_0 L Q_e, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \epsilon = \frac{\omega}{\omega_0} - 1, \\ Q_e &= \frac{Q_0}{1 + \frac{\omega_0 L Q_0}{r_p} + \frac{\omega_0 L Q_0}{R}} = \frac{f_0}{4(f_c - f_0)}, \quad Q_0 = \frac{\omega_0 L}{r} \end{aligned} \right.$$

(1) 式은 變形하여 다음과 같이 쓸수 있다.

$$E_0 = K_{res} \frac{E_i}{1 + j \tan \theta} = K_{res} E_i \cos \theta e^{-j\theta} \dots \dots \dots \tag{2}$$

* 서울大學校 工科大學 (Engineering College, Seoul National University)

接受日字 1966. 3. 19.

但 $\theta = \tan^{-1} 2\epsilon Q_e$.

그런데 (2) 式에서의 10%의 誤差까지 許容한다면 $\theta = \tan^{-1} 2\epsilon Q_e$ 는

$$2\epsilon Q_e \leq 0.8 \dots\dots\dots (3)$$

의 範圍內에서 $\theta = 2\epsilon Q_e$ 로 놓을수 있다. 以上の 關係에서 單峰 FM 辨別器의 傳達函數 $F(j\omega)$ 는

$$F(j\omega) = \frac{E_0}{E_i} = K_{res} \frac{1 + \exp(-2j\theta)}{2} \\ \doteq K_{res} \frac{1 + \exp(j\alpha)\exp(-j\omega\beta)}{2} \dots\dots\dots (4)$$

但 $\begin{cases} \alpha = 4Q_e \\ \beta = 4Q_e/\omega_0 \end{cases}$

(4) 式의 Unit Impulse Function 에 對한 應答⁽²⁾은

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega)\exp(j\omega t) d\omega \\ = \frac{K_{res}}{2} [\delta(t) + \exp(j\alpha)\delta(t-\beta)] \dots\dots\dots (5)$$

但 $\delta(t)$ = Unit impulse function

單音變調된 FM 波를 $e_i = E \exp(j\omega_c t + m_f \sin pt)$ 로 表示하면 出力波 E_0 는 Convolutional Integral 에 依하여 다음과 같이 求할수 있다.

$$e_0(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-x)e_i(x) dx \\ = \frac{K_{res} E}{2} \{ \exp(j\omega_c t + m_f \sin pt) \\ + \exp(j\alpha)\exp[j\omega_c(t-\beta) + m_f \sin p(t-\beta)] \} \\ = \frac{K_{res} e_i(t)}{2} \{ 1 + \exp(jm_f a - \epsilon_c \alpha) \} \dots\dots\dots (6)$$

但 $\begin{cases} a = \sin p(t-\beta) - \sin pt \\ \doteq -\beta p \cos p(t-\frac{\beta}{2}) \\ \epsilon_c = \frac{\omega_c - \omega_0}{\omega_0} \end{cases}$

그러므로 單峰辨別器의 出力電壓 E_0' 는

$$E_0' = \eta |E_0| = \frac{\eta K_{res}}{2} |e_i(t)| \cdot |1 + \exp(jm_f a - \epsilon_c \alpha)| \\ = E \eta K_{res} \cos \frac{1}{2} (m_f a - \epsilon_c \alpha) \\ = E \eta K_{res} \left[\cos \left(\frac{\epsilon_c \alpha}{2} \right) \cdot \cos [\gamma \cos p(t-\frac{\beta}{2})] \right. \\ \left. - \sin \left(\frac{\epsilon_c \alpha}{2} \right) \cdot \sin [\gamma \cos p(t-\frac{\beta}{2})] \right] \dots\dots\dots (7)$$

但 $\begin{cases} \gamma = 2Q_e \frac{\Delta\omega}{\omega_0}, \eta = \text{diode의 效率} \\ \Delta\omega = m_f p \end{cases}$

