

爐心の相速度 및 Void Fraction을 考慮한 動力爐의 Simulation

(Power Reactor Simulation, considering the Void Fraction
and the Water Flow in the Reactor Core)

李 亮 秀*
(Lee Yang Soo)

ABSTRACT

The dynamic equations of the void fraction and the water velocity in boiling region of the BWR reactor core are derived. And these equations are approximated to be able to set on an PACE analog computer. The transient analysis and the frequency response obtained by analog computer are compared with other by digital computer.

1. 序 論

自然循環 沸騰水型 原子爐(natural circulation boiling water reactor-BWR)의 爐心內의 boiling mechanism은 one-component, two-phase flow로써 複雜하고 明確한 解析이 아직도 提示되어 있지 않다. 한편 BWR의 動特性 및 安定性問題에 對해서는 그 解析方法이 各기이며 特히 不安定領域의 解析에 對해서는 오랜동안 論議의 對象이 되어 왔다. 여기서는 爐心內의 沸騰領域(boiling region)에 있어서의 void fraction과 water velocity의 特性方程式을 誘導하고 그 方程式에 依한 analog simulation을 하여 그 特性을 解析코져 한다. 여러가지 複雜性을 피하기 爲하여 다음과 같은 假定을 生覺키코 한다.

- (1) 爐容器(reactor vessel)의 壓力을 一定하게 維持하고
- (2) 沸騰領域內의 相速度比를 各 區間에서 各기 一定 値라고 보며
- (3) 爐容器內의 물과 蒸氣는 飽和溫度의 狀態에 있으며 密度 및 specific enthalpy는 一定하다고 假定하고
- (4) 爐心の 熱分布는 均一하다고 假定한다.

* 原子力研究所 電子工學研究室
Electronics Division
Atomic Energy Research Institute

2. 動特性方程式의 誘導

爐心內部를 그림 1과 같이 爐心 入口로부터 沸騰境界(boiling boundary)까지를 非沸騰領域(non-boiling region)이라 稱하고 沸騰境界로부터 爐心 出口까지를 沸騰領域(boiling region)이라 稱한다. 이 두 가지 領

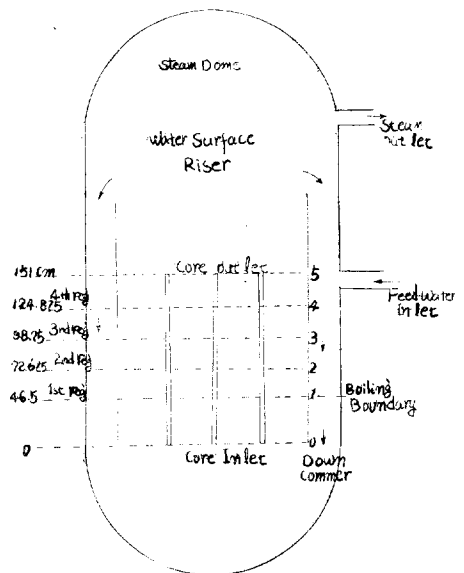


그림 1. Schematic diagram of the reactor vessel

域을 區分하여 各기 다음과 같이 考察하기도 한다.

(i) 非沸騰領域(non-boiling region)

이 領域에서는 one-component, one-phase flow이므로 流速의 變化는 沸騰領域에 比하여 大端히 적다. 이 領域에 있어서의 流速을 定하다고 하면 沸騰境界는 다음 式으로 주어진다. (1)

$$\delta Z_1 = -V_0^* \frac{1}{S} (1 - e^{-\tau_1 S}) \left(\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\delta V_0}{V_0^*} \right) - \frac{V_0^* \rho \omega}{Q^*} e^{-\tau_1 S} \delta i \quad (1)$$

(1)式은 爐心の 熱束, 爐心入口의 流速 및 爐心入口에 있어서의 循環水의 specific enthalpy의 微小變化에 對한 沸騰境界의 微小變位를 表示한다.

(ii) 沸騰領域(boiling region)

沸騰領域은 one-component, two-phase flow 로써 그 flow equation 은 mass balance 및 energy balance 로 부터 다음과 같은 方程式을 얻을 수 있다.

