

<論 說>

計算思考構造의 基礎形成을 위한 直觀指導의 效果<1>

— 1 學年 入門期를 中心으로 —

朴 童 舜

§1. 研究의 動機

어린이의 就學通知書를 받고나면, 새삼스럽게 修業의 可能性같은 것이 念慮되기 마련이다. 마침 겨울放學도 되고 해서 比較的 閑暇한 氣分으로 어린이의 就學準備性을 調査하다가, 10未滿數도 뇌이지 못하는걸 보고 겁(?)이 치밀었다. 더는 못하더라도 제 이름字와 10까지의 數세기 째는 가르쳐서 入學시켜야 할터인데, 겨우 5를 세고는 어물거린다. 그렇다고 數세기의 經驗이 전혀 없는 것도 아니다. 훨씬 以前부터 손가락을 꼽아세는 通俗的인 方法은 많이 經驗한 것이다. 그 結果가 數順序를 뇌어보는 것 마저 不得하였다니, 적어도, 이 어린이에게 만든 그런 方法이 適當치 못한 것이 아닐까? 勿論 具體物을 세어본 經驗도 없지는 않았다, 그래서인지 3까

지의 數概念은 形成되어 있는것 같았다. 그것만이라도 多幸한 일이지는 했다. 아니다. 그것이 오히려 正常이였는지도 모른다.

여기에서 얼핏 생각이 미친것이 1·2·3의 複合數로서인 4~10 數의 直觀指導라는 問題이었다. “國民學校 어린이의 計算課業”이란 年次研究의 恒念같은 것에 쫓기는 氣分으로, 헌 책장을 꺼내서 한장 한장에 半具體物인 동그라미를 큼직큼직하게 그리고, 그 밑에 數字를 併記했다 이때, 筆具로서 크레파스를 쓰다보니 그려진 것들이 數字마다 色彩를 달리하게 되었는데 “具體物의 配列에 있어서 直觀을 容易케 하겠다”는 意圖的인 意識이 있었을 뿐, 그 밖에는 모두 莫然한 생각이였다.

圖 1 10未滿數의 直觀資料











									
(빨강)	(파랑)	(초록)	(주황)	(연두)	(보라)	(분홍)	(빨강)	(파랑)	(연두)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

圖1과 같이 만드려진 資料를 한장 한장 펼쳐 가며 따라 외우게 했다. 몇 번을 읽히다보니 지루해서, 제 누나를 시켰다. 다음은 작은 누나와 엄마……, 그러다보니 大家族이 總動員이 되어서 차례로 따라 읽혔다. 그런데도 本人은 甚한 倦怠도 느끼는줄 모르게 10번쯤이나 따라 읽었을까? 이제는 읽어주기도 前에 뇌여지는 數가 늘어갔다.

여기서 제반의 重要한 事實을 發見한 것이 있다. 그것은 8에 對한 認知過程이 빠르고 또 正確하다는 事實이었다. 順序를 좇아 읽히지 않고, 띄엄띄엄 책장을 넘기면서 외우는데도 8만은 의례 먼저 읽어 버린다.

異常하다. 왜? 그럴까? 疑問은 곧 풀림직했다. 色彩가 가진 視覺的 刺戟의 強度問題인것 같다. 그래서 곧 資料를 更新해서 앞서번에 가장 희미했던 7을 빨간빛으로 칠해 주었다. 豫想은 適中되었다. 책장을 넘기다가 빨간 빛만 보이면 “8”이라고 뇌여 버린다. 조금도 시습참고, 그래서 前番의 8과 後番의 7을 觀察시키고 差異를 比較해 했더니 곧 “1”이 적다는 事實을 發見해 주었다.

그後 ~20, ~30의 直觀指導를 繼續시키면서 밤이면 곁에 누워서 門頭文章의 計算題를 課해 보곤 했을때, 그 成果는 놀라우리만큼 컸다. 10未滿의 加減, 10의 合成·分解, 11~20數의 構

成 ~20, ~30數세기까지, 本資料에 依한 수세기指導를 意圖한지 不過, 一週日만에 “비과 18개와 눈깔사탕 3개”가 “21”이라는 것을—그것도 約 30秒만에, 그리고 깜깜한 밤에, 세어보는 일 없이—알아 맞춰주었을 때, 그 기쁨은 形言할 수 없는 것이었다.

