# 集合教材의 體系的 分析研究

李 錫 暎

Suk Young Lee: Systematic Analysis of Sets for the Modernization of Mathematics Education.

## §0. 緖 言

現代社會의 文化發展에 있어서 數學의 공헌이 科學敎育이나 人間敎育에서 重要한 役割을 찾이하고 있다는 點에서 우리는 學校에서 다루는 數學을 內容面에서 잘 選擇해서 또 잘 가르쳐야 할 것이다. 이러한 생각에서 世界 여러 數學者들은 몇몇 機構를 만들고 世界共同으로 數學敎育의 現代化를 위하여 努力하고 있는 것이다.

1962年 8月 27日부터 1962年 9月 8日 사이에는 Budapest에서 數學敎育에 關한 UNESCO Symposium이 열렸고, 또한 같은 해 8月에는 Stockholm에서 International Commission on Mathematical Instruction을 開催하고 各國의 數學敎育改善에 關한 硏究를 綜合하는데 이르렀다.

UNESCO는 Belgium의 W. Servais 敎授와 Hungary의 T. Varga 敎授를 Consultant-editors로 위촉하고 UNESCO 가맹국의 School Curricula와 Teaching Methods의 改善案을 綜合하였다[1].

한편 Stockholm의 I.C.M.I.(國際數學者會議)에서도 美國의 John G. Kemmeny 敎授로 하여금 21個國의 數學敎育 現代化에 對한 動向을 綜合하여 報告하도록 하였는데[2] 그 內容을 보면 大多數의 나라가 다음 事項을 Secondary School에서 다루어야 한다고 주장하고 있다.

① 初等的 集合의 理論.

② 論理學의 入門.

③ 現代代數에서의 새로운 Topics.

④ 確率과 統計의 새로운 導入方法等.

數學敎育은 12살부터 18살까지의 中高校學生들과의 關係가 大學生들과의 關係보다 더 깊다. 이 重要한 時期에 있는 學生들에게 現代數學에서의 어느 적절한 基礎概念을 어떤 方法으로 導入하여, 그들로 하여금 보다 科學的인 思考力을 기르게 할 수 있을까 하는 것이 問題이다. 이것이 바로 오늘날 數學敎育의 現代化를 위한 課題가 된 것이다.

美國에서는 재빨리 各級學校의 數學敎師와 大學敎授들로 構成된 School Mathematics Study Group을 組織하고 改訂된 敎育課程에 알맞는 實驗敎材를 만들었는데 그 몇가지를 보면 다음과 같다.

(a) First Course in Algebra.

(b) Geometry.

(c) Intermediate Mathematics.

(d) Elementary Functions.

(e) Introduction to Matrix Algebra.

그런데 이 SMSG의 特色을 보면

i) 國民學校 4年學 程度에서 이미 集合의 생각을 導入하였고,

ii) 論理學에 對한 생각과 그 應用을 取扱하였으며,

iii) 實數의 概念을 初學年에서부터 집어 넣어주려고 努力하였고,

iv) Graph에 對한 생각을 集合의 觀點에서 導入하도록 유의하였다.

이와같이 數學敎育의 現代化가 世界共同으로 진행되고 있는 이때, 우리나라는 어떤 活動을 하고 있는가? 勿論 文敎部는 敎育課程을 改訂했고, 그것에 따라 中學校 數學敎科書가 새로 편찬되어 1966年度에서 부터 使用되겠지만, 아직도 뚜렷한 革新的 計劃이 알려지지 않은 것 같다.

本論文은 改訂된 敎育課程속에 들어 있는 「集合概念의 指導」에 關한 問題를 어느 段階에서 또 어느程度의 內容을 指導해야 할 것인가 하는 것을 體系的으로 分析해 본 것이다.

原來 集合은 獨立分野로서 指導해야 되겠지만 中高校에서는 集合論을 다루자는 것이 아니므로 例를들어 數의 性質, 數와 式의 計算法則, 方程式과 不等式, 函數와 Graph, 연립방정식, 확률과 통계 및 圖形 等의 內容에서 集合과 關聯이 있고, 學生들이 理解하기 쉬운 곳을 찾아 集合의 概念을 넣어 주면 될 것이다.

§1 에서는 敎科內容과 集合內容과의 關聯如否를 調査하였고, §2, §3에서는 中高校學生들을 對象으로 아무 基礎概念없이 展開해 나갈 수 있도록 集合의 定義 및 部分集合·空集合·包含關係등을 例示하였다. §4에서는 集合사이의 演算으로 合集合·積集合·補集合 및 差集合等의 指導例를 들었고, §5에서는 集合의 要素數와 경우의 數에 나오는 合의 法則, 곱의 法則과의 關聯을 보였다. §6에서는 集合과 論理에의 應用을 論했고, §7에서는 集合의 對應關係를 中高校 敎科內容속에서 어떻게 다루어야 할것인가를 밝혔고, §8에서는 確率의 概念을 測度論의 概念으로 定義하는 한 보기를 들었다.

끝으로 §9에서 이 集合敎材의 指導가 現中高校 學生들에게 어느 程度로 適合할 것인가를 알기 위하여 몇 時間의 實驗授業을 하고 그 結果를 報告하였다.

### §1. 數科內容과 集合內容의 關聯

中高校 學生들에게도 集合의 생각을 부어 주어야 한다고해서 傳統的인 敎材內容을 無視하고 集

| 학년 | 단원 | | 내용 | 집합의 생각 | 집합의 표시 | 부분집합 포함 | 합집합 적집합 | 차집합 보집합 | 집합산 | 집합의 요소수 | 1對1 對應 | 論理에의 應用 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 중1학년 | 수 | 자연수 | 홀수 짝수 | ○ | ○ | ○ | | | | | ○ | |
| | | | 약수·배수(G.C.M. & L.C.M.) | ○ | ○ | ○ | | | | | ○ | |
| | | | 분수 계산에의 활용 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | | 양수·음수 | 양 수 · 음 수 | ○ | ○ | ○ | | | | | ○ | |
| | | | 부 등 호 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | | | 수 직 선 | ○ | ○ | ○ | ○ | | | | ○ | |
| | | | 간단한 양수·음수의 사칙 | ○ | ○ | ○ | ○ | | | | | |
| | 식 | 식 | 문자 사용 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | | | 식의 계산 | ○ | | | ○ | | | | | |
| | 통계 | 통계 | 통계 그림표의 종류 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | 도형 | 평면도형 | 삼각형의 종류 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | | | 사각형의 종류 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| 중2학년 | 수와 식 | 양수 음수 | 양수 음수의 사칙 | ○ | ○ | ○ | ○ | | | | | |
| | | | 괄호의 사용 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | | 수의 성질 | 수의 성질(수의 모임) | ○ | ○ | ○ | | | | ○ | | |
| | | | 계산 법칙 | ○ | ○ | | ○ | ○ | ○ | | | |
| | | 식의 계산 | 다항식의 덧셈·뺄셈 | ○ | ○ | | ○ | | | | | |
| | | | 지수법칙 | ○ | ○ | | | | | ○ | | |
| | | 1차 방정식 | 항등식과 방정식 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | | | 1차 방정식 | ○ | ○ | | | | | ○ | ○ | |
| | | | 1차방정식의 해법·근의 검산 | ○ | ○ | | | | | ○ | | |