그런데 $\frac{\epsilon_c \alpha}{2} = \frac{1}{2} \frac{\omega_c - \omega_0}{\omega_0} \cdot 4 \frac{\omega_0}{4(\omega_c - \omega_0)} = \frac{1}{2}$ 이므로 (7) 式은

$$E_0 = E \eta K_{res} \left\{ 0.8774 \cos [\gamma \cos p(t-\frac{\beta}{2})] \right. \\ \left. - 0.4797 \sin [\gamma \cos p(t-\frac{\beta}{2})] \right\} \dots\dots\dots (8)$$

지금 $\gamma \ll 1$ 인 境遇를 生覺하면

$$E_0' = E \eta K_{res} \left\{ 0.8774 - 0.4797 \gamma \cos p(t-\frac{\beta}{2}) \right\} \dots\dots\dots (9)$$

이 境遇에는 出力電壓에 Distortion 이 없으며 感度は γ 에 比例한다.

그러나 γ 가 1 에 比하여 無視할수 없을 境遇에는 (7) 式은 Bessel 函數를 利用하여 다음과 같이 쓸수 있다.

$$E_0' = E \eta K_{res} \left\{ 0.8774 [J_0(\gamma) - 2J_2(\gamma) \cos 2p(t-\frac{\beta}{2}) \right. \\ \left. + 2J_4(\gamma) \cos 4p(t-\frac{\beta}{2}) - \dots\dots\dots] \right. \\ \left. - 0.4797 [2J_1(\gamma) \cos p(t-\frac{\beta}{2}) - 2J_3(\gamma) \cos 3p(t-\frac{\beta}{2}) \right. \\ \left. + 2J_5(\gamma) \cos 5p(t-\frac{\beta}{2}) - \dots\dots\dots] \right\} \dots\dots\dots (10)$$

(9) 式을 보면 distortion D 는

$$D = \frac{\sqrt{(0.8774)^2 [J_2^2(\gamma) + J_4^2(\gamma) + \dots] + (0.4797)^2 [J_1^2(\gamma) + J_3^2(\gamma) + \dots]}}{0.4797 J_1(\gamma)} \times 100\% \dots\dots\dots (11)$$

(11) 式은 $2\epsilon Q_e \leq 0.8$ 의 條件下에서 誘導된 것이므로 辨別器의 動作點이 共振曲線의 傾斜部分에 있는것을 考慮하면 $\gamma \leq 0.4$ 의 範圍內에서 成立한다.

$$\gamma \leq 0.4 \dots\dots\dots (12)$$

(11) 式을 利用한 單峰辨別器의 設計例를 들면 다음과 같다.

(例) 單峰 FM 辨別器로 最大周波數偏移 Δf 가 ± 60 kc 이고 中心周波數 f_c 가 4.5Mc 인 FM 信號를 檢波할때 Distortion 이 10% 되게 하기爲한 單峰辨別器回路이 f_0 와 Q_e 를 定하라.

[解] $\gamma \leq 0.4$ 이므로 (11) 式은

$$D = 1.83 \frac{J_2(\gamma)}{J_1(\gamma)} \dots\dots\dots (13)$$

그런데 $\gamma \ll 1$ 일때 $J_1(\gamma) = \frac{\gamma}{2}$, $J_2(\gamma) = \frac{\gamma^2}{8}$ 로 놓을수 있으므로 이것을 (13) 式에 代入하여 γ 를 求하면 $\gamma = 0.2185$ 이다. 即

