

超廣帶域傳送線型 FM 辨別器에 關한 研究

李 忠 雄

(서울工大 專任 講師)

〈要約〉 本論文은 短絡된 傳送線과 開放된 傳送線 및 2 個의 結合抵抗器로 構成된 超廣帶域傳送線型 FM 辨別器의 動的인 解析(dynamic analysis)을 取扱하였다. 辨別器의 出力波形的 Harmonic distortion 과 入力信號의 最大許容周波數變位와의 諸關係를 Fourier transform 으로 詳細하게 解析하였다. 結合抵抗係數 γ (Fig 1 參照)는 辨別器의 感度와 入力信號의 全周波數變位에 걸쳐 入力 Impedance 가 一定하다는 見地에서 一로 놓아야 된다는 것이 判明되었다. 理論上으로는 100%의 周波數變位를 가진 FM 信號라도 本辨別器로 不過 2.6% Harmonic distortion 으로 檢波할수 있으며 또한 檢波時에 辨別器의 入力 Impedance 는 傳送線의 特性 Impedance Z_0 로 一定하게 維持된다. 理論的인 結果를 뒷받침하기 爲하여 實驗結果를 添付하였다. 本實驗에서는 辨別器의 特性曲線이 中心周波數 85.5 Mc 를 中心으로 40%의 周波數變位에 對하여 Linear 하며, 또한 此의 辨別器의 入力 Impedance 의 變化率은 理想值 Z_0 의 $\pm 14\%$ 以內이다.

序 論

本傳送線型 FM 辨別器의 靜的인 解析(static analysis)은 最近의 Correspondence*1에 發表되었다. 同 解析에서는 短絡된 傳送線과 開放된 傳送線의 Impedance 가 入力 FM 信號의 周波數變位에 따라 變化하는 性質을 基點으로 하여 解析하였다. 이번 論文에서는 첫째 왜 結合抵抗係數 γ 를 一로 해야 하며 둘째로 辨別器의 出力波形的 Harmonic distortion 과 入力信號의 許容周波數變位와는 어떠한 關係가 있나를 論議檢討하고자 한다. 마지막으로 理論을 뒷받침하기 爲하여 實驗結果를 添付한다.

傳送線型 FM 辨別器의 解析

(a) 結合抵抗係數 γ 의 最適值

傳送線의 損失이 無視된다면 短絡된 傳送線과 開放

된 傳送線의 Impedance 는 各各 下記와 같이 表示 된다.

$$Z_{sh} = j Z_0 \tan \theta \dots \dots \dots (1)$$

$$Z_{op} = -j Z_0 \cot \theta \dots \dots \dots (2)$$

Fig. 1에서 V_1 과 V_2 가 線型檢波器(Linear detector)에 印加되었다면 辨別器의 出力電壓은 다음과 같다.

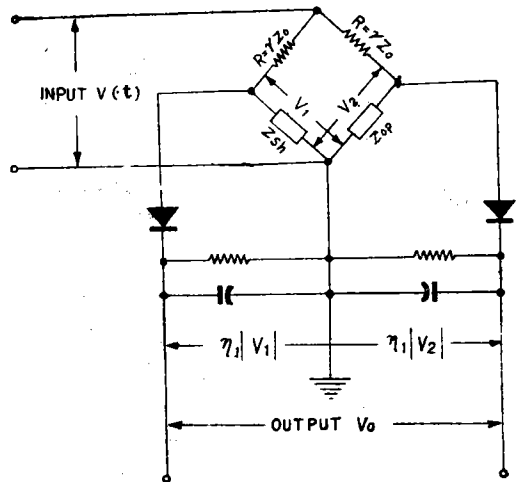


Fig. 1

$$V_0 = \gamma_1 (|V_1| - |V_2|) \\ = \gamma_1 V \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2 \cot^2 \theta}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2 \tan^2 \theta}} \right) \dots \dots \dots (3)$$

但 γ_1 = diode의 特性에 依하여 決定되는 常數 V = 入力信號의 振幅

$$\gamma = \frac{R}{Z_0} = \text{結合抵抗係數}$$

(3)式을 보면 $\theta = \pi(2n+1)/4$ 일때 出力電壓이 零이 되므로 動作點*2(Operating point)을 $\theta = \pi(2n+1)/4$ 에 定해야 됨을 알 수 있다. 動作點 $\theta = \pi(2n+1)/4$ 에서의 辨別器의 感度는