| 학년 | 단원 | | 내용 | 집합의 생각 | 집합의 표시 | 부분집합 포함 | 합집합 적집합 | 차집합 보집합 | 집합산 | 집합의 요소수 | 1對1 對應 | 論理에의 應用 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 중2학년 | 수와식 | 부등식 | 1차 부등식 | ○ | ○ | ○ | | | | ○ | | |
| | | 연립 | 연립 방정식 | ○ | ○ | | | | | | | |
| | 식과 그림표 | 좌표 | 좌 표 | ○ | ○ | | | | | | ○ | |
| | | | 점의 표시 | ○ | ○ | ○ | | | | | ○ | |
| | | | 1대1 대응관계 | ○ | ○ | ○ | | | | ○ | ○ | |
| | | 1차함수 | 1차함수의 그림표 | ○ | ○ | | | | | | ○ | |
| | 도형 | 평면도형 | 삼각형의 합동 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | | | 삼각형의 닮음 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | | | 사각형의 성질 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| 중3학년 | 수와식 | 수 | 유리수·무리수 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | | 방정식 | 2차 방정식과 근 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | | | 분수방정식과 근 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | | | 연립방정식 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | 그림표 | | 2차함수의 그림표 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| 공통수학 | 수와식 | 실수 | 실수범위안에서 자연수·정수 (합성수·모임) | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | |
| | | | 정식 (인수분해) | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| | | 분수식 | 분 수 식 | ○ | ○ | | | | | | | |
| | | | 제곱근수 | ○ | ○ | | | | | | | |
| | 방정식과 부등식 | 방정식 | 2차방정식 (근) | ○ | ○ | ○ | | | | ○ | | |
| | | | 분수 방정식 | ○ | ○ | | | | | | | |
| | | | 연립 방정식 | ○ | ○ | | | | | | | |
| | | 부등식 | 2차부등식 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | | | |
| | 함수와 그림표 | | 1차 함수 | ○ | ○ | ○ | | | | | ○ | ○ |
| | | | 2차 함수 | ○ | ○ | ○ | | | | | ○ | ○ |
| | 평면도형 | | 필요·충분·완전조건 | ○ | ○ | ○ | | | | | | |
| 수학 I、II | | 순열과 급수 | 등차 수열 | ○ | ○ | | | | | | | |
| | | | 등비 수열 | ○ | ○ | | | | | | | |
| | 확률과 통계 | 수열 | 경우의 수(합의 원칙·곱의 원칙) | ○ | ○ | ○ | ○ | | | ○ | | |
| | | 조합 | 순 열 $nPr$ | ○ | ○ | ○ | | | | ○ | | |
| | | | 모아짜기 $nCr$ | ○ | ○ | ○ | | | | ○ | | |
| | | 확률 | 확률의 의미와 계산 | ○ | ○ | ○ | ○ | | ○ | | ○ | ○ |
| | | | 확률의 곱셈·덧셈정리 | ○ | ○ | ○ | ○ | | ○ | | ○ | ○ |
| | | 통계 | 정 규 분 포 | ○ | ○ | | | | | | | |
| | | | 표 본 조 사 | ○ | ○ | | | | | ○ | ○ | |
| | | | P[E] P[Ē] P[A∪B] P[A∩B] P[A\B]등 기호 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | | | ○ |

合內容을 지도 한다는 것은 좋지 못하다. 우리는 現行 教材內容中에서 集合槪念과 關係가 깊은곳을 찾아 그것을 기둥으로 해서 集合의 생각을 지도해야 될 것이다. 그 關聯如否를 調査하면 앞 페이지의 表와 같다.

## § 2. 集合의 定義 및 그 表示

中高校學生들에게 指導할 集合의 內容을 어느 程度로 쉽게 할 것인가? 이제 集合의 定義 및 그 表示法과 記號등을 規定하여 보기로 한다.

물건이 여러가지 있을 때 이것을 한개로 묶어서 취급할 때에 集合의 생각이 일어난다. 즉 서로 區別할 수 있는 물건의 모임을 하나로 생각하여 이것을 集合(set)이라고 하며, 이 集合을 構成하고 있는 것의 하나하나를 그 要素(element)라고 한다.

예를 들면 1에서 20까지의 정수중에서 3으로 나누어지는 것의 모임은

3, 6, 9, 12, 15, 18

이다. 이 集合은 $\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$로 나타내며, 이 集合을 形成하고 있는 個個의 數를 이 集合의 要素라고 하는 것이다.

一般으로 集合을 文字로 나타내는데 위의 集合을 I로 表示하면

$$I = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

이다. 한편 集合을 構成하고 있는 要素 $x$에 어떤 부수된 성질(屬性)이 주어졌을때, 곧, $x$에 대한 어떤 條件 $p(x)$를 만족하는 $x$의 集合을 A라고 하면

$$A = \{x \mid p(x)\}$$

인 記號로 나타낸다.

예를 들어 $\{x \mid x-3=0\} = \{3\}$이다.

【예제】 반지름이 2cm인 원의 내부에 있는 점 전체의 集合 G를 表示해 보라.

(풀이) $G = \{(x, y) \mid x^2+y^2 \leqq 4\}$

〔연습〕 N={짝수 전체의 집합} 일때 $B = \{2, 4, 6, 8\}$를 記號로 표시해 보라.

(풀이) $B = \{x \mid 0 < x < 10 \text{ and } x \in N\}$

## § 3. 集合사이의 關係

"$a, b, c$라는 세사람이 일렬로 늘어서는 모든 方法의 集合을 求하라"하는 問題가 있다고 하자. 이 問題는 順列의 數를 求하라는 것이 아니고 그 方法을 모두 열거해 보라는 것이다. 따라서 이 問題의 答은

$abc$, $acb$, $bac$, $bca$, $cab$, $cba$

이다. 이 集合을 I로 나타낸다면

$$I = \{abc, acb, bac, cba, cbc, bca\}$$

이다. 이때 I를 3사람 $a, b, c$를 일열로 늘어 놓는 方法의 全體集合이라고 한다.

여기서 $a$가 양끝에 있는 것들의 集合을 A라고 하면

$$A = \{abc, acb, bca, cba\}$$

또 $a$가 왼쪽끝에 있는것들의 集合 B는

$$B = \{abc, acb\}$$

$b$를 맨 가운데 놓는 것들의 集合 C는

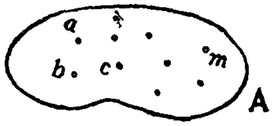
$$C = \{abc, cba\}$$

이다. 이런것은 全體集合 I의 要素의 一部分을 要素로 하는 集合인데 이와같은 集合을 全體集合 I의 部分集合이라 하고

$$I \supset A \ (\text{또는 } A \subset I)$$

인 記號로 나타낸다.

일반으로, $m$이 어떤 集合 A의 要素로 되어 있을 때는 $m \in A$로 表示하고, $k$가 集合 A의 要素가 아닐때 는 $k \notin A$로 表示한다.



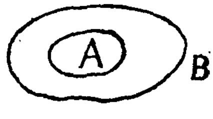

지금 集合 A와 集合 B가 있을때, A의 모든 要素가 B의 要素로 되어 있을때 A는 B에 포함된다고 한다. 이때 A를 B의 部分集合(subset)이라 하고

$$A \subseteqq B$$

로 表示한다. 만일 B속에 A의 要素가 아닌 것이 남아 있을 때, A를 B의 眞部分集合(real subset)이라 하고

$$A \subset B$$

로 表示한다.

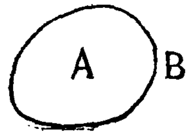



특히 두 集合 A, B에 있어서

$A \subseteqq B$이며 $A \supseteqq B$

일 때는

$$A = B$$



이다. 곧 A의 모든 要素는 또한 B의 要素가 된다. 〔 $\forall\ x\in A;\ x\in B$ 〕

한편, 어떤 集合의 한개의 要素도 포함하지 않을 경우에는 그것도 한 集合으로 생각하여 이것을 空集合(empty set)이라고 하며

$\{o\}=\phi$

로 表示한다.

要素가 有限個 있는 集合을 有限集合(finite set) 無限個인 것을 無限集合(infinite set)이라고 한다.

【예제 1】 남녀공학인 어느 師大附高에서 학생 전체의 集合을 A, 남학생 전체의 集合을 B, 여학생 전체의 集合을 C, 1학년 여학생 전체의 集合을 D, 2학년 남학생전체의 集合을 E라고 할때 A,B,C,D,E중에서 記號 ⊂로 맺을수 있는 것이 있으면 그것을 전부 써 보라.

(풀이) $B\subset A$, $C\subset A$, $D\subset A$, $E\subset A$, $D\subset C$, $E\subset B$

【예제 2】 1에서 20까지의 整數中에서
A를 2로 나누어 지는 것의 全體,
B를 3으로 나누어 지는 것의 全體,
C를 6으로 나누어 지는 것의 全體
라고 할때 A,B,C의 包含關係를 써보라.