$$\gamma = 2 \times \frac{f_0}{4(f_c - f_0)} \frac{\Delta f}{f_0} = 0.1285$$

따라서

$$f_0 = f_c - 2.29 \Delta f \\ = f_c - 2.29 \times 0.06 = 4.3626 \text{ Mc}$$

$$Q_e = \frac{f_0}{4(f_c - f_0)} = \frac{4.5}{4(4.5 - 4.3626)} = 8.2$$

B) 複同調辨別器

그림 2(a)는 複同調周波數辨別器의 回路이다. 이 FM 辨別器는 一般受信回路에는 그리 使用되지 않으나 Tele metering system 의 Main Discriminator 나 AFC 回路와 같이 넓은 周波數帶에서 直線性이 必要한 곳에 使用된다. 그림 2.(b)는 그림 2.(a)의 D_1 쪽만을 그린 等價回路이다. 그림 2.(c)는 同辨別器의 周波特性曲線이다. 그림 2.(b)의 傳達函數⁽³⁾ $F_1(j\omega)$ 는

$$F_1(j\omega) = K_{res1} \frac{1}{1 + j2\epsilon_1 Q_{e1}} \dots\dots\dots (14) \\ = K_{res1} \cos \theta e^{-i\theta}$$

但
$$\begin{cases} K_{res1} = g_m \omega_{01} M Q_{e1} \\ Q_{e1} = \frac{Q_1}{1 + \frac{\omega_{01}^2 M^2}{r_p r_1}} = \frac{f_{01}}{f_{01} - f_{02}} \\ \epsilon_1 = 1 - \frac{\omega}{\omega_{01}}, \quad \omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}, \quad Q_1 = \frac{\omega_{01} L_1}{r_1} \end{cases}$$

(14) 式의 誤差가 10% 以內에 들게 할려면 $2\epsilon_1 Q_{e1} \leq 0.8$ (15)

이고 이때 $\theta = 2\epsilon_1 Q_{e1}$ 이므로 (14) 式은 다음과 같이 表示 된다.

$$F_1(j\omega) = K_{res1} \frac{1 + \exp(-j2\theta)}{2} = K_{res1} \frac{1 + \exp(-j\alpha_1) \exp(j\omega\beta_1)}{2} \dots\dots\dots(16)$$

但 $\begin{cases} \alpha_1 = 4Q_{e1} \\ \beta_1 = 4Q_{e1}/\omega_{01} \end{cases}$

(16) 式의 unit impulse function 에 對한 應答은

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(j\omega) \exp(j\omega t) d\omega = \frac{K_{res1}}{2} [\delta(t) + \exp(-j\alpha_1) \delta(t + \beta_1)] \dots\dots\dots(17)$$

그러므로 FM 入力波 $e_i(t) = E \exp(j(\omega_c t + m_f \sin pt))$ 에 對한 出力電壓 E_{01} 은

$$e_{01}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-x) e_i(x) dx = \frac{K_{res1} E}{2} \left\{ \exp(j(\omega_c t + m_f \sin pt)) + \exp(-j\alpha_1) \exp(j(\omega_c(t + \beta_1) + m_f \sin p(t + \beta_1))) \right\} \dots\dots\dots(18)$$

(18) 式을 整理하여 다시 쓰면

$$e_{01}(t) = \frac{K_{res1} E}{2} \left\{ 1 + \exp(j(m_f a_1 - \epsilon_{c1} \alpha_1)) \right\} \dots\dots\dots(19)$$

但 $\begin{cases} a_1 = \sin p(t + \beta_1) - \sin pt \\ \quad = \beta_1 p \cos p(t + \frac{\beta_1}{2}) \\ \epsilon_{c1} = 1 - \frac{\omega_c}{\omega_{01}} \end{cases}$

그림 2, (b) 에서 出力電壓 E_{01}' 는 $E_{01}' = \eta_1 |E_{01}| = K_{res1} \eta_1 \frac{|e_i(t)|}{2} \cdot |1 + \exp(j(m_f a_1 - \epsilon_{c1} \alpha_1))|$

$$= \eta_1 K_{res1} E \cos \frac{1}{2} (m_f a_1 - \epsilon_{c1} \alpha_1) = \eta_1 K_{res1} E \left\{ \cos \frac{\epsilon_{c1} \alpha_1}{2} \cos [\gamma_1 \cos p(t + \frac{\beta_1}{2})] + \sin \frac{\epsilon_{c1} \alpha_1}{2} \sin [\gamma_1 \cos p(t + \frac{\beta_1}{2})] \right\} \dots\dots\dots(20)$$