Mass balance 로부터

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ (\rho_s - \rho_w) f + \rho_w \} + \frac{\partial}{\partial z} \{ (\rho_s r - \rho_w) f + \rho_w \} V_w = 0 \quad (2)$$

Energy balance 로 부터

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ (\rho_s i_s - \rho_w i_w) f + \rho_w i_w \} + \frac{\partial}{\partial z} \{ \rho_s i_s r - \rho_w i_w \} f + \rho_w i_w \} V_w = Q \quad (3)$$

이 方程式은 軸方向(Z-direction)의 效果만을 考慮한 것이다. 이 方程式으로 부터 transient term 을 消去하면

$$\frac{\partial}{\partial z} \{ V_w (1 - f + r f) \} = \frac{\Delta v}{\Delta i} Q \quad (4)$$

(4)式으로 부터 爐心內의 熱束이 軸方向에 對하여 均一하게 分布되어 있다면 流速은

$$V_w = \frac{1 - f_{in} + r_{in} f_{in}}{1 - f + r f} V_{in} + \frac{\Delta v}{\Delta i} \frac{z - z_{in}}{1 - f + r f} Q \quad (5)$$

平衡狀態에 있어서의 流速은

$$V_w^* = \frac{1 - f_{in}^* + r_{in} f_{in}^*}{1 - f^* + r f^*} V_{in}^* + \frac{\Delta V}{\Delta i} \frac{z - z_{in}}{1 - f^* + r f^*} Q^* \quad (6)$$

한편 平衡狀態에서의 微小變位를 求하면 平衡狀態值와의 比로 表示하여

$$\begin{aligned} \frac{\delta V_w}{V_w^*} &= \frac{1 - f_{in}^* + r_{in} f_{in}^*}{1 - f^* + r f^*} \frac{V_{in}^*}{V_w^*} \frac{\delta V_{in}}{V_{in}^*} + \frac{r_{in} - 1}{1 - f^* + r f^*} \\ &\frac{V_{in}^*}{V_w^*} \delta f_{in} - \frac{r - 1}{1 - f^* + r f^*} \delta f + \frac{\Delta v}{\Delta i} \frac{z - z_{in}}{1 - f^* + r f^*} \\ &\frac{Q^*}{V_w^*} \frac{\delta Q}{Q^*} - \frac{\Delta v}{\Delta i} \frac{1}{1 - f^* + r f^*} \frac{Q^*}{V_w^*} \delta z_1 \quad (7) \end{aligned}$$

다음에 (2)式 및 (3)式으로 부터

$$\frac{\partial f}{\partial t} + U \frac{\partial f}{\partial z} = q \quad (8)$$

$$\text{但 } U = \frac{r V_w}{1 - f + r f} \quad (9)$$

$$q = \frac{(\rho_s r - \rho_w) f + \rho_w}{q_s \rho_w \Delta i (1 - f + r f)} Q \quad (10)$$

(8)式으로부터 $f = f^* + \delta f$, $V_w = V_w^* + \delta V_w$, $Q = Q^* + \delta Q$, $U = U^* + \delta U$ 및 $q = q^* + \delta q$ 의 平衡狀態와 微小變位를 考慮하여 代入計算하면

$$-\frac{\partial}{\partial t} \delta f + U^* \frac{\partial}{\partial z} \delta f = U^* \delta \left(\frac{q}{U} \right) \quad (11)$$

但 여기서 $\partial U \frac{\partial \delta f}{\partial z}$ 는 無視하고

$$U^* \frac{\partial f^*}{\partial z} = q^* \quad (12)$$

$$\frac{\partial f^*}{\partial t} = 0$$

(11)式을 Laplace 變換하면

$$-\frac{S}{U^*} \delta f + \frac{\partial}{\partial z} \delta f = \delta \left(\frac{q}{U} \right) \quad (13)$$

但 初期條件 $[\delta f]_{+0} = 0$

(6)式 및 (12)式에서 V_w^* 를 消去하면

$$\frac{\partial f^*}{\partial z} = \frac{1}{\rho_s \rho_w r} \cdot \frac{(1 - f^* + r f^*) [(\rho_s r - \rho_w) f^* + \rho_w] Q^*}{\Delta i (1 - f_{in}^* + r_{in} f_{in}^*) V_{in}^* + \Delta v (z - z_{in}) \theta^*}$$

윗式을 積分하여 計算하면 平衡狀態에서의 void fraction 은

$$f^* = \frac{r_{in} f_{in}^* + v_s \frac{\Delta z}{\Delta i} \frac{Q^*}{V_{in}^*}}{r + (r_{in} - r) f_{in}^* - (v_w r - v_s) \frac{\Delta z}{\Delta i} \frac{Q^*}{V_w^*}} \quad (14)$$