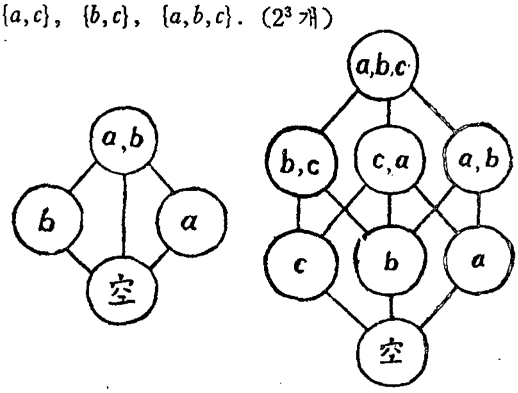
(풀이) $A=\{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$
$B=\{3,6,9,12,15,18\}$
$C=\{6,12,18\}$

이므로 $C\subset A$, $C\subset B$

2개 혹은 3개의 要素를 갖는 集合에서 그 部分集合을 指導할때는 다음과 같은 그림을 이용하여도 좋다.

$\{a,b\}$의 部分集合은 $\{o\}$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a,b\}$. ($2^2$개)

$\{a,b,c\}$의 部分集合은 $\{o\}$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a,b\}$, $\{a,c\}$, $\{b,c\}$, $\{a,b,c\}$. ($2^3$개)

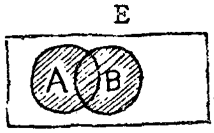



## §4. 集合사이의 演算

$A=\{1,2,3\}$, $B=\{2,3,4,5,6\}$

에서 A 또는 B에 포함되는 要素의 集合은 $\{1,2,3,4,5,6\}$이다.

일반으로 A,B의 어느 한쪽에 屬하는 要素全體의 集合, 즉 A,B의 적어도 어느 한쪽에 屬하는 要素全體의 集合을 A,B의 合集合이라 하고 $A\cup B$로 나타낸다. 곧

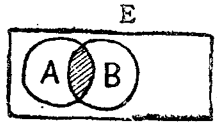



$A\cup B$
$=\{x|x\in A$또는 $x\in B\}$

한편 $A=\{1,2,3\}$,
$B=\{2,3,4\ 5,6\}$

에서 A 및 B에 속하는 要素의 集合은 $\{2,3\}$이다.

일반으로 A,B의 어느 것에도 속하는 要素全體의 集合을 A,B의 共通集合(積集合)이라 하고 $A\cap B$로 表示한다. 곧




$A\cap B$
$=\{x|x\in A$ 및 $x\in B\}$

【예제 1】

$A=\{1,2,3,4,5,9,7,8,9\}$

을 全體集合이라 하고

$A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\}1,3,5,7,9\}$

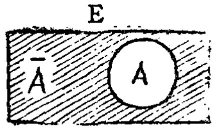
일때 $A\cup B$, $A\cap B$를 구하라.

(풀이) $A\cup B=\{1,2,3,4,5,7,9\}$
$A\cap B=\{1,3,5\}$

集合E에 對하여 그의 여러가지 部分集合 A, B,C,……를 생각할때. A,B,C,……에 對하여 E를 全體集合이라고 한다.

A가 E의 部分集合일때 E에 屬하면서 A에는 屬하지 않는 要素全體의 集合을 E에 關한 A의 補集合이라고 하며 $\bar{A}$로 표시한다. 곧

$\bar{A}=\{x|x\in E,\ x\notin A\}$




한편 두 集合 A,B에 있어서 $A\supset B$일때 $A\backslash B$를 A와 B의 差集合이라고 한다. 즉 A의 要素이지만 B의 요소는 아닌 것을 要素로 하는 集合을 말한다.

곧 $A\backslash B=\{x|x\in A$ 및 $x\notin B\}$

【예제 2】 남녀공학인 어느 學級의 學生全體의 集合을 E라 하고

A={남학생 전체}, B={안경낀 학생전체

일 때 다음 것은 각각 어떤 集合인가?

① $\overline{A}$　② $\overline{B}$　③ $A\cup B$　④ $A\cap B$

⑤ $\overline{A}\cup B$　⑥ $\overline{A}\cap\overline{B}$　⑦ $\overline{A}\cap B$　⑧ $A\cap\overline{B}$

(풀이)

① $\overline{A}$={여학생 전체}

② $\overline{B}$={안경을 안낀 학생전체}

③ $A\cup B$={남학생 전체와 여학생중 안경을 낀 학생 전체}

④ $A\cap B$={남학생 중 안경을 낀 학생 전체}

⑤ $\overline{A}\cup B$={여학생 전체와 남학생중 안경을 낀 학생 전체}

⑥ $\overline{A}\cap\overline{B}$={여학생 중 안경을 안낀 학생 전체}

⑦ $\overline{A}\cap B$={여학생 중 안경을 낀 학생 전체}

⑧ $A\cap\overline{B}$={남학생 중 안경을 안낀 학생 전체}

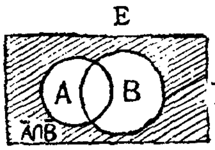
Venn Diagram은 2個의 集合이나 3個의 集合 사이의 關係를 考察하는데 大端히 便利하다.

補集合 $\overline{A}$, $\overline{B}$에 對해서도 全體集合을 E라고 하면

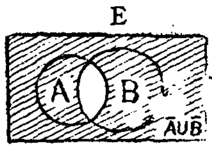
$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$

$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

임을 Venn Diagram을 이용하면 쉽게 알 수 있다.

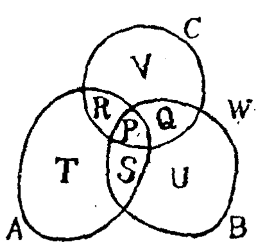


$\overline{A}\cap\overline{B}$



$\overline{A}\cup\overline{B}$

세개의 集合 A,B,C사이의 關係를 Venn Diagram을 통하여 알아 본다면




$A\cap B\cap C=P$

$\overline{A}\cap B\cap C=Q$

$A\cap\overline{B}\cap C=R$

$A\cap B\cap\overline{C}=S$

$A\cap\overline{B}\cap\overline{C}=T$

$\overline{A}\cap B\cap\overline{C}=U$

$\overline{A}\cap\overline{B}\cap C=V$

$\overline{A}\cap\overline{B}\cap\overline{C}=W$

물론 Venn Diagram의 有效性은 3個의 集合의 경우가 限界이고, 4個以上의 集合의 경우에는 無意味하다.

이 Venn Diagram은 다음과 같은 原理를 이해하는 데에도 도움이 된다.

i) $A\cap B=B\cap A=A\cap B=B\cap A$ ……(교환법칙)

ii) $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$,
$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$ ……　(결합법칙)

iii) $(A\cap B)\cap C=(A\cap C)\cap(B\cap C)$,
$(A\cap B)\cap C=(A\cup C)\cap(B\cap C)$ …(분배법칙)

iv) $A\cap\overline{A}=\phi$, $A\cup\overline{A}=E$ (전체집합)

v) $\phi\cap A=\phi$, $\phi\cup A=A$, $\overline{(\overline{A})}=A$

## §5. 集合의 要素數(Cardinal Number of Sets)

任意의 集合 A에 對하여 그 集合의 要素數를 $n(A)$로 나타낸다. 有限個의 要素를 갖는 集合 A에 있어서 이 要素의 個數 $n(A)$가 A의 分量을 나타내는 가장 基本的인 數이다. 여기서 몇개의 주어진 集合의 要素數를 알고 이들의 合集合, 積集合 등의 연산을 시행할때에 集合의 要素數를 計算하는 方法을 알아 보자.

(1) 合의 法則

**보기** 어느 class에서 시험을 본결과, 英語시험 성적 80점 이상이 16명, 數學시험성적 80점 이상이 16명, 양쪽 다 80점 이상인 學生이 10명이었다. 英語·數學中 적어도 한쪽이 80점 이상인 學生은 몇 명인가?