但 $\begin{cases} \gamma_1 = 2 \frac{\Delta\omega}{\omega_{01}} Q_{e1} \\ \Delta\omega = m_f p \end{cases}$

또 出力電壓 E_{02}' 는 마찬가지로 방법으로 다음과 같이 된다.

$$E_{02}' = \eta_2 |E_{02}| = \frac{\eta_2 K_{res2}}{2} |e_i(t)| \cdot |1 + \exp(j(m_f a_2 - \epsilon_{c2} \alpha_2))| = EK_{res2} \eta_2 \cos \frac{1}{2} (m_f a_2 - \epsilon_{c2} \alpha_2) = EK_{res2} \eta_2 \left\{ \cos \frac{\epsilon_{c2} \alpha_2}{2} \cos [\gamma_2 \cos p(t - \frac{\beta_2}{2})] \right\}$$

$$- \sin \frac{\epsilon_{c2} \alpha_2}{2} \sin [\gamma_2 \cos p(t - \frac{\beta_2}{2})] \dots\dots\dots(21)$$

但 $\begin{cases} K_{res2} = g_m \omega_{02} M Q_{e2} \\ Q_{e2} = \frac{Q_2}{1 + \frac{\omega_{02}^2 M^2}{r_p r_2}} = \frac{f_{02}}{f_{01} - f_{02}} \\ Q_2 = \frac{\omega_{02} L_2}{r_2} \\ a_2 = \sin p(t - \frac{\beta_2}{2}) - \sin pt = -\beta_2 p \cos p(t - \frac{\beta_2}{2}) \\ \epsilon_2 = \frac{\omega}{\omega_{02}} - 1, \quad \epsilon_{c2} = \frac{\omega_c}{\omega_{02}} - 1 \\ \omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}, \quad \alpha_2 = 4Q_{e2}, \quad \beta_2 = 4Q_{e2}/\omega_{02}, \gamma_2 \\ \gamma_2 = 2 \frac{\Delta\omega}{\omega_{02}} Q_{e2}, \quad \Delta\omega = m_f p \end{cases}$

따라서 複同調 FM 辨別器의 出力電壓 E_0 는 $E_0 = E_{01}' - E_{02}'$

$$= E \left\{ \eta_1 K_{res1} \cos \frac{\epsilon_{c1} \alpha_1}{2} \cos [\gamma_1 \cos p(t - \frac{\beta_1}{2})] - \eta_2 K_{res2} \cos \frac{\epsilon_{c2} \alpha_2}{2} \cos [\gamma_2 \cos p(t - \frac{\beta_2}{2})] + \eta_1 K_{res1} \sin \frac{\epsilon_{c1} \alpha_1}{2} \sin [\gamma_1 \cos p(t - \frac{\beta_1}{2})] + \eta_2 K_{res2} \sin \frac{\epsilon_{c2} \alpha_2}{2} \sin [\gamma_2 \cos p(t - \frac{\beta_2}{2})] \right\} \dots\dots\dots(22)$$

그런데 $\frac{\epsilon_{c1} \alpha_1}{2} = \frac{\epsilon_{c2} \alpha_2}{2} = 1$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ 이고, $\eta_1 K_{res1} = \eta_2 K_{res2} = \eta K_{res}$ 로 놓고 $\frac{\beta_1}{2}$ 및 $\frac{\beta_2}{2}$ 는 無視할수 있으므로 (22) 式은 다음과 같이 된다.

$$E_0 = 3.3672 \eta K_{res} E \left\{ J_0(\gamma) \cos pt - J_3(\gamma) \cos 3pt + J_5(\gamma) \cos 5pt \dots \right\} \dots\dots\dots(23)$$