*1. C. W. Lee, W. Y. Seo, "Super Wide Band FM Line Discriminator" Proc. IEEE. Vol. 51, P. 1675, Nov. 1963

*2. C. W. Lee, W. Y. Seo, op. cit.

$$\frac{\partial V_o}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\pi(2n+1)/4} = \frac{4\gamma^2\gamma_1 V}{(1+\gamma^2)^{3/2}} \dots\dots\dots(4)$$

이다. (4)식을 미분하면 $\gamma = \sqrt{2}$ 일때 感度가 最大가 됨을 알수 있으며 이때의 값은 $1.54 \gamma_1 V$ volts/radian 이다. 한편 $\gamma = 1$ 일때의 感度는 $1.414 \gamma_1 V$ volts/radian 이며 이것은 不過 最大感度值보다 8.18% 적다.

또 自乘檢波器(square law detector)가 使用되었을 境遇 動作點 $\theta = \pi(2n+1)/4$ 에서의 辨別器의 感度는

$$\frac{\partial V_o}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\pi(2n+1)/4} = \frac{8\gamma^2\gamma_2 V^2}{(1+\gamma^2)^2} \dots\dots\dots(5)$$

이다.

但 $\gamma_2 = \text{diode}$ 의 特性에 依하여 決定되는 常數

(5)식을 미분하면 $\gamma = 1$ 일때 感度가 最大가 됨을 알수 있으며 그 값은 $2\gamma_2 V^2$ volts/radian 이다.

지금 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 에서 diode 回路의 入力抵抗*3이 短絡된 傳送線과 開放된 傳送線의 Impedance에 比하여 굉장히 크므로 Fig. 1의 辨別器回路에서 diode 回路部分을 無視하면 辨別器의 入力抵抗*4은 다음 式으로 表示된다.

$$Z_{in} = \frac{(\gamma Z_o + Z_{sh})(\gamma Z_o + Z_{op})}{(\gamma Z_o + Z_{sh}) + (\gamma Z_o + Z_{op})} = \frac{Z_o(\gamma^2 + 1) - 2j\gamma Z_o \cot 2\theta}{2\gamma - 2j \cot 2\theta} \dots\dots\dots(6)$$

辨別器의 動作點이 $\theta = \pi(2n+1)/4$ 에 있어야 됨으로 θ 는 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$2\theta = 2 \left[\frac{\pi}{4} (2n+1) \pm \Delta\varphi \right] = \left[\frac{\pi}{2} (2n+1) \pm \Delta\theta \right] \dots\dots\dots(7)$$

$$\text{但 } \Delta\varphi = \frac{\pi}{4} (2n+1) \frac{\Delta f}{f_o} \\ \Delta\theta = 2\Delta\varphi$$

(6)式과 (7)式에서 辨別器의 入力 Impedance*5는

$$Z_{in} = \frac{Z_o(\gamma^2 + 1) \pm 2j\gamma Z_o \tan \Delta\theta}{2\gamma \pm 2j \tan \Delta\theta} = \frac{Z_o}{2} \frac{[\gamma(\gamma^2 + 1) + 2\gamma \tan^2 \Delta\theta] \pm j(\tan \Delta\theta)(\gamma^2 - 1)}{\gamma_2 + \tan^2 \Delta\theta} \dots\dots\dots(8)$$

$$\text{但 } \Delta\theta < \frac{\pi}{2}$$

(8)式에 表示된 바와 같이 辨別器의 實數部와 虛數部는 周波數變位에 따라 變한다. 그러나 $\gamma = 1$ 일때는 辨

別器의 入力 Impedance는 周波數에 無關하게 傳送線의 特性 Impedance와 같아진다.

以上の 諸結果에서 結合抵抗係數 γ 를 一로 함이 必要함을 알 수 있다.