(풀이) 영어 80점 이상인 學生을 A라면

$n(A)=18$

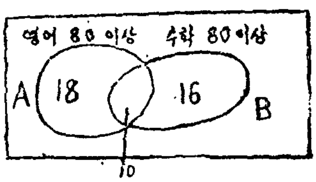
수학 80점 이상인 學生을 B라면

$n(B)=16$

둘다 80점 이상인 학생을 $A\cap B$라면

$n(A\cap B)=10.$

따라서 英語·數學中 적어도 한쪽이 80점 이상인 학생은 $A\cup B$가 되어




$n(A\cup B)=18+16-10=24$ (명)

**定理 1** A, B를 有限集合이라 할때

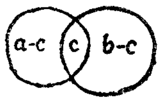
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

특히 $A\cap B=\phi$이면

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)$

(증명) A에 속하는 요소의 수를 $a$, 즉 $n(\mathrm{A})=a$, B에 속하는 요소의 수를 $b$, 즉 $n(\mathrm{B})=b$, 양쪽에 속하는 요소의 수를 $c$, 즉 $n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=c$ 라 하면

A　　B




A에 속하고 B에 속하지 않는 것의 수는 $a-c$, B에 속하고 A에 속하지 않는 것의 수는 $b-c$ 따라서 A 또는 B(A, B중 적어도 한쪽)에 속하는 요소의 수 $n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$는

$$(a-c)+(b-c)+c=a+b-c$$

$$\therefore\ n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})-n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$$

특히 $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\phi$ 이면 $n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=0$

$$\therefore\ n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B}).$$

【예제 1】 어느 製藥會社에서는 4월부터 8월까지는 주로 빈혈치료제와 영양치료제를 만들기로 했다. 各種의 藥品中에서 全體의 $p$%는 반드시 빈혈치료제를 만들고, 전체의 $q$%는 반드시 영양치료제를 만들려고 한다. 그리고 전체의 $x$%는 빈혈과 영양의 양쪽성질을 가진 것을 만들려고 한다. 이때

i) $x$의 값을 $p, q$로 표시하라.

ii) 약품중 빈혈치료의 성질만 갖는 것은 全體의 몇 %인가?

(풀이) 빈혈치료의 성질을 가진 약품전체의 集合을 M, 영양치료의 성질을 가진 약품전체의 集合을 N, 양쪽의 성질을 가진 약품전체의 集合을 S라 하고

M　S　N

全體의 個數를 $100k$라고 하면

$n(\mathrm{M}\cup\mathrm{N})=100k$이므로 $n(\mathrm{M})=pk$,

$n(\mathrm{N})=qk$, $n(\mathrm{S})=n(\mathrm{M}\cap\mathrm{N})=xk$ 이다.

i) $n(\mathrm{M}\cup\mathrm{N})=n(\mathrm{M})+n(\mathrm{N})-n(\mathrm{S})$

$\therefore\ 100k=pk+qk-xk$　　$x=p+q-100(\%)$

ii) 위의 Venn Diagram에 依해서 빈혈치료의 성질만을 갖는 것은

$$p-(p+q-100)=100-q\ (\%)$$

> **定理 2** A, B, C를 有限集合이라 할때
> $n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}\cup\mathrm{C})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})+n(\mathrm{C})-n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$
> $-n(\mathrm{B}\cap\mathrm{C})-n(\mathrm{C}\cap\mathrm{A})+n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}\cap\mathrm{C})$

(증명) Venn Diagram을 써서 증명할 수 있으나 여기서는 集合사이의 演算으로 증명해 보자.

$n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}\cup\mathrm{C})=n\{\mathrm{A}\cup(\mathrm{B}\cup\mathrm{C})\}$

$=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B}\cup\mathrm{C})-n\{\mathrm{A}\cap(\mathrm{B}\cup\mathrm{C})\}$ …………①

그런데 $n(\mathrm{B}\cup\mathrm{C})=n(\mathrm{B})+n(\mathrm{C})-n(\mathrm{B}\cap\mathrm{C})$ ……②

$n\{\mathrm{A}\cap(\mathrm{B}\cup\mathrm{C})\}=n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})\cup(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})\}$

$=n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})+n(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})-n\{(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})\cap(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})\}$

$=n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})+n(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})-n\{[(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})\cap\mathrm{A}]\cap\mathrm{C}\}$

$=n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})+n(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})-n\{[(\mathrm{B}\cap\mathrm{A})\cap\mathrm{A}]\cap\mathrm{C}\}$

$=n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})+n(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})-n\{[\mathrm{B}\cap(\mathrm{A}\cap\mathrm{A})]\cap\mathrm{C}\}$

$=n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})+n(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})-n\{(\mathrm{B}\cap\mathrm{A})\cap\mathrm{C}\}$

$=n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})+n(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})-n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}\cap\mathrm{C})$………③

②, ③을 ①에 대입해서

$n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}\cup\mathrm{C})=n(\mathrm{A})+n(\mathrm{B})+n(\mathrm{C})-n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$

$-n(\mathrm{B}\cap\mathrm{C})-n(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})+n(\mathrm{A}\cup\mathrm{B}\cup\mathrm{C})$

(2) 곱의 法則

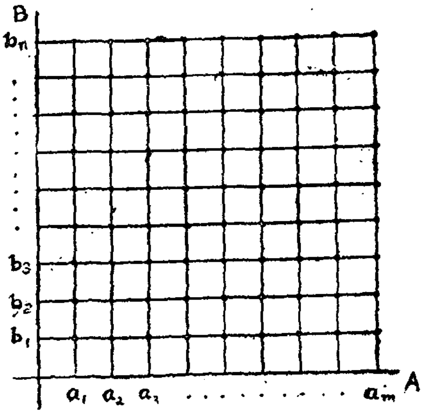
2個 혹은 3개의 集合의 要素들 사이에 있는 곱의 法則을 다음과 같이 定義한다.

> **定理 3** $\mathrm{A}=\{a_1, a_2, \cdots, a_m\}$, $\mathrm{B}=\{b_1, b_2, \cdots, b_n\}$
> 일때 $\{(a_i, b_j) \mid a_i\in\mathrm{A},\ b_j\in\mathrm{B}\}$
> 을 集合 A와 集合 B의 直積集合이라 하고 A×B로 표시한다.
> 곧 $n(\mathrm{A}\times\mathrm{B})=n(\mathrm{A})\cdot n(\mathrm{B})$

이 定理를 증명하는데는 Descartes의 座標平面을 이용하면 쉽게 알 수 있다.

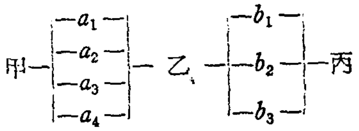
곧 A×B는 다음 페이지 에서의 까만 점들의 集合이다. 이 集合의 要素의 數는 $m\times n$이다.

즉 $n(\mathrm{A}\times\mathrm{B})=n(\mathrm{A})\cdot n(\mathrm{B})=m\cdot n.$




【예제 2】 甲과 乙사이에는 4가지의 通路가 있으며 乙과 丙사이에는 3가지의 通路가 있다. 이때 甲에 있는 사람이 乙로 가서 丙으로 가는 총 방법의 數는 몇가지 있는가?

(풀이)




甲에서 乙로 가는 通路의 集合을 P라면

$P=\{a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4\}$

乙에서 丙으로 가는 通路의 集合을 Q라고 하면

$Q=\{b_1,\ b_2,\ b_3\}$

甲에서 乙을 경유해서 丙으로 가는 通路의 集合 R은 예를 들어

$(a_1,\ b_1),\ (a_2,\ b_3),$ ……………등

곧 $R=\{(a_i,\ b_j)\,|\,a_i\in P,\ b_j\in Q\}$

이다. 따라서 $n(R)$를 구하면

$n(R)=n(P)\cdot n(Q)=4\cdot 3=12$ (가지)

**定理 4** $A=\{a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_l\}$,
$B=\{b_1,\ b_2,\cdots,b\ \}$, $C=\{c_1,\ c_2,\ \cdots,\ c_k\}$ 일때
$\{(a_i,\ b_j,\ c_k)\,|\,a_i\in A,\ b_j\in B,\ c_k\in C\}$
을 A와 B와 C의 直積集合이라 하고,
$A\times B\times C$로 표시한다.

$n(A\times B\times C)=n(A)\cdot n(B)\cdot n(C)$

이 증명은 3次元의 Decartes 座標를 이용하면 쉽게 알 수 있다. [14]

【예제 3】 360의 약수는 1과 360을 포함하여 모두 몇개 있는가?

(풀이) 360의 약수의 집합을 A라고 하면
$A=\{2^x\cdot 3^y\cdot 5^z\,|\,x,y,z$ 는 양의 정수, $0\leqq x\leqq 3$, $0\leqq y\leqq z$, $0\leqq 2\leqq 1\}$인 $n(A)$만 구하면 된다.

여기서 A는 $P=\{0,1,2,3\}$, $Q=\{0,1,2\}$, $R=\{0,1\}$이라 할때
$B=\{(x,y,z)\,|\,x\in P,\ y\in Q,\ z\in R\}$인 集合 B가 集合 A와 1對1 對應이 된다.