(23) 式은 $2\epsilon_1 Q_{e1} \leq 0.8$, $2\epsilon_2 Q_{e2} \leq 0.8$ 의 條件에서 誘導된 것이므로 $\gamma \leq 0.8$ 의 範圍에서 成立한다. 따라서 (23) 式에서 $J_3(\gamma)$ 以下는 無視되므로 Distortion D 는

$$D = \frac{J_3(\gamma)}{J_1(\gamma)} \times 100\% \dots\dots\dots(24)$$

(24) 式의 應用例는 다음과 같다.

(例) 複同調 FM 辨別器로 最大偏移周波數 Δf 가 ± 150 kc 이고 中心周波數 f_c 가 30Mc 인 FM 信號를 檢波할 때 Distortion 이 2% 되게 f_{01} , f_{02} , Q_{e1} , Q_{e2} 를 求하라 [解] $\gamma \ll 1$ 일 때는 $J_1(\gamma) = \frac{\gamma}{2}$, $J_3(\gamma) = \frac{\gamma^3}{48}$ 이므로 (24) 式에서 γ 를 求하면 $\gamma = 0.6928$ 이 된다.

$$\gamma = 2 \frac{\Delta\omega}{\omega_{01}} \cdot \frac{\omega_{01}}{2(\omega_{01} - \omega_c)} = 0.6928 \text{ 의 關係에서 } \begin{cases} f_{01} = f_c + 1.445 \Delta f \\ f_{02} = f_c - 1.445 \Delta f \\ f_{01} = 30 + 1.445 \times 0.15 = 30.21675 \text{ MC.} \\ f_{02} = 30 - 1.445 \times 0.15 = 29.78325 \text{ MC.} \end{cases} \dots\dots\dots(25)$$

$$Q_{e1} = \frac{f_{01}}{f_{01} - f_{02}} = \frac{30.21675}{0.4335} = 69.9$$

$$Q_{e2} = \frac{f_{02}}{f_{01} - f_{02}} = \frac{29.78325}{0.4335} = 68.8$$

C) 位相辨別器

그림 3 은 Foster-Seely FM 辨別器回路이다.

그림 3 에서 傳達函數⁽⁴⁾ $F(j\omega) = E_{ab}/E_i$ 는

$$F(j\omega) = j\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \frac{KQ_{02}}{1+j2\epsilon Q_{02}} \\ = jKQ_{02}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \frac{1+\exp(-2j\theta)}{2} \dots\dots\dots(26)$$

但 $\begin{cases} Q_{02} = \frac{\omega_0 L_2}{r_2}, & \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}, & \epsilon = \frac{\omega}{\omega_0} - 1 \\ \theta = \tan^{-1} 2\epsilon Q_{02}, & K = \text{結合係數} \end{cases}$

$2\epsilon Q_{02} \leq 0.8$ 의 範圍內에서는 $\theta \approx 2\epsilon Q_{02}$ 로 놓을수 있으므로 (26) 式은

$$F(j\omega) \approx jKQ_{02}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \frac{1+\exp(j\alpha)\cdot\exp(-j\omega\beta)}{2} \quad (27)$$

但 $\begin{cases} \alpha = 4Q_{02} \\ \beta = 4Q_{02}/\omega_0 \end{cases}$

(27) 式의 unit impulse function 에 對한 應答은

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega)\exp(j\omega t) d\omega \\ = jKQ_{02}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \{\delta(t) + \exp(j\alpha)\delta(t-\beta)\} \dots\dots\dots(28)$$

따라서 FM 信號 $e_i(t) = E \exp(\omega_c t + m_f \sin pt)$ 에 對한 出力電壓 E_{ab} 는

$$E_{ab} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-x)e_i(x) dx \\ = j\frac{E}{2} KQ_{02}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \left\{ \exp j(\omega_c t + m_f \sin pt) \right. \\ \left. + \exp(j\alpha)\exp j[\omega_c(t-\beta) + m_f \sin p(t-\beta)] \right\} \dots\dots(29)$$