(b) 入力信號의 最大許容周波數變位

$\gamma = 1$ 일때 入力信號가 다음과 같은 境遇를 生覺한다.

$$V(t) = V \exp(j\omega_o t + m_f \sin pt)$$

但 $V =$ 入力信號의 振幅

$\omega_o =$ 搬送波의 角周波數

$P =$ 變調波의 角周波數

$m_f =$ 變調指數

Fig. 1에서 傳達函數*6 $F_1(j\omega) = V_1/V$, $F_2(j\omega) = V_2/V$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_1(j\omega) = \frac{1 - \exp(-ja)}{2} \dots\dots\dots(9)$$

$$F_2(j\omega) = \frac{1 + \exp(-ja)}{2} \dots\dots\dots(10)$$

但 $a = 2\omega l/c$

$\omega = 2\pi f$

$l =$ 傳送線의 길이

$c =$ 傳送線의 位相速度

$f =$ 入力信號의 周波數

Unit impulse function*7에 對한 應答은 各各 다음과 같다.

$$f_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(j\omega) \exp(j\omega t) d\omega = \frac{1}{2} \left[\delta(t) - \delta\left(t - \frac{2l}{c}\right) \right] \dots\dots\dots(11)$$

$$f_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F_2(j\omega) \exp(j\omega t) d\omega = \frac{1}{2} \left[\delta(t) + \delta\left(t - \frac{2l}{c}\right) \right] \dots\dots\dots(12)$$

但 $\delta(t) =$ Unit impulse function

지금 FM波 即 $V(t) = V \exp(j\omega_o t + m_f \sin pt)$ 가 印加되었다면 다음의 Convolution 積分으로 出力

$$V_1(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t-x) V(x) dx \dots\dots\dots(13)$$

$$V_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_2(t-x) V(x) dx \dots\dots\dots(14)$$

* 3. F.E. Terman, "Electronic and Radio Engineering," McGraw Hill Co. INC. PP. 548-549: 1955

* 4. 附錄 A 參照

* 5. 附錄 B 參照

* 6. 附錄 C 參照

* 7. A.G. Clavier, "Application of Fourier Transforms to Variable Frequency Circuit Analysis", Proc. IRE, Vol. 37, PP. 1287-1290: Nov. 1949

應答를 알 수 있다. 그 結果는

$$V_1(t) = \frac{V}{2} \left\{ \exp j(\omega_0 t + m_f \sin pt) - \exp j \left[\omega_0 \left(t - \frac{2l}{c} \right) + m_f \sin p \left(t - \frac{2l}{c} \right) \right] \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$$V_2(t) = \frac{V}{2} \left\{ \exp j(\omega_0 t + m_f \sin pt) + \exp j \left[\omega_0 \left(t - \frac{2l}{c} \right) + m_f \sin p \left(t - \frac{2l}{c} \right) \right] \right\} \dots\dots\dots (16)$$

지금 動作點*8을 $l = \lambda_0(2n+1)/8$ (但 $n=0, 1, 2, \dots$) 로 하여 定하고 이 값을 (15)式과 (16)式에 代入하면

$$V_1(t) = \frac{V(t)}{2} [1 \pm j \exp(jm_f a)] \dots\dots\dots (17)$$

$$V_2(t) = \frac{V(t)}{2} [1 \pm j \exp(jm_f a)] \dots\dots\dots (18)$$

但 上符號: $n=0, 2, 4, \dots$

下符號: $n=1, 3, 5, \dots$

$$a = \sin p \left(t - \frac{2l}{c} \right) - \sin pt$$

$$x = \frac{\pi}{2} (2n+1) \frac{p}{\omega_0} \cos p \left[t - \frac{\pi}{4} \frac{(2n+1)}{\omega_0} \right]$$

$$\left(\because \frac{p}{\omega_0} \ll 1 \right) \dots\dots\dots (19)$$

$V_1(t)$ 과 $V_2(t)$ 의 振幅은 다음 式으로 表示된다.

$$|V_1| = \frac{V}{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{m_f a}{2} \pm \sin \frac{m_f a}{2} \right) \dots\dots\dots (20)$$

$$|V_2| = \frac{V}{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{m_f a}{2} \pm \sin \frac{m_f a}{2} \right) \dots\dots\dots (21)$$

$|V_1|$ 과 $|V_2|$ 를 線型檢波器에 加하였다면 (20)式 (21)式 및 (19)式에서 辨別器의 出力電壓은 다음式으로 表示된다.

$$V_0 = \eta_1 (|V_1| - |V_2|)$$

$$= \pm \sqrt{2} \eta_1 V \sin \left[\frac{\pi}{4} (2n+1) \frac{4\omega}{\omega_0} \cos p(t - \varphi_0) \right] \dots\dots\dots (22)$$