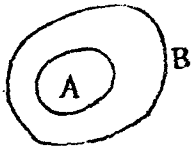
즉 $n(A)=n(B)$

$\therefore\ n(A)=n(P)\cdot n(Q)\cdot n(R)=4\times 3\times 2=24$

### §6. 集合과 論理에의 應用

集合은 한 命題의 基本的인 論理的 性質과 密接한 關係가 있다.

옳은지 그른지가 判斷되는 命題 A, B에 있어서 A→B는 "A이면 B이다"를 표시하며 集合에서는 $A\subseteqq B$로 나타낸다. 지금 $a(x)$를 만족하는 集合을 A, $b(x)$를 만족하는 集合을 B라 할때 命題 $a, b$에 있어서 $a\to b$인 것은 A가 B의 속에 있다는 뜻이고 逆으로 그림과 같이 A가 B안에 있으면 $a\to b$ ($a$이면 $b$이다)로 쓴다.




한편 命題는 文法上의 接續語 "혹은" "그리고" "…이 아니다"에 依하여 結合되어서 새로운 命題를 만들어 준다. 마치 集合을 合集合, 積集合, 補集合에 依해서 結合되어 새로운 集合이 이루어지는 것과 같다. "혹은(or)"를 ∨로, "그리고(and)"를 ∧로, "……이 아니다"를 ―로 표시한다. 따라서 A가 어떤 특별한 命題 "……"를 표시하고 B가 다른 하나의 命題 "……"를 표시하면

"A∧B"는 명제 "……" 혹은 "……"를,

"A∧B"는 명제 "……" 그리고 "……"를,

"$\bar{A}$"는 명제 "……이 아니다"를 나타낸다.

또한 "A=B"는 A, B로 표시되는 두 命題가 論理的으로 同値임을 意味한다.

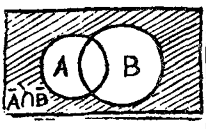
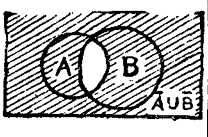
다음에 命題演算과 集合演算과의 關係를 생각해 보면, 集合 E에서 定義되는 命題函數 $p(x)$가 있을 때, $p(x)$를 만족하는 要素 $x$의 全體의 集合 P는 E의 部分集合이다. 이것을 $P=\{x\,|\,p(x)\}$라고 쓴다. 例를 들면 $x$가 實數直線이고 $p(x)$가 조건 $|x|\leqq 1$이면 集合 $\{x\,|\,|x|\leqq 1\}$는 閉區間 $[-1,1]$

이다. $p(x)$를 만족하지 않는 要素 $x$의 全體의 集合은 $\bar{P}=\{x|p'(x)\}$로 쓰고 이것을 P의 補集合이라고 부른다. 지금 $p(x)$, $q(x)$가 두 命題函數일때 集合 $\{x|p(x)\vee q(x)\}$를 $P\cup Q$로 쓰고, P,Q의 合集合이라고 한다. 이것은 P,Q의 적어도 한쪽에 속하는 要素의 全體이다.

또 集合 $\{x|p(x)\wedge q(x)\}$을 $P\cap Q$로 쓰고 P,Q의 共通部分(積集合)이라고 한다. 이것은 P,Q의 양쪽에 속하는 要素의 全體를 表示한다.

이와같이 어떤 集合E에서 定義되는 命題函數에 對하여 E의 部分集合이 對應하면 論理合・論理積 否定등은 각각 合集合, 積集合, 補集合에 對應한다.

論理學에서 쓰이는 記號와 集合論에서 使用되는 記號를 정리하면 다음과 같다.

| 集 合 | 論 理 | 意 味 | Venn Diagram |
|---|---|---|---|
| $A\subset B$ | $A\rightarrow B$ | A이면 B이다 |   |
| 합집합 $\cup$ | $\vee$ | 혹은 (or) |   |
| 적집합 $\cap$ | $\wedge$ | 그리고 (and) |   |
| 보집합 $-$ | $-$ | …이 아니다 (not) |   |
| $\overline{A\cap B}$ $=\bar{A}\cup\bar{B}$ | $\overline{A\vee B}$ $=\bar{A}\wedge\bar{B}$ | 「…혹은…이 아니다」라는 명제는 「…이 아니고, 그리고 …도 아니다」라는 명제와 같다 not (AorB)= not A and not B |   |
| $\overline{A\cup B}$ $=\bar{A}\cap\bar{B}$ | $\overline{A\wedge B}$ $=\bar{A}\vee\bar{B}$ | 「…그리고…이 아니다」라는 명제는 「…이 아니든지 혹은…이 아니든지이다」라는 명제와 같다 not(A and B)= not A or not B |   |

## §7. 集合의 對應

어느 성탄절에 무도회가 열렸을때 춤추는 남녀의 수를 조사해 보니, 남자의 수와 여자의 수가 똑 같았다.

이와같이 어떤 集合A와 集合B가 있어서 A에 屬하는 한개의 요소 $a$와 B에 屬하는 1개의 要素 $b$가 對應해서 過不足이 없으면 集合 A와 集合B사이에 「一對一의 對應」이 있다고 한다.

따라서 $n(A)=n(B)$이다.

一對一의 對應에 關한 보기는 얼마든지 있다. 학생들을 한 사람씩 의자에 앉혀서 다 앉게 했다면 사람수와 의자수와는 一對一對應이다. 또 1에서 100까지의 整數中에 짝수와 홀수가 同數있다는 것을

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 3 & 5 & 7\cdots\cdots & 99 \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ 2 & 4 & 6 & 8\cdots\cdots & 100 \end{array}$$

등으로 1對1 대응을 시켜서 알 수 있다.

자연수 전체와 짝수 전체도 1對1 대응이다.

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5\cdots\cdots\cdots \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10\cdots\cdots\cdots \end{array}$$

函數概念에서의 集合 A,B의 對應 $A\rightarrow B$는 A의 任意의 要素에 B의 1개의 要素를 對應시키는 것으로 이와같이 A,B를 數의 集合으로 취하는 것이 바로 初等단계에서 나오는 一變數函數이다. 곧 集合을 自然數全體로 취하면 $y=x^2$에 있어서 $x=1$ 2,3,……(유한)일때 $y$의 값을 생각하면 對應이 成立한다.

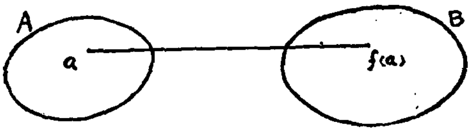
이런것의 對應을 表로 나타내는 訓練은 中學校에서 必要한 것이다. 거기에서 $x$에 관한 식이 한개 주어지면 實數의 集合A에서 實數의 集合B로 가는 對應이 決定되는 것이다.

특히 有理式에서 決定되는 有理函數, 無理式에서 決定되는 無理函數에 있어서는 함수 $\frac{1}{x}$의 定義域은 $x\neq0$인 $x$의 全體, 函數 $\sqrt{x}$의 定義域은 $x\geq0$인 $x$의 全體처럼 그 集合 A는 制限을 받는다. (勿論 이때 그 對應을 받는 集合 B는 實數全體라고 생각하여야 한다). 만일, $x$가 어떤 實數일때, $y=2$와 같은 함수 관계에서는 對應關係를 쉽게 납득하기 어렵다.

옛날에는 式이 결정되어야 함수관계가 있다고 하였으나, 現代數學에서는 函數概念은 이와같은 對應으로 把握되어가고 있다. 곧 두 集合 A,B에 있어서 $f$를 寫像(mapping)이라고 하면 다음 두 조건을 만족하는 것이다.

① $a \in A \Rightarrow f(a) \in B$

② $a = a' \Rightarrow f(a) = f(a')$




혹은 A, B를 $x, y$ 軸上의 區間이라 할때 $x$軸上의 點集合을 $y$軸上의 點集合에 보내는 사상이 함수 $f(x)$라고 생각하는 것이다. 이와 같은 생각에서 對應關係가 이루어 지고, 이렇게 하면 連續函數는 直觀的으로 導入되는 것이다. [16]

### §8. 集合과 確率

確率의 導入方法은 여러가지가 있으나 여기에서는 事象을 集合으로 생각하며 集合函數로서의 測度의 槪念을 利用하여 確率을 導入해 보기로 한다.