그런데 $\omega_0 = \omega_c$ 이므로 (29) 式을 다시 整理하여 쓰면

$$E_{ab} = j\frac{E}{2} KQ_{02}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \left[1 + \exp(jm_f a) \right] \dots\dots\dots(30)$$

但 $a = \sin p(t-\beta) - \sin pt \\ \approx -\beta p \cos p(t - \frac{\beta}{2})$

E_{a0} 의 振幅은

$$|E_{a0}| = |E_i + \frac{E_{ab}}{2}| \\ = |e_i(t)| \cdot \left| 1 + j\frac{KQ_{02}}{4}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \left[1 + \exp(jm_f a) \right] \right| \\ = E \sqrt{1 + 2\left(\frac{KQ_{02}}{4}\right)^2 \frac{L_2}{L_1} + 2\left(\frac{KQ_{02}}{4}\right)^2 \frac{L_2}{L_1} \left[\frac{KQ_{02}}{4}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \cos(m_f a) - \sin(m_f a) \right]} \dots\dots\dots(31)$$

그런데 $\frac{KQ_{02}}{4}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \ll 1$ 이므로 (31) 式은

$$|E_{a0}| \approx E \left\{ 1 + \left(\frac{KQ_{02}}{4}\right)^2 \frac{L_2}{L_1} \right. \\ \left. + \frac{KQ_{02}}{4}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \left[\frac{KQ_{02}}{4}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \cos(m_f a) - \sin(m_f a) \right] \right\} \dots\dots\dots(32)$$

같은 方法으로 E_{b0} 의 振幅을 求하면

$$|E_{b0}| = |E_i - \frac{E_{ab}}{2}|$$

$$\approx E \left\{ 1 + \left(\frac{KQ_{02}}{4}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\right)^2 \right. \\ \left. + \frac{KQ_{02}}{4}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \left[\frac{KQ_{02}}{4}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \cos(m_f a) + \sin(m_f a) \right] \right\} \dots\dots\dots(33)$$

그러므로 Foster-Seeley 辨別器의 出力電壓 $E_{a'b'}$ 는

$$E_{a'b'} = \eta(|E_{a0}| - |E_{b0}|) \\ = 2\eta E \frac{KQ_{02}}{4}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \sin[\Delta\omega\beta \cos p(t - \frac{\beta}{2})] \\ = \eta EKQ_{02}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} [J_1(\gamma)\cos p(t - \frac{\beta}{2}) \\ - J_3(\gamma)\cos 3p(t - \frac{\beta}{2}) + \dots] \dots\dots\dots(34)$$

但 $\gamma = \Delta\omega\beta$

따라서 Distortion D 는

$$D = \frac{\sqrt{J_3^2(\gamma) + J_5^2(\gamma) + \dots}}{J_1(\gamma)} \times 100\% \dots\dots\dots(35)$$

(35) 式은 $2\epsilon Q_{02} \leq 0.8$ 의 條件에서 誘導된 것이므로 $\gamma \leq 1.6$ 의 範圍에서 成立한다. (35) 式에서 $J_3(\gamma)$ 以下는 無視되므로

$$D = \frac{J_3(\gamma)}{J_1(\gamma)} \times 100\% \dots\dots\dots(36)$$

(36) 式의 應用例는 다음과 같다.

(例) 中心周波數 f_c 가 10.7Mc 이고 周波數偏移 Δf 가 ± 75 kc 인 FM 信號를 Foster-Seely 辨別器로 檢波하려고 한다. 이때 Distortion 이 3% 되지 할려면 Q_{02} 는 얼마로 해야겠는가?