豫想외의 進展이요 分明하게 成功的인 教育過程이었다.

그리고 또 하나의 驚異的인 事實은 “5에다...” 하고 다음 說問을 課하려했을 때, “10個 반은?” 하고 意外의 反問을 받기에 이른것이다. 묻지도 않는 意外의 狀況을 再確認하기 위하여 “8의 半은?” 하고 물었더니, 서슴참고 “4”라고 대주었다.

이것이 무엇인가? 一週間의 過程中에는 直觀資料에 依한 수세기訓練外에는 아무것도 없었다. 口頭文章題를 課했다고는 했지만, 指導行爲이기 보다는 評價行爲에 不過했다. 더 더구나 配分概念까지라.

이것이 이른바 認知構造라는 것이 아닌가?, 그렇다. 이제 이 어린애는 그가 經驗한 直觀資料에 依한 수세기訓練過程에서 計算思考構造의 基礎를 닦은 것이다. 다만 그것을 結果케한 過然要因들이 무엇이었다고 하는 科學的인 根據를 갖지 못했고, 또한 그 結果가 限定된 一個人의 經過이었으므로해서, 제이무리 具體的인 過程을 밝힌 다른치더라도, 本事實만으로 그 어떤 事態

를 公言할수는 없는 것이다. 따라서 이제의 經過를 되풀이 하여, 그 要因을 規帽함과 同時에 그것이 다른 一般的인 經過의 結果를 確認코져 하는것이 本研究의 目的이며 또한 本研究의 問題요 展望인 것이다.

§2. 研究問題와 그 展望

研究의 動機를

- 수세기指導와 集合數概念指導의 一元化
- 直觀資料의 色彩와 視覺刺戟의 強度
- 計算思考構造의 基礎要因

等으로 要約하겠으므로 그 順序를 좇아 問題를 分析하고 그에 對한 展望 또는 假說을 갖어 보기로한다.

1. 수세기指導와 集合數概念指導의 一元化

改正教育課程은 第一學年의 數量指導에서(註1)

- 集合의 比較
- 共通된 性質의 數概念
- 具體物과의 對應
- 數順에 依한 수세기指導
- 具體物이나 造作을 通해서

라는 主要 指導內容을 強調했고 教育課程 改正의 趣旨는 組織의 合理性을 強調하였은즉, 教科書의 組織은 어떻게 合理化하였는가를 分析해 보기로 한다.

表 1은 1964. 3. 20. 10名의 本校職員이 모여 앉아 教科書를 分析해본 結果와 教科書가 示唆하는 수세기指導方法을 統計잡아 본것이다.

表 1

산수 1-1 教科書 分析表

單 元	面	教 科 書 內 容		指 導 內 容 分 析					수세기지도	
		表 題	內 容	集 比	合 比	共 通 性	對 應	수세기	具體物	直 觀
1. 사이종계	2	많다. 적다.	對應素地	○	○	○		○		
	7	곱셈 재기	量概念과 數세기					○		
2. 맞대보기	8~9	1~4의 대응	具體物과 半具體物 對應	○			○	○		
	10	5의 이해	1~5 수세기	○	○		○	○	○	○
	11	질승세기	具體物 세기(造作)		○		○	○	○	○
	12	소리세기	손가락과 具體物對應				○	○	○	○
	13	숫자 대응	半具體物과 數字對應				○	○	○	○
	14	세어보기	具體物세기				○	○	○	○
	15~16	6~9의 이해	半具體物과 數字對應	○	○		○			
	17	0의 이해	6~9 수세기		○					
18	숫자 찾기	0~9 半具體物과 數字對應				○	○	○	○	
19	세어 보기	수표시	○	○			○	○	○	

3. 차례 맞추기	20	일, 이, 삼 등	數字對應								
	21	넷째	左右, 前後								
	22	숫자 쓰기	1 ~ 4								
	23	차례	원근, 前後								
	24	숫자 쓰기	5 ~ 9								
	25	수세기	數字와의 結合		○	○	○		○	○	
	26	차례로 읽기	數字 읽기, 읽기						○	○	
27	숫자로 쓰기	數字와의 結合	○			○		○	○	○	
4. 수찾기	28~41		1~20세기, 쓰기 등								
빈	도			6	8	6	9	5	10	8	

1) 集合數의 比較過程

表 1에 나타난 數値는 比較的 많으나 그 內容 인즉 集合數를 羅列해 놓을 程度로 積極的인 意味에서의 比較過程은 거의 없고, 數差 1을 比較하는 것과 1對 1의 對應으로 形式化 되어있다.