지금 全體集合의 要素에 그의 모든 合이 1과 같은 무게로 되는 양의 整數를 對應시킨다. 즉 例컨데 $a, b, c, d, e$의 5개의 文字에서 2개를 뽑아낼 때 그 뽑아내는 모든 方法의 數의 集合을 全體集合이라 할때 全體集合 I는

$$I = \begin{Bmatrix} ab, & ac, & ad, & ae \\ & bc, & bd, & be \\ & & cd, & ce \\ & & & de \end{Bmatrix}$$

이다. 이때 $a$가 들어 있는 命題 $p$의 참집합은

$P = \{ab, ac, ad, ae\}$

이고, $b$가 들어 있는 命題 $q$의 참집합은

$Q = \{ab, bc, bd, be\}$

이다. 여기서 P의 원소의 무게의 合을 만들때 이것을 P의 測度라고 하며, $m(P)$로 표시하고, 이 測度를 바로 P의 確率이라고 하는 것이다. 記號로는 $Pr(P)$로 나타낸다.

지금 I의 各種要素가 똑같다고 가정하고 $\frac{1}{10}$을 I의 各要素에 對應시키면 P의 確率 $Pr(P)$는

$$Pr(P) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}\ \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

이다.

測度에 關한 公式은 다음과 같다.

$$m(P \cup Q) = m(P) + m(Q) - m(P \cap Q)$$

$$m(P \cap Q) = m(P) + m(Q) - m(P \cup Q)$$

$$m(\mathrm{I}) = m(P) + m(\bar{P}) = 1$$

이것은 實은 確率의 定理이다. 한편 위의 公式을 論理學의 記號로 表示하면 다음과 같다.

命題 $p$의 眞理集合을 P,

命題 $p$의 眞理集合을 Q라고 할때

$$Pr[p \vee q] = Pr[p] + Pr[q] - Pr[p \wedge q]$$

$$Pr[p \wedge q] = Pr[p] + Pr[q] - Pr[p \vee q]$$

$$Pr[p] + Pr[\sim p] = 1$$

【예제】 두개의 주사위를 동시에 던질때 눈의 合이 6이 될 확률을 구하여라.

(풀이) 全體의 集合 I는 36개의 要素를 갖고 이들 하나 하나의 사건은 같은 程度로 확실하게 나온다고 하고 그들 要素에 각각 $\frac{1}{36}$의 무게를 對應시킨다.

눈의 合이 6인 事件 P는

$$P = \{(1,5),\ (2,4),\ (3,3),\ (4,2),\ (5,1)\}$$

이므로 그 測度 $m(P) = \frac{1}{10} \times 5 = \frac{5}{36}$

곧 $Pr(P) = \frac{5}{36}$

이다.

### §9. 授業內容 및 結果報告

(1) 對象學生

서울 ○○高等學校 第2學年 1 class 56명

(2) 實施時間

ㄱ) 集合의 導入…………1時間

ㄴ) 集合사이의 演算……2 〃 計 3時間

(3) 關聯敎科內容

고등학교 해석(李星憲지음) p. 108~119.

제5장 부등식

(4) 授業內容

(가) 集合과 그의 表現

i) 集合의 定義, 要素($\in$, $\notin$)

ii) 部分集合, 眞部分集合, 空集合($\subseteq, \subset, \phi$)

iii) 有限集合, 無限集合

iv) 論理學에서 쓰는 記號 $\vee$, $\wedge$

v) 集合의 表示 $A = \{x | p(x)\}$

等을 具體的인 보기를 들면서 說明하였다.

**指導例**

(강의) $x$에 對한 어떤 條件 $p(x)$를 만족하는

$x$의 集合을 A라고 할때

$$A=\{x|p(x)\}$$

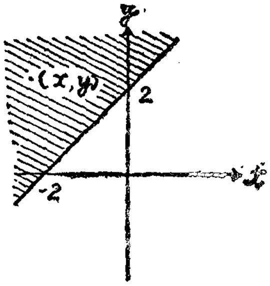
인 記號로 나타낸다. 곧 어떤 $a$에 對해서 $p(a)$가 옳은 명제일때

$$a\in\{x|p(x)\}$$

로 쓴다.

例를 들어 $\{x|x-6=0\}=\{6\}$이다.

**보기** 부등식 $x-y+2<0$에 적합한 $x,y$를 좌표로 하는 점$(x,y)$의 集合을 記號로 表示하고 그림으로 나타내 보아라.



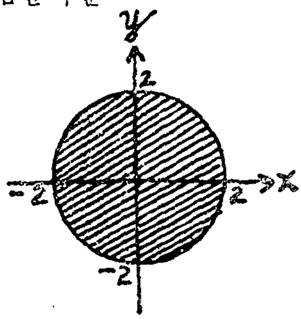

구하는 집합을 A라 하면

$A=\{(x,y)|x-y+2<0\}$

빗금친 부분

【연습】 $G=\{(x,y)|x^2+y^2\leqq 4\}$를 그림으로 표시해 보아라.

(답) 빗금친 부분



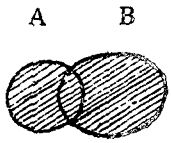

(나) 集合사이의 演算

合集合·積集合·差集合·補集合.

Ⅰ. 合集合

(강의) A,B를 集合이라 할때 A와 B의 合集合을

$$A\cup B=\{x|x\in A\vee x\in B\}$$
(or)




로 定義한다.

例를 들어 $A=\{a,b,c\}$, $B=\{b,c,d,e,f\}$ 일때

$$A\cup B=\{a,b,c,d,e,f\}$$ 이다.

**보기** R={실수전체의 집합} 이고

$A=\{x|x\in R\wedge x^2-4x+3<0\}$,

$B=\{x|x\in R\wedge x^2-6x+8>0\}$

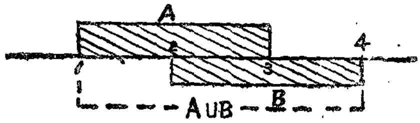
일때 $A\cup B$를 그림으로 나타내 보아라.

(풀이) 위 부등식을 풀면

$A=\{x|x\in R\wedge 1<x<3\}$,

$B=\{x|x\in R\wedge 2<x<4\}$

$\therefore$ A B $=\{x|x\in R\wedge 1<x<4\}$



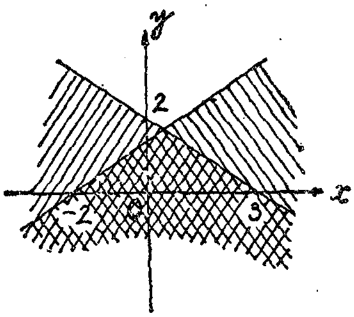

【연습】 1. $A=\{(x,y)|2x+3y-6\leqq 0\}$

$B=\{(x,y)|x-2y+2\geqq 0\}$

일때 $A\cup B$인 集合에 빗금을 그어 보라.

(답) $A=\{(x,y)|y\leqq -\frac{2}{3}x+2\}$

$B=\{(x,y)|y\leqq \frac{1}{2}x+1\}$



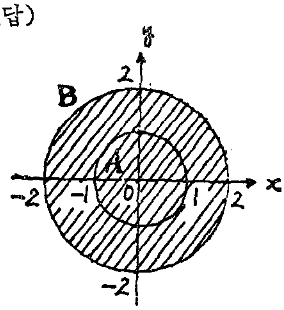

빗금친 부분 전체

2. $A=\{(x,y)|x^2+y^2\leqq 1\}$

$B=\{(x,y)|x^2+y^2\leqq 4\}$

일때 $A\cup B$, $B\cup A$인 集合에 빗금을 그어라.

(답)




여기에서 Venn Diagram을 이용하여

$A\cup B=B\cup A$

$A\cup A=A$, $A\cup\phi=\phi\cup A=A$

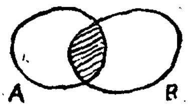
$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

가 성립함을 간단히 지도한다.

Ⅱ. 共通部分(積集合)

(강의) A, B를 集合이라 할때 A와 B의 共通部分 곧 積集合은

$$A\cap B=\{x|x\in A\wedge x\in B\}$$
(and)




로 定義한다.

이를테면 $A=\{a,b,c\}$, $B=\{b,c,d,e,f\}$

이면 $A\cap B=\{b,c\}$ 이다.