但 $\Delta z = z - z_{in}$

(6)式과 (14)式은 平衡狀態에 있어서의 流速 및 void fraction 을 各各 表示하며 이 方程式을 (9)式 및 (10)式에 代入하여 V_w^* 와 f^* 를 消去하고 (13)式과 함께 z 에 對하여 積分하면 void fraction 의 微小變位는

$$\begin{aligned} \delta f &= \Gamma e^{-\tau_2 S} \delta f_{in} + M \left\{ \frac{1}{S} + \frac{1}{S} K(n) \right\} e^{-\tau_3 S} (1 - e^{-\tau_3 S}) \frac{\delta Q}{Q^*} \\ &- N \frac{1}{S} K(n) e^{-\tau_3 S} (1 - e^{-\tau_3 S}) \frac{\delta V_w}{V_w^*} \quad (15) \end{aligned}$$

但 $L = \frac{r_{in}}{G}$

$$M = \frac{rL}{\delta(\rho_w - \rho_s r)} \{ (\rho_s r_{in} - \rho_w) f_{in} + \rho_w \}$$

$$N = \frac{rM}{b} \frac{V_w^*}{V_{in}^*}$$

$$G = \left\{ r + (r - r_{in}) f_{in}^* \right\} + (v_s - v_w r) \frac{\Delta z}{\Delta i} - \frac{Q^*}{V_{in}^*}$$

$$a = \frac{\rho_s \rho_w (\rho_w - \rho_s) r \Delta i}{(\rho_s r - \rho_w)^2 Q^*}$$

$$b = \left\{ r + (r - r_{in}) f_{in}^* \right\} + \frac{\rho_s r - \rho_w}{\rho_w - \rho_s} (1 - f_{in}^* + r_{in} f_{in}^*)$$

$$\tau_2 = a \left(\frac{b}{G} + \ln G \right) + \tau_3$$

$$\tau_3 = -a \left(\frac{b}{r_{in}} + \ln r_{in} \right)$$

$$K(n) = \sum_{s=1}^{n=\infty} \frac{\left(\frac{b}{G} \right)^n s^n}{\left(s - \frac{1}{a} \right) \left(s - \frac{2}{a} \right) \dots \left(s - \frac{n}{a} \right)} \quad (16)$$

$$\frac{K(n)}{S} = \sum_{s=1}^{n=\infty} \frac{\left(\frac{b}{G} \right)^n s^{n-1}}{\left(s - \frac{1}{a} \right) \left(s - \frac{2}{a} \right) \dots \left(s - \frac{n}{a} \right)} \quad (17)$$

以上 計算한 (7)式 및 (15)式과 (1)式으로 simulation 이 可能하다.

(iii) 傳達函數

以上の (1), (7) 및 (15)式으로부터 爐出力에서 void fraction 까지의 傳達函數는 다음과 같다.

Boiling boundary transfer function 은 (1)式으로부터

$$G_1(s) = \frac{\delta z_1}{\delta Q/Q^*} = -V_0^* \frac{1}{s} (1 - e^{-\tau_1 s}) \quad (18)$$

$$G_2(s) = \frac{\delta z_1}{\delta V_o/V_o^*} = -G_1(s) \quad (19)$$

$$G_3(s) = \frac{\delta z_1}{\delta i_o} = \frac{V_o^* \rho_w}{Q^*} e^{-\tau_1 s} \quad (20)$$

Void fraction transfer function 은 (15)式으로 부터

$$G_4(s) = \frac{\delta f}{\delta f_{in}} = L e^{-\tau_2 s} \quad (21)$$

$$G_5(s) = \frac{\delta f}{\delta Q/Q^*} = M \left[\frac{1}{s} + \frac{1}{s} K(n) \right] e^{-\tau_3 s} (1 - e^{-\tau_2 s}) \quad (22)$$

$$G_6(s) = \frac{\delta f}{\delta V_w/V_w^*} = -N \frac{1}{s} K(n) e^{-\tau_3 s} (1 - e^{-\tau_2 s}) \quad (23)$$