[解] (36) 式에서

$$0.03 = \frac{\gamma^2}{24} \rightarrow \gamma = 0.849$$

$$\gamma = 4 \frac{\Delta f}{f_c} Q_{02} = 0.849$$

$$Q_{02} = 0.849 \times \frac{f_c}{4\Delta f} = \frac{0.849 \times 10.7}{4 \times 0.075} = 30.3$$

D) 比型辨別器

그림 4는 Ratio 辨別器의 回路이다. 그림 4에서 出力電壓 E_0 는

$$E_0 = E_1 - \frac{E_d}{2} \\ = (E_1 - E_2)/2 \dots\dots\dots(37)$$

그런데 E_1 과 E_2 는 그림 3에서 $E_{a'0}'$ 와 $E_{b'0}'$ 와 같으므로 (37) 式은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$E_0 = \eta \frac{ERQ_{02}}{2}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} [J_1(\gamma)\cos p(t - \frac{\beta}{2}) \\ - J_3(\gamma)\cos 3p(t - \frac{\beta}{2}) + \dots] \dots\dots\dots(38)$$

但 $\begin{cases} \gamma = \Delta\omega\beta \\ \beta = 4Q_{02}/\omega_0 \end{cases}$

Distortion D 는 (36) 式과 같게 된다.

$$D = \frac{J_3(\gamma)}{J_1(\gamma)} \times 100\% \dots\dots\dots(39)$$

3. 結 論

本論文에서는 Fourier Transform을 利用하여 諸周波數辨別器(單峰型, 複同調型, 位相型, 比型)의 Distortion을 入力信號의 定數와 FM器辨別回路定數로 表示하였다. 이 Distortion式은 單峰型에서 $\gamma \leq 0.4$, 複同調型에서 $\gamma \leq 0.8$, Foster-Seely 및 Ratio型에서 $\gamma \leq 1.6$ 의 範圍에서 成立하며 이 制限은 實際의 境遇에 있어서 充分하다. 偶數高調波는 Foster-Seely型 Ratio型, 複同調型辨別器에는 存在하지 않으며 單峰型 辨別器에는 偶數 및 奇數高調波가 存在한다. 上記의 諸辨別器의 Distortion公式으로 Distortion이 2% 以下에 하는 FM 入力信號의 最大偏移周波數 Δf 를 比較하여 보면 一例로서 各辨別器의 實効 Q가 30이고 中心周波數 f_c 가 4.5 MC 일때 單峰型이 $\Delta f = 3.3\text{kc}$, Foster-Seely 및 Ratio型이 $\Delta f = 25.9785\text{kc}$, 複同調型이 $\Delta f = 52.825\text{kc}$ 이다. 即 複同調型 辨別器가 辨別할수 있는 周波數帶域은 Foster-Seely 및 Ratio型辨別器의 約 2倍이고 單峰型의 16倍이다.

4. 謝 辭

本論文을 作成함에 있어서 多忙하신대도 不拘하시고 여러가지로 指導鞭撻하여 주신 恩師이신 서울工大電子工學科 崔桂根教授님 李晄漢 教授님 및 李鍾玉教授님에게 衷心으로 謝意를 表합니다.

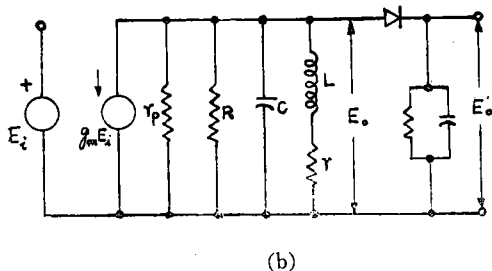
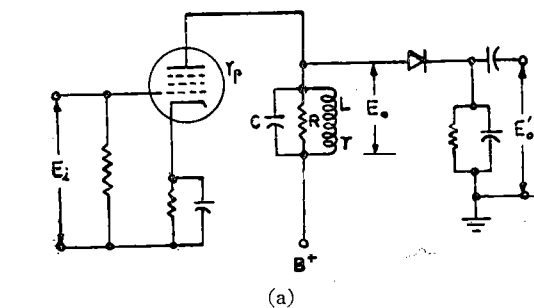


