

面積測量에 對한 考察

Consideration of Area Surveying

白 殷 基

土地의 量的 價値는 面積으로 表示된다. 過去 地籍測量은 地積의 測定을 主로 하였으나 近來의 土地調査는 그 質的 調査에 重點이 指向되며 나아가나 基礎로 되는것은 역시 面積이라는 것에는 變함이없다.

土地의 面積이라함은 그土地의 境界線을 基準面上에 投影한 線內의 넓이를 말하는것이며 測定面인 斜面上의 넓이를 말하는것은 아니다.

여기서 말하는 面積測量은 距離와 角度를 測定하여 거의 局部的인 場所의 面積測定을 뜻한다. 이 程度의 測量은 勿論 基本測量과 公共測量으로부터 除外되는 性質의 簡單한 測量에는 틀림이 없으나 現在 서울을 爲始하여 大都市의 市街地에서는 一坪에 數萬원에서 부터 數拾萬원이라는 賣買價格이 되어 있으므로 이것은 마치 淸한 水에 金 한 량 이라고 나 할 까? 이러한 點에서 결 코 粗 雜한 測量으로 處理할 수도 없을 것이며 賣主나 買主 立場으로도 正 確을 期 하려고 할 것은 말할 必要도 없다.

그러나 測量에는 반드시 誤差가 따르게 되는것이며 mm 까지 다루지는 못한다 할지라도 그 誤差를 어느 程度까지 認定하느냐가 問題로서 該範圍

가 定하여 지면 測定要素의 測定精度가 스스로 決定되어 질것이다.

1. 測定度보다 于先 定誤差를 생각할것

測定值나 計算值에서 길이 일때 몇mm 라든가 角일때 몇秒까지라든가 하는 數值를 測定하여 보기에 아주 精密하게 생각되지만 其實 正 確하 스 못한 경우가 많다 여기서 말하는 測量에서는 m mm 라든가 秒의 值에는 何等의 信 賴度가 없다. 測定精度는 어 쨌든 于先 測量에는 定 誤差가 測定 誤差보다도 크게 影響된다는 것을 생각하지 않으 면 안된다 예컨대 먼 距離를 Steel tape 로 測定 하였을때 尺의 器差 또는 溫度補正等을 無視하였을 경우와 이것을 修正한 值를 cm, dm 位에서 量았을 경우와 比較하면 後者가 훨씬 正 確하다 고 할수있다. 理由로서는 測定그 自體의 誤差는 器差와 諸補正值와 같은 定誤差와는 無關係이기 때문이다.

日本에서 輸入하여 市中에서 販賣中인 Steel tape의 檢定精度(平均自乘誤差라함)는 日本通產者 計量研究所의 認定으로 다음과같은 標準值^六 表示되어있다.

誤差의 表

길이	1 (m)	5	10	15	20	25	30	40	50
誤 差	(mm) ± 1.0	± 2.8	± 5.1	± 7.3	± 9.6	± 11.8	± 14.0	± 18.0	± 22.4

이 Tape 를 그대로 使用할때는 該 범위의 誤差가 있게되는것을 表示하게되고 30m 50m 의 Tape 를 몇배 할만한 먼距離의 測定值에는 그만큼 誤差가 따른다는것은 말할 必要도 없다.

그러므로 이보다적은 誤差를 要求하는경우에는 다시 正 確한 比較基線長(우리나라에는 유감

이나마 아직없음)과 比較하여서 器差를 定하여서 使用하지 않으면안된다. 따라서 比較測定の 結果 器差가 몇mm 로되든 該測定誤差와는 無關係하며 測定誤差는 많아서 1/2mm 以下 이어야 한다.

2. 計算은 有效數字數를 생각할것

(有效數字數=桁數)

測定 初心者中에는 計算上의 桁數가 많을수록 精密한것 같이 생각하는경향이 없지않으나 이것은 다음과같은 數學上의 定數值와 混同되기 때문이다.

例컨데

$$T_1 = 3.14159265 \dots \dots \dots l^\circ = 57^\circ 29577951 \dots \dots$$

$$P' = 3437'746771 \dots \dots \dots l'' = 206264''806 \dots \dots$$

$$\log \sin 60^\circ = 8.9375306$$

$$\sin 60^\circ = 0.8660254$$

이들의 定數는 桁數가 많을수록 精密하며 同時에 正確하나 測定의 數值와 加減乘除하는 경우 이들의 定數의 桁數를 무턱대고 많이 取하여 計算하여 보아도 努力만 들이고 別利가 없을 것이며 測定值의 桁數即 有效數字數라 함은 그本位의 桁까지의 値는 正確하다는 것을 意味하는것으로서 例컨데

	測定值	誤差
(1)	231.6m	± 0.05m
(2)	23.16m	± 0.02m
(3)	2.316m	± 0.004m

는 有效數字 4位이며 기리의 大小에 關係가 없으며 末位의 數字 6까지는 正確하다고 解析하는것이다.