集合數의 比較가 1對 1의 對應과 數差 1만을 認定할 수 있는것으로 足할 것인가? 아니면 集合數끼리의 同數對應과 2 以上の 數差도 比較케 하여 加減乘除配分의 素地形成까지도 認定하여야 할 것인가? 本研究는 그 後者를 支持한다.

2) 共通된 性質의 數概念

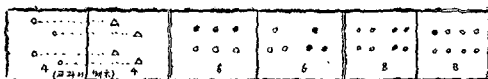
이른바 數의 類別(註 2)을 意味하는것이라면 充分히 考慮되어 있으나 p. 8·9에서 若干의 點同을 이르고 있다.

3) 對應方法의 多樣性

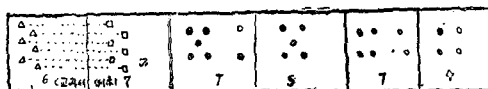
前項 1.에서 及及된바 있으나 거의가 1對 1의 對應으로 一貫되어 있다.

좀더 多樣한 方法(圖 2 參照)으로 同數對應과 數差對應의 方法을 講求해야 겠다.

圖 2 同數對應方法



數差對應方法



即 7이라는 數를 理解시키는데 何必이면 6보다 하나더 많은 것이라 고만 할 것인가 7은 5보다 2 많으며 4보다 3이 많은 數라고도 理解할수 있다면 前者는 6을 모르고는 理解할수 없을 것이나 後者는 6을 모르고도 理解할수 있을 것이 아닐가?

4) 수세기指導의 順序

수세기指導는 차례대로 되어있으나 10未滿數를 分離함으로써 對應指導의 多樣性을 欠했고 偶然 學習의 機會가 許諾되지 못하며 特히 10의 指導를 그것들과 分離하였음은 從來없던 새로운 措置이기는하나 10進數의 構成原理와 一般的인 수세기의 慣習이나 數概念形成過程으로 보아 矛盾이 많다.

教科書組織이 大體로 Piaget 씨의 數學心理에 根據를 둔듯하나 우리들의 一般的인 數세기過程은 1~9를 세었으면 10까지를 세기 마련 아닌가?

5) 具體物의 造作

大體로 廣範한 例示가 되어있으나 配列狀態가 調雜하여 一히 세지 않고는 把握하기 어렵고 意識的으로 Tile 資料를 忌避하고 있는상 竝다. 좀더 整然한 配列狀態로서 直觀을 도와야 할 것이며, 水道方式의 計算體系가 그릇되었다고 해서 關聯資料마저 排斥하는 것은 再考의 餘地가 없지 않다.

6) 集合數概念과 順序數概念

數概念; 하면 集合의 크기를 나타내는 集合數와 차례를 나타내는 順序數의 두 概念을 말한다. (註 3) 前者는 量의 概念이며 後者는 位置概念이라 말할것이다.

그것이 單元組織上 完全히 分間지어졌고 수세기指導의 方法 또한 數세기에서 算수세기와 直觀指導가 兼해 있으나 1對 1의 對應等 算수세기 例示가 主가되어 있고 直觀指導는 暗示에 不適當하다. Piaget가 이르기를(註 4)

○ 하나 둘…… 하고 셀수 있어도 數에 對한 바른 理解가 이루어진 것은 아니다.

○ 數를 세는 일보다 먼저 指導해야 할 일이다.

라고 말했다. 거의 首肯되는 말이다. 그러나, 생각하면 할수록 矛盾이 많은 말이어서 全적으로 首肯하기에는 어설픈 말이기도 하다. Piaget가 말한 “셀수 있다”는 것은 “數詞를 입으로 뇌일수 있다”는 말이고, “理解”한다는 것은 “數概念”을 말하는 것이겠지만, 數概念이 전혀 없이 어떻게 數詞를 뇌일수 있단 말인가? (많은 數는 限外라 할지라도).