但 $\Delta\omega = m_f p$

$$\varphi_0 = \pi(2n+1)/4\omega_0$$

(22)式을 Bessel 函數로 展開하면

$$V_0 = \pm 2\sqrt{2} \eta_1 V [J_1(\Delta\varphi) \cos p(t - \varphi_0) - J_3(\Delta\varphi) \cos 3p(t - \varphi_0) + J_5(\Delta\varphi) \cos 5p(t - \varphi_0) - \dots] \dots\dots (23)$$

$$\text{但 } \Delta\varphi = \frac{\pi}{4} (2n+1) \frac{4\omega}{\omega_0}$$

지금 $n=0, \Delta f/f_0=1$ 로 놓으면 $\Delta\varphi$ 는 0.785이다. 이때 (23)式은 다음과 같이 된다.

$$V_0 = \pm 2\sqrt{2} \eta_1 V [0.363 \cos p(t - \varphi_0) - 0.0097 \cos 3p(t - \varphi_0) + 0.000076 \cos 5p(t - \varphi_0) - \dots] \dots\dots (24)$$

(24)式을 보면 알 수 있는 바와같이 入力信號의 周波數變位가 100% 일지라도 이 辨別器의 出力波形的

Harmonic distortion은 不過 2.67%이다.

또 自乘檢波器를 使用했을 境遇의 出力波形的은 (25)式과 같다.

$$V_0 = \eta_2 (|V_1|^2 - |V_2|^2)$$

$$= \pm \eta_2 V^2 \sin \left[\frac{\pi}{2} (2n+1) \frac{4\omega}{\omega_0} \cos p(t - \varphi_0) \right]$$

$$= \pm 2\eta_2 V^2 [J_1(\Delta\varphi) \cos p(t - \varphi_0) - J_3(\Delta\varphi) \cos 3p(t - \varphi_0) + J_5(\Delta\varphi) \cos 5p(t - \varphi_0) - \dots] \dots\dots (25)$$

但 $\Delta\varphi = 2\Delta\varphi$

(25)式에 依하면 $n=0$ 일때 入力信號의 100% 周波數變位에 對하여는 出力波形的의 Harmonic distortion이 12.17%이고 50%의 周波數變位에 對하여는 2.67%이다.

實 驗

理論的인 結果를 뒷받침하기 爲하여 實驗이 施行되었다. 實驗은 中心周波數 85.5 Mc에서 行하였다. 傳送線型 FM 辨別器의 構造圖은 Fig. 2와 같다. 同圖에 表示되 있는 器具는 다음과 같다.

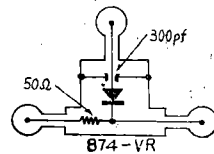
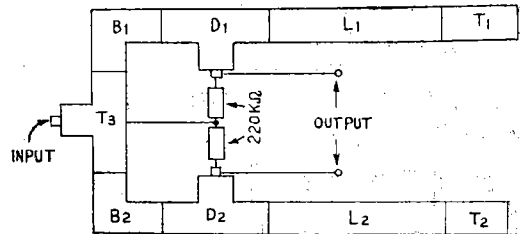


Fig. 2

L_1, L_2 는 50Ω 30 cm ais line: GR 874<30

T_1, T_2 는 開放 및 短絡回路接續器(Open and short terminations): GR874 WO3, GR874 WN3.

T_3 는 Tee bend: GR874-T TEE

B_1, B_2 는 90° ELLs: GR874-EL

D, D_2 는 高周波混合器: GR874 VR(IN 23 B), 同混合器속에 結合抵抗器 50Ω($\gamma=1$)가 들어 있음 (Fig. 2 參照)

傳送線의 全長은 35.6 cm 이고 이에 相應하는 理論的인 中心周波數는 102.74 Mc이다.