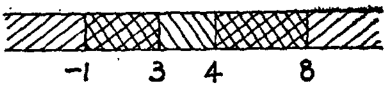
**보기** N= {자연수 전체의 集合}이고

$A=\{x|x\in N\wedge x^2-7x+12>0\}$

$B=\{x|x\in N\wedge x^2-7x+8<0\}$

일때 $A\cap B$를 그림으로 表示해 보라.

(풀이)



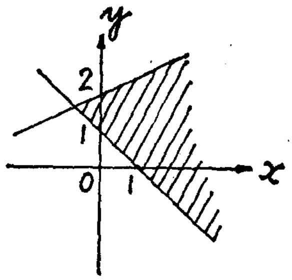

$A\cap B=\{x|x\in N\wedge -1<x<3,\ 4<x<8\}$

【연습 1】 $A=\{(x,y)|x+y-1\geqq 0\}$

$B=\{(x,y)|x-3y+6\geqq 0\}$

일때 $A\cap B$인 集合에 빗금을 그어라.

(답)

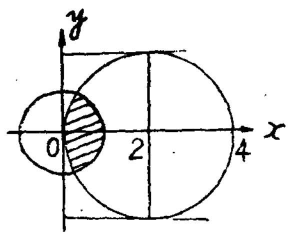



【연습 2】 $A=\{(x,y)|x^2+y^2\leqq 1\}$

$B=\{(x,y)|(x-2)^2+y^2\leqq 4\}$

일때 $A\cap B$, $B\cap A$인 집합에 빗금을 그어라.

(답)




여기서 $A\cap B=B\cap A$

$A\cap A=A$

$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

임을 Venn Diagram을 통해서 쉽게 설명한다. 또 平面上의 點全體의 集合을 I라고 하면 임의의 集合 A에 대하여

$$A\cap I=I\cap A=A$$

가 성립한다.

Ⅲ. 差集合

(강의) A, B를 集合이라 할때 A와 B의 差集合은

$$A\backslash B=\{x|x\in A\wedge x\in B\}$$
(and)

로 定義된다.

이를테면 $A=\{a,b,c,d,e\}$, $B=\{e,d,c\}$ 임때

$A\backslash B=\{a,b\}$

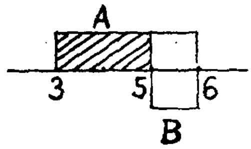
이다.

(보기) R= {실수전체의 集合}이고,

$A=\{x|x\in R\wedge 3<x<6\}$, $B=\{x|x\in R\wedge 5<x<6\}$

일때 $A\backslash B$를 구하라.

(풀이)



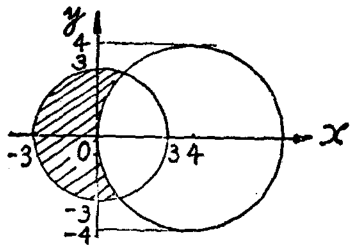

$A/B=\{x|x\in R\wedge 3<x<5\}$

【연습】 $A=\{(x,y)|x^2+y^2\leqq 9\}$

$B=\{(x,y)|(x-4)^2+y^2\leqq 16\}$

일때 $A\backslash B$인 集合에 빗금을 그어라.

(풀이)




Ⅳ. 補集合

(강의) A,B를 集合이라 할때 A,B사이에 A B인 관계가 있으면 $A\backslash B$를 A에 관한 B의 補集合이라 하고, 이것을 $\bar{A}$로 表示한다.

곧 $\bar{A}=\{x|x\in A\wedge x\notin B\}$

이를테면 어떤 全體集合을 E라 할때

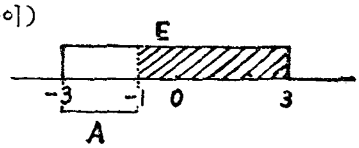
$E=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$ 이고 $G=\{d,e,f\}$ 일때

$\bar{G}=\{a,b,c,g,h\}$

이다.

**보기** R＝{실수 전체의 集合}이고,
전체집합 $E=\{x \mid x \in R \wedge -3 \leqq x \leqq 3\}$ 이고
$A=\{x \mid x \in R \wedge -3 \leqq x \leqq -1\}$ 일때
$\bar{A}$는 무엇을 나타내느냐?

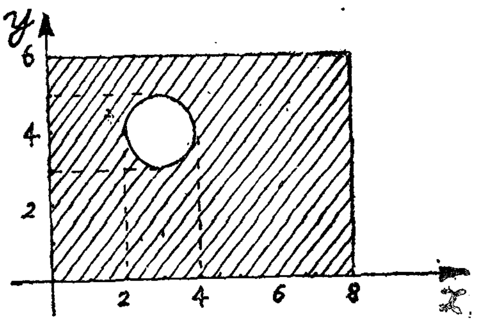
(풀이)




$\bar{A}=\{x \mid x \in R \wedge 1 \leqq x \leqq 3\}$

【연습】 전체집합 $E=\{(x,y) \mid 0 \leqq x \leqq 8 \wedge 0 \leqq y \leqq 6\}$ 이고
$A=\{(x,y) \mid (x-3)^2+(y-4)^2 \leqq 1\}$
일때 $\bar{A}$인 집합에 빗금을 그어라.

(답)




(5) 實驗結果

授業을 마친후 다음과 같은 test를 행하였다.

**TEST 問題** (30분간)

(1) 3개의 要素를 가진 集合 $\{a,b,c\}$의 眞部分集合을 모두 써 보라…………(20점)

(2) N＝{정수전체의 집합}이고,
$A=\{x \mid x \in N \wedge x^2-x-12<0\}$,
$B=\{x \mid x \in N \wedge x^2-10x+16<0\}$
일때
i) $A \cup B$
ii) $A \cap B$
를 구하여라…………(20점)

(3) 성질 $a,b$를 갖는 물건의 集合을 각각 A,B라 할때 다음 集合을 A,B와 記號 ∪, ∩, － 로 표시해 보라…………(40점)
i) 성질 $a,b$의 양쪽을 다 갖는 것의 全體
ii) 성질 $a,b$의 적어도 한 쪽을 갖는 것의 全體
iii) 성질 $a$만을 가지며 $b$는 갖지 않는 것의 全體
iv) 성질 $a$도 $b$도 갖지 않는 것의 全體

(4) $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{3,4,5,6\}$, $C=\{2,4,6,7\}$ 일때 $(A \cup B) \setminus C$ 를 구하라…………(20점)

〔結果〕 正答 誤答率 (56명)

| | 문제1 | 문제 2 | | 문제 3 | | | | 문제4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | (i) | (ii) | (i) | (ii) | (iii) | (iv) | |
| 正答率 | 78.3% | 81.7% | 81.3% | 69.5% | 68.6% | 54.0% | 52.7% | 65.4% |
| 誤答率 | 14.6% | 12.2% | 12.8% | 23.2% | 24.7% | 8.6% | 39.2% | 20.9% |
| 無答率 | 7.1% | 6.1% | 5.9% | 7.3% | 6.7% | 7.4% | 8.1% | 13.7% |

成績分布表

| 득점 | 0~9 | 10~19 | 20~29 | 30~39 | 40~49 | 50~59 | 60~69 | 70~79 | 80~89 | 90~100 | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 인수 | | | | 2 | 3 | 4 | 20 | 15 | 8 | 4 | 56 |
| % | | | | 3.5% | 5.4% | 7.1% | 35.8% | 26.8% | 14.3% | 7.1% | 100% |

班平均點 69.7 (100점 만점)

## §10. 結 論

傳統的인 敎材를 集合的인 觀點에서 整理함으로서 數學敎育의 現代化를 위한 길을 열어 놓지는 慾心에서 本論文은 Secondary Level에 알맞는 集合內容의 體系를 세워 보려고 努力하였다.

授業을 하면서 느낀것은 高校數學中에이 集合의 槪念을 使用해서 정말로 어느 程度의 効果를 거둘 수 있느냐? 無觀心하고 있는 學生들 속에서 敎師 혼자만의 手苦로 그치는 것이 아니냐? 하는 의문이 생겼었다. 그러나 授業後의 結果가 예상보다 좋은 成績이 나왔고, 또 지금까지 學生들이 잘 모르고 있던 不明確한 槪念을 이 集合의 생각을 써서 알기 쉽게 說明할 수 있을 때에는 이것의 必要性을 새삼 느끼게 하였다.