어린이가 “엄마”라는 言語概念을 認識하는 過程을 보면(註 5)

- 눈으로서 엄마를 意識한다.
- 귀로서 “엄마”란 말을 익힌다.
- 입으로서 “엄마”를 뇌여본다.

그리고 “엄마”를 불러보고 概念化한다. 그러나 그 過程이 一律적인 것만은 아니다. 또한 그 段階는 極히 分明치 못하다. 이와 같이 모든 感覺機能은 大體로

視覺→聽覺→觸覺→知覺

의 順序로 發達하나 이 亦是 複合적인 境遇가 많다. (註 6)

數詞의 表現은 그것이 說便 數概念이 아닐망한 知覺의 一種인에는 틀림이 없다. 그러므로 數詞의 知覺以前에 感覺적인 意識이 있었을 것이니 그 意識은 分明하지 못할지언정 數를 認識한 것이다.

萬一 이 論理的 論理에 지나지 않는다면 Piaget의 많은 矛盾되기 마련이다. 다만 “바른 理解”라는 假設을 두었으므로 一激을 認定한다.

結局은 數概念의 分別이 問題된다.

어린이에게 10個의 集合數를 提示하고

“이것이 몇 個입니까?”고 물으면

어린이는 곧 “하나, 둘……” 세기 始作한다.

세고나서

“10個입니다”고 對答했다면? 틀림은 없다.

그러나 10個의 集合數를 낱날이 세지 않고는 10個라고 하는 集合數를 認識하지 못한다는 것이 問題이다. 10을 세는 동안 6도, 7도, 8·9도 세었음이 分明하나 6·7·8·9를 意識하지 못하고 셀수도 있다. 이것은 어른의 境遇도 거의 같다. 그런 意味에서도 Piaget의 말에 一意를 認定하

는 것이다.

그러나 그 어린이에게 全적으로 數概念이 없다고는 말할 수 없다. 그 어린이는 10을 세다. 順序數가 正數 1의 數差로서 그 位置를 認定하는 것이라면, 그 어린이가 비록 順序數를 識別할 表現力이 없었을 지언정—엄마를 意識하면서도 부르지 못하는 것처럼—數의 順序만은 認知하고 있는 것이다. 要는 우리 어린이들에게 수세기 指導를 課할 때, 낱수 하나 하나를 세어서 集合數를 認定케 하는 方法이 集合數指導보다는 順序數指導에 가까웠다는 事實을 反省하여야 한다. 손가락을 꼽아가며 數를 세고, 計算을 하는 어린이들이 意識하는 것은 集合數 意識보다 順序數意識이 強하다. —마지막에 뇌여진 數만이라도 集合數로서 認定되었다면 多幸이긴 하겠지만……

2. 直觀資料의 色彩와 視覺刺戟의 強度

이 問題는 美術學과 色彩心理學分野에서 解答이 되어 있을 것으로 믿었으나 文獻資料를 얻지 못하여 매우 遺憾된 일이다. 그러나 研究動機로서의 이 問題가 지닌 研究의 價値는 色彩心理의 提言을 生活指導 및 人性指導分野의 活用과 더불어 學習指導分野에까지 活用될 수 있는 可能性과 必要性을 示唆할 수 있었다는 點이다.

—學年教室하면 數많은 낱말카드와 數카드들을 聯想케 한다. 그러나, 그 많은 카드資料에서 意圖적인 色彩의 分別을 본 일이 마이없다.

色彩 하나하나가 갖인 視覺刺戟의 強度問題는 제쳐 두고라도 同—色彩中에 異色 하나가 끼었을 때는 分明히—常識적으로—우리들의 注意를 끌기 마련이다. 또한 밤거리의 네온은 赤·黃·綠 등의 色彩가 눈에 띄인다.