그리고 上記數值가 測定의 平均値라 하면 그平均値에 對한 測定誤差(平均 自乘誤差 또는 確率誤差로 表示)가 附加되는 것이다.

23.16m ± 0.02m 末位의 6Cm는 ±2Cm의 測定上의 誤차가 있다. 만일 2回의 平均値라고 하면 23.18m 와 23.14m 의 測定值라는것을 말한다. 또 나누어진 數值에 0 을 부치면 例컨데 231.600m라 하면 0 도 有效數字이므로 mm 까지 正確하다는 것을 意味하므로 注意하지 않으면 안된다. 이와 같이 面積測定의 地所는 간단한곳과 복잡한곳 여러가지 있을것이나 간단히 하기爲해서 矩形地所를 생각하여 본다.

3. 面積誤差로본 邊長精度와

座標精度

矩形의 面積을 $F = ab$ 라 하고 $b = 4a$ 라 하면

$$F = 4a^2 = 1/4 b^2$$

面積誤差를 dF 라 하면

$$dF = 8ada = 1/2 bdb$$

地籍測量規定 第73條에 依하면 大統領令으로 定한 面積測定은 1ㄱ(0.33m²)까지 算出하제 되어 있으므로 面積의 測定誤差는 0.33m²까지 確保하면 좋다.

今 $F = 100$ 坪 ($a = 9m$ $b = 96m$) = 330m² $dF = 0.33m^2$ 이라 하고 da , db 를 求하면

$$da = \frac{dF}{8a} = \frac{0.33}{72} \approx \pm 0.005m$$

$$db = \frac{2dF}{b} = \frac{0.33}{18} = \pm 0.018m$$

따라서 이들의 精度는

$$\frac{da}{a} = \frac{0.005}{9} \approx \frac{1}{2,000}$$

$$\frac{db}{b} = \frac{0.018}{96} \approx \frac{1}{2,000}$$

$$\frac{dF}{F} = \frac{0.33}{330} \approx \frac{1}{1,000}$$

이것이 表示하는 바와 같이 距離의 測定精度를 $\frac{1}{2,000}$ 이라 하면 面積精度는 $\frac{1}{1,000}$ 까지 信用할수 있다. 따라서 測定에 使用되는 尺은 上記한 表面의 誤差로 보아 市中에서 販賣하는 Steel Tape 를 그대로 使用해도 于先은 支障이 없다고 보아도 無妨하다.

다음에 이와같은 尺을 使用해서 多角測量을 行하기 爲하여 使用하는 器械의 精度이나 距離의 精度에 使用하는것으로서 $\frac{1}{2,000}$ adian 即 $\frac{P''}{2,000} \approx 100''$ 로 되어 1分 읽음 Transit 로도 充分하다.

이들 器材의 精度로 多角點과 筆地測量의 筆界點의 位置를 求하는 境遇의 座標誤差는 어떻게 되는가? 또 그座標值부터 計算하는 面積에 어느 程度의 誤差를 생기게 하는가를 調査하여 본다. 座標를 x, y 라 하고 그座標誤差를 dx, dy 라 하면

$$x = S \cos \alpha$$

$$dx = \pm \sqrt{(\cos \alpha ds)^2 + (S \sin \alpha d\alpha)^2}$$

$$y = S \sin \alpha$$

$$dy = \pm \sqrt{(\sin \alpha ds)^2 + (S \cos \alpha d\alpha)^2}$$

여기서 S 는 20m, $\alpha = 45^\circ$ 라 하면 $\cos \alpha = \sin \alpha = 1/\sqrt{2}$

$$ds = \frac{20m}{2,000} = \pm 0.01m \quad d\alpha = \frac{100''}{2} = 50''$$

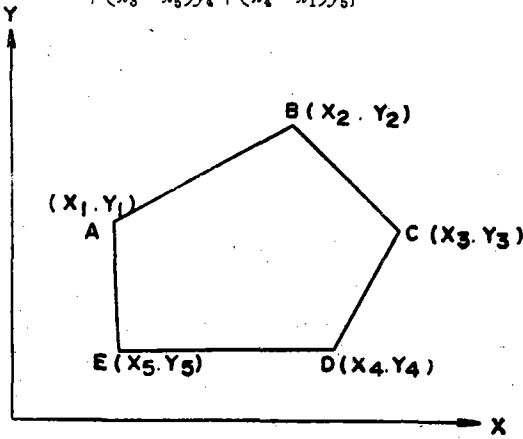
로 보아 上式에 代入하면

$$dx = dy = \pm 0.008m \approx \pm 0.01m$$

下圖와 같은 座標值를 갖는 地所의 面積計算式은

$$F = \frac{1}{2} [(y_5 - y_2)x_1 + (y_1 - y_3)x_2 + (y_2 - y_4)x_3 + (y_3 - y_5)x_4 + (y_4 - y_1)x_5]$$

$$\text{or } F = \frac{1}{2} [(x_2 - x_5)y_1 + (x_3 - x_1)y_2 + (x_4 - x_2)y_3 + (x_5 - x_3)y_4 + (x_1 - x_4)y_5]$$