Water velocity transfer function 은 (7)式으로 부터

$$G_7(s) = \frac{\delta V_w/V_w^*}{\delta V_{in}/V_{in}^*} = \frac{1 - f_{in}^* + r_{in} f_{in}^*}{1 - f^* + r f^*} \frac{V_{in}^*}{V_w^*} \quad (24)$$

$$G_8(s) = \frac{\delta V_w/V_w^*}{\delta f_{in}} = \frac{r_{in} - 1}{1 - f^* + r f^*} \frac{V_{in}^*}{V_w^*} \quad (25)$$

$$G_9(s) = \frac{\delta V_w/V_w^*}{\delta f} = \frac{r - 1}{1 - f^* + r f^*} \quad (26)$$

$$G_{10}(s) = \frac{\delta V_w/V_w^*}{\delta Q/Q^*} = \frac{A_v}{A_i} \frac{A_z}{1 - f^* + r f^*} \frac{Q^*}{V_w^*} \quad (27)$$

$$G_{11}(s) = \frac{\delta V_w/V_w^*}{\delta z_1} = -\frac{A_v}{A_i} \frac{1}{1 - f^* + r f^*} \frac{Q^*}{V_w^*} \quad (28)$$

(iv) 記 號

- f : void fraction
- i : 飽和狀態의 蒸氣 또는 循環水의 specific enthalpy Kcal/kg
- V_i : $= i_s - i_w$ //
- Q : 單位長當의 熱束 Kcal/sec·cm
- r : 相速度比 //
- t : 時間 sec
- V : 流速 cm/sec
- V : void volume cm³
- v_s : $= \frac{1}{\rho_s}$ cm/kg
- v_w : $= \frac{1}{\rho_w}$ //
- ρ : 飽和狀態의 蒸氣 또는 循環水의 單位長의 密度 kg/cm

- z : 軸方向의 位置 cm
- D : 沸騰領域內의 void transmit time sec
- τ_1 : 非沸騰領域內의 循環水의 transmit time sec

Superscription

* : 平衡狀態의 定常值

Subscriptions

- o : 爐心入口值
- l : 沸騰境界值
- in : 初期值
- w : 循環水
- s : 蒸氣

3. Simulation

上記 誘導한 動特性式을 利用하여 analog computer 에 simulation 한 ~ 例를 여기에 提示코져 한다. 여기에 使用한 定數는 JPDR(Japan Power Demonstration Reactor)의 것으로써 即 JPDR의 爐心의 simulation 이라 볼 수 있다.

上記 (1), (7) 및 (7)式은 直接 simulation 하기 困難 하므로 이 式들은 (7)式을 除外하고는 近似式을 얻지 않으면 안된다.

(i) 式(1)의 近似化

(1)式의 simulation 은 可能하나 τ_1 에 依한 Delay 를 하기 爲해서는 amplifier의 數가 問題이므로 一次 近似化하여

$$e^{-\tau_1 s} \approx \frac{1}{1 + \tau_1 s} \quad (29)$$

를 代入하면 (1)式은

$$\delta z_1 \approx -V_0^* \frac{1}{s + \frac{1}{\tau}} \left(\frac{\delta Q}{Q^*} - \frac{V \delta w}{V_w^*} + \frac{\rho_w}{Q^* \tau_1} \delta i_o \right) \quad (30)$$

(ii) 式(15)의 近似化

(15)式은 첫째 $K(n)$ 의 無限級數가 問題인데 (17)式을 部分分數로 展開하면

$$\frac{K(n)}{s} = \frac{B_1}{s - \frac{1}{a}} + \frac{B_2}{s - \frac{2}{a}} + \frac{B_3}{s - \frac{3}{a}} + \dots + \frac{B_n}{s - \frac{n}{a}} \quad (31)$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \left(\frac{b}{G} \right) \left\{ 1 - \left(\frac{b}{G} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{G} \right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{b}{G} \right)^3 + \frac{1}{24} \left(\frac{b}{G} \right)^4 \dots \right\} \\ B_2 &= 2 \left(\frac{b}{G} \right)^2 \left\{ 1 - 2 \left(\frac{b}{G} \right) + 2 \left(\frac{b}{G} \right)^2 - \frac{3}{4} \left(\frac{b}{G} \right)^3 + \frac{2}{3} \left(\frac{b}{G} \right)^4 \dots \right\} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$B_3 = \frac{9}{2} \left(\frac{b}{G}\right)^3 \left\{ 1 - 3\left(\frac{b}{G}\right) + \frac{9}{2}\left(\frac{b}{G}\right)^2 - \frac{9}{2}\left(\frac{b}{G}\right)^3 + \dots \right\}$$

$$B_4 = \frac{32}{3} \left(\frac{b}{G}\right)^4 \left\{ 1 - 4\left(\frac{b}{G}\right) + 8\left(\frac{b}{G}\right)^2 - \dots \right\}$$

$$B_5 = \frac{625}{24} \left(\frac{b}{G}\right)^5 \left\{ 1 - 5\left(\frac{b}{G}\right) + \frac{25}{2}\left(\frac{b}{G}\right)^2 - \dots \right\}$$