3. 問題分析의 要約

- 數概念은 同類物體 또는 物體의 共通性 위에 成立된다
- 數의 對應은 1對 1의 對應만이 아니라 무더기 對應이 더 有意하다.
- 數差 1의 兩數對應보다 數差 2·3…의 對應經驗이 計算思考構造를 위하여 더욱 重要하다.
- 造作된 具體物은 整然한 配列狀態가 映像化에 도움이 된다. (註 7)

- 數量指導의 段階는 數構造의 原理를 좇아 1~10, 11~20...으로 區分하는것이 慣習上의 合理性이다.
- 數를 셀수 있다는것은 多少間의 數概念이 있다는 反證이기도 하다.
- 낱수 하나하나를 세어서 集合數를 認定하는 過程과 1對 1의 對應으로서, 그리고 數差 1의 比較狀態로서 認識된 數概念은 順序數概念에 가깝다.
- 적어도 同一 色彩中에 긴 異彩로운 存在는 보다 많은 注意를 끈다.

4. 假說

1) 數概念指導는 數詞指導로부터 Piaget 씨의 數概念形成을 위한 基礎工事的 4段階를 否定하는

것은 아니다. 그러나 그 그事는 無意圖的인 가운데 또한 分別할 수 없는 時期에 이미 이루어진 것이다. 따라서 意圖的인 作爲는 不必要한 教育的 浪費가 될것이다.

2) 集合數의 直觀에 依한 數詞指導는 集合數概念形成과 더불어 計算思考構造의 基礎經驗이 될 것이다.

本假說을 肯定할만한 文獻의 根據를 못 가졌다. 또한 그것을 否定하는 記錄도 보지 못했다. 問題는 그 成就結果가 證據해 주기를 마달밖에 없다. 따라서 偶然學習의 結果에서 얼마간의 偶然要因이 分析될 수 있다면 問題 3의 計算思考構造의 基礎要因들이 밝혀질 것이다.

<次號繼續> (全南 靈岩郡 永保國民學校)

確率指導上의 問題點

金 應 泰

§ 1. 序

確率은 統計와 分離해서 생각하는 것은 現代數學의 面에서 보나, 또는 社會人의 教養의 面에서 보나 穩當한 생각이라고는 볼 수 없다. 곧 現代에서는 두가지를 分離하지 않고 確率統計의 인 思考方式을 理解하고, 判斷의 基準으로서 이것을 여러가지 경우에 適用하는 것이 要求된다.

從來의 古典的인 方法으로서는 確率은, 어떤 事件이 이러나는 경우의 數를 全體의 可能性의 總境遇의 數로 나눈 것으로서 定義하였다. 따라서 確率의 問題는 境遇의 數를 셀하는 問題, 곧 順列, 組合에 관한 確率로 되었고, 近代統計學에는 關係가 적은 獨立的인 分野로 되었었다.

이와 같은 古典的인 導入方法으로서는 現代數學과 確率을 結付시키기는 困難하다. 따라서 여기에서는 確率의 理論을 現代數學과 結付시키기 위하여, 集合과 關聯시키시 可能性의 空間 안에 測度의 概念을 導入하여 여러가지 命題의 確率을 그 命題의 眞理集合(事件)의 測度로서 定義하려고 한다. 아울러 從前에 取扱하였던 曖昧한 定義 및 理論의 展開를 어느 程度까지 嚴密한

體系아래에서 해보려고 한다.

§ 2. 事件과 集合

어떤 觀察 또는 實驗을 試行(trial)이라고 하고, 每試行의 結果로 나타날 수 있는 個個의 것을 그 試行의 根元事件(elementary event)이라고 한다. 또한 試行에 있어서 이에 對應하는 根元事件들의 어떤 集合을 事件(event)이라고 한다. 주사위를 던져서 어떤 눈이 나오는가를 調査하는 實驗은 한 試行이고, 이 경우의 根元事件은 “1의 눈”, “2의 눈”, “3의 눈”, “4의 눈”, “5의 눈”, “6의 눈”의 6個이며, 이들 중의 한 個 또는 몇 個의 눈의 集合 {1}, {1, 2}, {1, 3, 5} 등은 事件이다. 따라서 “事件E가 이러난다”는 것은 事件(곧 根元事件의 集合) E에 包含되는 根元事件의 試行의 結果로서 나타남을 뜻한다.

한 試行에 있어서 나타날 수 있는 根元事件全體의 集合을 空間(space)이라고 하고 이것을 S로 나타내면 事件은 空間 S의 部分集合을 뜻한다.

이와 같이 事件을 集合이라고 생각할 때 事件에 관한 論理的 取扱과 集合에 관한 演算과를