座標誤差를 dx, dy 라하고 그面積誤差를 dF 라하면 그式을 微分式으로부터求하여 다음式으로 주어진다.

$$dF = \pm \left[\frac{1}{4} [(y_5 - y_2)^2 dx_1^2 + (y_1 - y_3)^2 dx_2^2 + (y_2 - y_4)^2 dx_3^2 + (y_3 - y_5)^2 dx_4^2 + (y_4 - y_1)^2 dx_5^2 + (x_2 - x_5)^2 dy_1^2 + (x_3 - x_1)^2 dy_2^2 + (x_4 - x_2)^2 dy_3^2 + (x_5 - x_3)^2 dy_4^2 + (x_1 - x_4)^2 dy_5^2] \right]^{\frac{1}{2}}$$

지금 $\Delta y = (y_5 - y_2), (y_1 - y_3) \dots \dots \dots$

$$\Delta x = (x_2 - x_5), (x_3 - x_1) \dots \dots \dots$$

에 대하여 $F = 100$ 坪 $= 330m^2$ 그 全周 $\approx 72m$ 로 한 경우 正五角形의 一邊 $\approx 15m$ 이므로 點을 兩隣相互의 座標는 一邊의 倍로되는것은 勿論 없으나 一邊 보다 작은경우도 있으므로 부정 $\Delta y = \Delta x = \pm 20m$ 라 하고 $dx = dy = \pm 0.01m$ 라 하고 $\Delta y^2 dx^2 = \Delta x^2 dy^2 = (20m \times 0.01m)^2 = 0.04m^2$ 各項마다 最大를 取하여 $\Sigma \Delta y^2 dx^2 + \Sigma \Delta x^2 dy^2 = 0.4m^4$ 이므로 $dF = \pm \sqrt{\frac{1}{4} \times 0.4m^4} = \pm 0.32m^2$ 으로 되어 座標值부터 求하는 面積誤差도 制限의 1% $= 0.33m^2$ 에 一致하게 된다.

4. 諸補正值에 對하여

以上 記述된中 다음의 定誤差에 關한 補正은 생각하지않으나 경우에 따라서는 考慮하지않으

면 않될때가 있다.

(1) 溫度補正值 $C_t = \alpha(t - t_0)S$

(2) 傾斜補正值 $C_i = -\frac{h^2}{2s}$

(3) 投影補正值 $C_A = -\frac{hs}{r}$

여기서 $\alpha = 0.000012$

t_0 = 比較測定으로 定數를 決定지을 때의 基準溫度

S = 距離, h = 比高, H = 標高, r = 地球半徑, (1)에서 한여름이나 酷寒時에 $(t - t_0) = 15^\circ$ 以上으로 되면 길이 1m 에 對해서 約 0.2mm 以上の 尺의 伸縮이 있다.

(2)에서는 傾斜가 $\frac{1}{100}$ 以上 으르되면 考慮하여야 한다.

(3) $H = 50m$ $S = 50m$ 以下の경우는 關係없다 $hs = 5,000m^2$ 以上으로 되어서 비로서 1mm 以上 으르될 程度이므로 一般의 市街地에 있어서는 考慮할 必要도 없다.

以上을 要約하면 局地的 面積測量에는 Steel Tape 와 1分 읽음 Transit 를 代用하고 距離測定은 最後的으로 cm 로 四捨五入하고 測角은 1 對回의 平均値를 代用하여서 計算할것이다.

計算은 有效數字가 四桁이되는 경우가 많으므로 四位對數表를 使用하여도 支障이없으나 使用上 不便한경우도 있을 것이므로 五位對數表를 使用하고 角度는 100'' 單位로 計算하는것이 便할것이다.

但 點位置를 公共測量의 座標系에 結付시켰을 때 座標值의 數值가 몇십 km 와 같이되면 面積計算에 不必要한 有效數字를 取扱하게되므로 面積計算의 경우에만 座標原點을 地所의 끝에 移動하고 다시말하면 어느쪽 點의 座標值를 10m 程度로 하여서 이것을 各點의 座標值부터 差引한 變換座標로 計算하면 좋다. 다만 公共測量의 座標值에는 $\frac{1}{1,000}$ 以下の 定誤差가 附隨되어있으나 距離가 50m 以下の 경우에는 問題가되지 않는다는 것을 첨부해둔다. (筆者 서울農業大學)