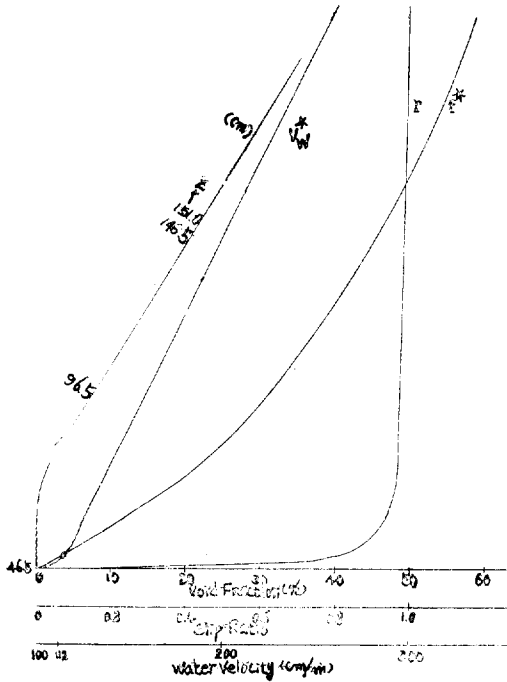


그림 2. Void fraction, slip ratio, 및 water velocity의 爐心길이에 對한 定常值

그런데 JPDR의 境遇에 있어서는 $\frac{b}{G} = 0.01$ 程度이므로 (31)式의 無限級數는 analog computer의 精度에 맞추어

$$\frac{K(n)}{S} = \frac{B_1}{S - \frac{1}{a}} + \frac{B_2}{S - \frac{2}{a}} \quad (33)$$

로 近似化 시킬 수 있다. 그러나 (33)式은 不安定한 特性이며 萬一 (33)式을 그대로 simulation 한다면 simulation circuit는 振動現象 或은 發散하여 analog computer는 動作할 수 없게 될 것이다. (33)式을 (15)式에 代入하여 計算하면

$$\delta f = L e^{-\tau_1 s} \delta f_{in} + M \left(\frac{1}{s} + \frac{B_1}{s - \frac{1}{a}} + \frac{B_2}{s - \frac{2}{a}} \right) e^{-\tau_2 s} (1 - e^{-\tau_2 s}) \frac{\delta Q}{Q^*} - N \left(-\frac{B_1}{s - \frac{1}{a}} \right)$$

$$+ \frac{B_2}{s - \frac{2}{a}} e^{-\tau_3 s} (1 - e^{-\tau_3 s}) \frac{\delta V_w}{V_w^*} \quad (34)$$

(34)式에서 $M \left(\frac{1}{s} + \frac{B_1}{s - \frac{1}{a}} + \frac{B_2}{s - \frac{2}{a}} \right) e^{-\tau_2 s}$ 및 $N \left(-\frac{B_1}{s - \frac{1}{a}} + \frac{B_2}{s - \frac{2}{a}} \right) e^{-\tau_3 s}$ 은 上述한 바와 같이 simulation 하더라도 不安定하다. 이러한 困難을 피하기 爲하여 各各 reverse transform 하면

$$\textcircled{L}^{-1} \left[M \left(\frac{1}{s} + \frac{B_1}{s - \frac{1}{a}} + \frac{B_2}{s - \frac{2}{a}} \right) e^{-\tau_2 s} \right] = M \left\{ 1 + B_1 e^{\frac{1}{a}(t-\tau_2)} + B_2 e^{\frac{2}{a}(t-\tau_2)} \right\} U(t-\tau_2) \quad (35)$$

$$\textcircled{L}^{-1} \left[N \left(-\frac{B_1}{s - \frac{1}{a}} + \frac{B_2}{s - \frac{2}{a}} \right) e^{-\tau_3 s} \right] = N \left\{ B_1 e^{\frac{1}{a}(t-\tau_3)} + B_2 e^{\frac{2}{a}(t-\tau_3)} \right\} U(t-\tau_3) \quad (36)$$