그림 1. (a) 單峰型 FM 辨別器回路
(b) (a)의 等價回路
(Fig.1 (a) A circuit of slope detector
(b) Equivalent circuit of (a))

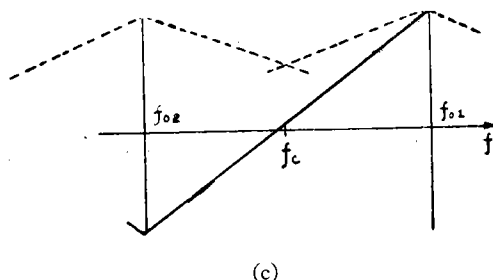
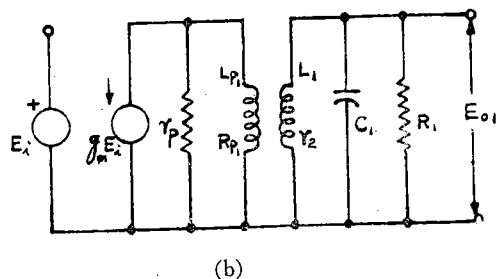
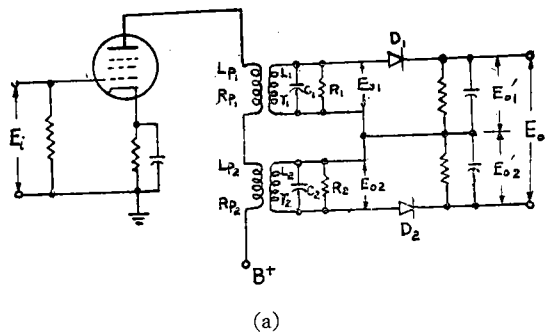


그림 3 (a) 複同調型 FM 辨別器
(b) (a)의 다이오드 D_1 側의 等價回路
(c) 複同調 FM 辨別器의 周波數特性
(Fig.2 (a) A circuit of Travis FM discriminator
(b) Equivalent circuit of diode D_1 part in (a).
(c) Frequency characteristic curve of Travis FM discriminator)

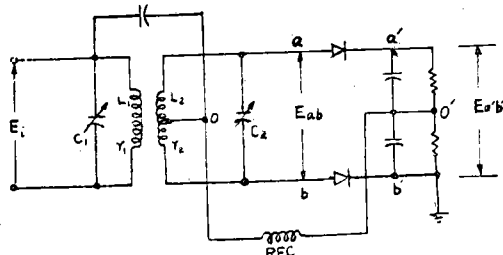


그림 3. Foster-Seely FM 辨別器
(Fig.3 A circuit of Foster-Seely FM discriminator)

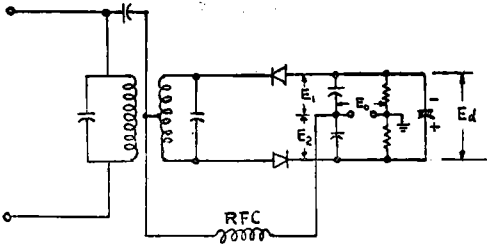


그림 4. 比型 FM 辨別器回路
(Fig. 4. A circuit of ratio detector)

參 考 文 獻

- (1) Samuel Seely, "Electron-Tube Circuits" McGraw-Hill Book Co. Inc. New York, N. Y. pp. 339-341; 1958.
- (2) A.G. Clavier, "Application of Fourier transforms to Variable frequency circuit analysis," Proc. IRE, Vol. 37, pp.1287-1290; Nov., 1949.
- (3) op. cit. (1) pp.342-344
- (4) op. cit. (1) pp.626-629.