勿論 集合을 위하여 敎材를 無理하게 集合에 결부할 것은 아니라고 본다. 만일 어느 槪念을 說明할때에 集合의 생각이 없이는 쉽게 說明할 수 없는 것, 곧 集合과 關聯性을 많이 가지고 있는 內容에서 集合의 指導가 必要한 것이다.

왜 數學敎育을 現代化하는데 있어서 中高校學生에게 集合論, 論理學, 群論, 體論, 位相論 等 여러가지 高等數學의 初等的 槪念을 가르치려고 애 쓰느냐? 하는 哲學的 의문은 아직 숙제로 하더라도 우리는 世界的인 潮流에 應하여 마땅히 數學敎育의 改善을 위해서 활발히 움직여야 할줄로 안다.

앞으로 이 集合敎材를 Secondary School 에서 다룰때에 各學年別로 指導에 알맞는 具體的인 集合敎材를 만드는 일은 계속 硏究할 課題인 것이다.

끝으로 本論文이 完成되기까지 여러가지로 指導해 주신 朴漢植 敎授, 그리고 많은 助言으로 일깨워 주신 李星憲敎授, 金應泰敎授 및 金致榮博士等 여러 先生님께 깊은 感謝를 드리는 바이다.

## REFERENCES


[1] UNESCO; The Teaching of Mathematics at Secondary Level. Preliminary edition, June, 1965.

[2] Kemmeny, John G.; "Report to the International Congress of Mathematicians." The Mathematics Teacher. Vol. LVI, No. 2. N.C.T.M. 1663. p. 66~76.

[3] SMSG; First Course in Algebra. New Haven, Yale University Press, 1961.

[4] McFadden, M. (et al); Sets, Relations and Functions: A Programmed unit in Modern Mathematics. New York, McGraw-Hill, 1963.

[5] SMSG; Mathematics for Junior High School. New Haven, Yale University, 1960. 2 v.

[6] Burkill, J.C.; A Frst Course in Mathematical Analysis. Cambridge University Press, 1962. p. 188.

[7] Birkhoff, G. & MacLane, S.; A Survey of *Modern Algebra*, New York, *Macmillan, 1954.*

[8] Bradt, R.N (et al); Elementary Mathematics of Sets with Application. 3 rd ed., Mathematical Association of America, 1959. p.168.

[9] Cramer, H.; The Elements of Probability Theory and Some of its Applications. 2 nd ed., New York, Wily, 1955. p.281.

[10] Stoll, Robert R.; Sets, Logic and Axiomatic Theories. (A series of undergraduate books in mathematics). London, W. H. Freeman, 1961. p. 206.

[11] Young, H.D.; Statistical Treatment of Experimental data. New York McGraw-Hill, 1962.

[12] Suppes, P.;, Axiomatic Set Theory. (The university series in undergraduate mathematics) Princeton, New Jersey, D. Van Nostrand, 1960. p. 265.

[13] SMSG; Mathematics for High School. New Haven, Yale University Press, 1960. 10 v.

[14] Ebara, M.; " A Method of Teaching Enumeration of Cases from the Viewpoint of the Calculus of Cardinal Numbers of Sets." Journal of Japan Society of Mathematical Education. Vol. XLV, No.5. 1663.

[15] Kurita, M.; "Systematic Study of Sets in Mathematical Education (1)." Journal of Japan Society of Mathematical Education. Vol. XLVI, No. 3. 1964.


## ABSTRACT


One of the prerequisites for the improvement of the teaching of mathematics in our country is an improved curriculum---one which takes account of the increasing use of mathematics in science and technology and in other areas of knowledge and at the same time one which reflects recent advances in mathematics itself.

In the new curriculum of mathematics, we have found the problems to teach the concept of sets at secondary level. The idea of a set is the most fundamental one in mathematics. So, this thesis contains the studies of the systematic analysis of sets in dealing with the traditional textbook.

The scope of the work is limited to the funda-

mental ideas, and so it merely touches on the topics of the Concpets, Operations, Cardinal Numbers, Application of Logic, One-to-one Correspondence, Probability and so on. It provides only the essentials, definitions, proofs and some example which are already known and understood in their traditional context. It also presents at the appropriate stages the concepts required (illustrated by examples) in a much clearer fashion than classical teaching does.

To compete a study of the sets covered in the textbook of each year, greater detail is needed at the appropriate level.

(서울大學校 師範大學 助教)

(32 페이지에 계속)

| 會員番號 | 姓名 | 性別 | 勤務處 | 住所 | 加入日字 |
|---|---|---|---|---|---|
| 740 | 朴 俊 喆 | 男 | 서울徽文高校 | 서울市鍾路區嘉會洞16—18 | 65. 8. 27 |
| 741 | 尹 汝 昌 | 〃 | 忠南燕岐中學校 | 忠南鳥致院鳳山洞167 | 〃 |
| 742 | 金 尙 珍 | 〃 | 裡里南星中學校 | 全北裡里市珠峴洞45의1 | 〃 |
| 743 | 崔 正 萬 | 〃 | 全北南原龍城中學校 | 〃 南原郡南原邑道通里 | 〃 |
| 744 | 梁 澈 鎬 | 〃 | 裡里南星中學校 | 裡里市南中洞295의1 | 〃 |
| 745 | 張 鎭 海 | 〃 | 忠南禮山中學校 | 忠南禮山邑香泉里132의2 | 〃 |
| 746 | 吳 正 喆 | 〃 | 裡里南星中學校 | 全北裡里市珠峴洞209 | 〃 |
| 747 | 高 東 說 | 〃 | 天安女子中學校 | 天安市文化洞2의77 | 〃 |
| 748 | 申 東 爽 | 〃 | 忠南洪城中學校 | 忠南洪城郡洪城邑五官里 | 〃 |
| 749 | 權 五 新 | 〃 | 扶餘中學校 | 扶餘邑舊衙里 | 〃 |
| 750 | 梁 在 彥 | 〃 | 全州新興高校 | 全州市華山洞1街234 | 〃 |
| 751 | 權 鎬 然 | 〃 | 全北井邑女子高校 | 全北井邑郡井州邑長明里明倫洞41 | 〃 |
| 752 | 崔 戴 奎 | 〃 | 서울東北國民學校 | 서울城北區安岩洞2街155의22 | 〃 |
| 753 | 朴 吉 鎬 | 〃 | 忠南瓦洞國民學校 | 忠南大德郡懷德面新垈里132 | 〃 |
| 754 | 李 昌 錫 | 〃 | 裡里女高 | 裡里市裡里女高 | 〃 |
| 755 | 김 용 대 | 〃 | 만경女子中學校 | 全北김제군주산면옥성리 | 〃 |
| 756 | 李 相 于 | 〃 | 全州女高 | 全州市農或洞3街7의1 | 〃 |
| 757 | 張 善 奎 | 〃 | 忠南大德郡子令國校 | 忠南大田市대사동157 | 〃 |
| 758 | Hasse, Merten M. | 〃 | 美國 South Dakota University | Itaewon No. 160 A, Seoul | 65. 9.17 |
| 759 | 李 相 錫 | 〃 | 慶南南海水産等高學校 | 慶南南海郡三東面知足里 | 65.10.15 |
| 760 | 林 炳 奇 | 〃 | 慶北義城南部國民學校 | 慶北義城郡南部國民學校 | 65.10.16 |

※ **會員名簿作成**에 對하여 1966年 1月 1日에 新年度 會員名簿를 새로 作成할 것이므로 移動事項이 있는 會員은 65年 12月 15日까지 本會事務局으로 連絡하게 바람. 對替用紙 通信欄을 利用하여도 可함.

# 1966年度 會費納付案內

**◇ 正會員 200원　學生會員 100원**

第3次 總會에서 決議된 會則의 變更에 따라 1965年度의 會計年度 11月 末日로 끝납니다. 1966年度 會費 200원 (學生會員은 100원)을 1965年 12月 31日까지 納付하여 주시기 바랍니다. 會費 納付時에는 同封된 對替用紙를 쓰면 便利합니다. 對替用紙에 所定事項을 記入하여 가까운 郵遞局에 가지고 가십시오. 對替用紙가 없을 때는 郵遞局에 있는 對替用紙를 利用하시면 됩니다. 새로 入會를 원하는 사람도 같은 要領으로 하면 됩니다.

1965年 10月　日

**韓國數學教育會** (對替 서울 553番)