그러나 鑽石檢波器(crystal diode)의 特性이 서로 특-

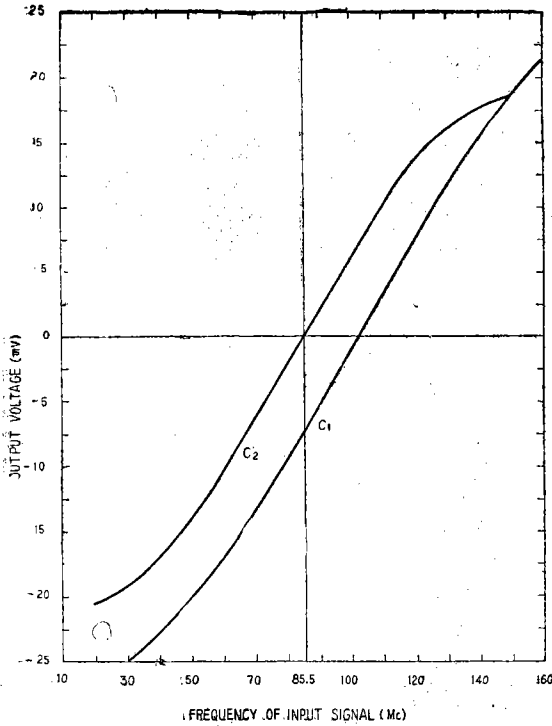


Fig. 3

갈지 않은것 등의 이유로 中心周波數는 85.5 Mc로 내려왔다. (Fig. 3 參照)

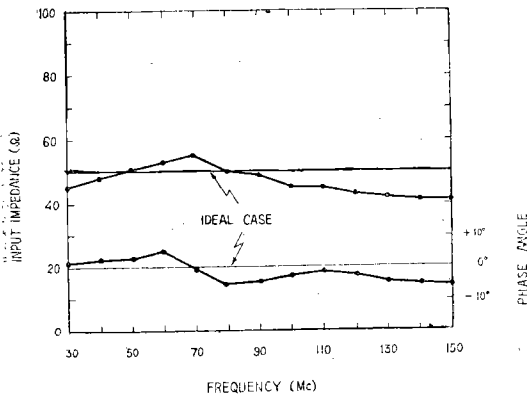


Fig. 4

入力信號電壓이 100 mV 일때 本辨別器의 特性曲線이 Fig. 3에 表示되었다. 同特性曲線은 中心周波數로부터 40%의 變位에 對하여 Linear 하다. 이때에 辨別器의 入力 Impedance 測定値와 理想的인 入力 Impedance 50 Ω 와의 差異는 14% 以內이며 位相角은 5° 以內이다. (Fig. 4 參照)

結 論

理論上으로는 本傳送線型 FM 辨別器는 結合抵抗係數 γ 를 一로 놓으면 中心周波數로부터 100%의 周波數變位를 가진 FM 信號라도 充分히 辨別할수 있는 特性을 가지며 이때 全周波數變位에 걸쳐 辨別器의 入力 Impedance는 傳送線의 特性 Impedance Z_0 와 같은 값을 갖는다. 實際로 FM 辨別特性曲線이 周波數變位 40% 以內에서는 Linear 한 傳送線型 辨別器를 製作하는 것은 그리 어렵지 않다. 이와같은 辨別器는 超多重通信方式과 같이 넓은 周波數變位를 要하는 諸通信方式에 使用함이 適當하다.

本傳送線型辨別器의 構造는 必要하다면 適當한 誘電體를 傳送線에 넣으므로써 주릴수가 있다. 超多重通信方式의 見地에서 볼때 本辨別器는 超廣帶域辨別特性을 가지며 또 導波管型辨別器에 比하여 構造가 훨씬 작으므로 技術的으로 可能한限 中心周波數를 1000 Mc 程度까지 올려 使用하는 것이 좋을 것으로 思慮된다.

그림의 說明

Fig. 1—傳送線型 FM 辨別器의 配線圖

Fig. 2—傳送線型 FM 辨別器의 構造圖

Fig. 3— C_1 은 다음式에 依하여 그린 理論曲線이다.

$$V_0 = \gamma_0 \left[\left(\frac{V}{\sqrt{1 + \cot^2 \theta}} \right)^2 - \left(\frac{V}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} \right)^2 \right]$$

C_2 는 入力信號가 100 mV 일때 測定한 傳送線型辨別器의 特性曲線이다. C_2 는 中心周波數로부터 40% 以內의 周波數變位에 對하여는 線型(Linear)이다.

Fig. 4—傳送線型辨別器의 入力 Impedance의 測定値. 이 Impedance의 變化率은 全周波數變位에 걸쳐 理想值 50 Ω의 $\pm 14\%$ 以內이다.