但 $U(t-\tau_2) = 1, \quad t \geq \tau_2$ 일때
 $U(t-\tau_2) = 0, \quad t < \tau_2$ 일때

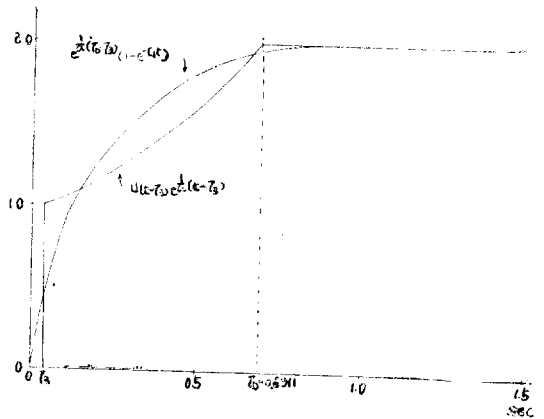


그림 3. $U(t-\tau_3) e^{\frac{1}{a}(t-\tau_3)}$ 의 近似曲線

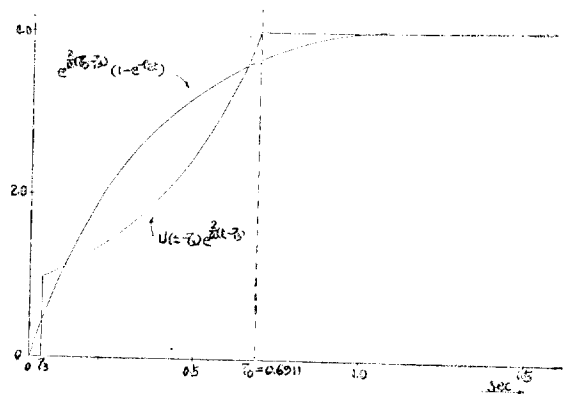


그림 4. $U(t-\tau_3) e^{\frac{1}{a}(t-\tau_3)}$ 의 近似曲線

이 두식 (37)에서 $e^{\frac{1}{a}(t-\tau_3)}(U(t-\tau_3))$ 와 $e^{\frac{2}{a}(t-\tau_3)}U(t-\tau_3)$ 의 曲線은 그림 3 및 그림 4에 圖示된 것과 같으며 한편 void fraction의 微少變化는 void가 boiling boundary에서發生 하기 始作하여 爐心出口에서는 以上 增加하지 않으므로 時間 τ_D 以後에는 一定値를 維持하게 된다. 故로 이 曲線을 近似化하여 圖示한 바와 같은 曲線으로 代置할 수 있다. 이 曲線上에서 求할 수 있는 近似式은

$$U(t-\tau_3) e^{\frac{1}{a}(t-\tau_3)} \approx e^{\frac{1}{a}(\tau_D-\tau_3)}(1-e^{-c_1 t}) \quad (37)$$

$$U(t-\tau_3) e^{\frac{2}{a}(t-\tau_3)} \approx e^{\frac{2}{a}(\tau_D-\tau_3)}(1-e^{-c_2 t}) \quad (38)$$

$$\text{但 } \left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{2\tau_3 e^{\frac{1}{a}(\tau_D-\tau_3)}} \\ C_2 &= \frac{1}{2\tau_3 e^{\frac{2}{a}(\tau_D-\tau_3)}} \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

(37)式 및 (38)式을 Laplace 變換하여

$$L \left[e^{\frac{1}{a}(\tau_D-\tau_3)}(1-e^{-c_1 t}) \right] = e^{\frac{1}{a}(\tau_D-\tau_3)} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+c_1} \right) \quad (40)$$

$$L \left[e^{\frac{2}{a}(\tau_D-\tau_3)}(1-e^{-c_2 t}) \right] = e^{\frac{2}{a}(\tau_D-\tau_3)} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+c_2} \right) \quad (41)$$

即 近似式은

$$\begin{aligned} M \left(\frac{1}{s} + \frac{B_1}{s - \frac{1}{a}} + \frac{B_2}{s - \frac{2}{a}} \right) e^{-\tau_3 s} \\ \approx M \left[\frac{1}{s} \left\{ 1 + B_1 e^{\frac{1}{a}(\tau_D-\tau_3)} + B_2 e^{\frac{2}{a}(\tau_D-\tau_3)} \right\} \right. \\ \left. - \frac{B_1 e^{\frac{1}{a}(\tau_D-\tau_3)}}{s+c_1} - \frac{B_2 e^{\frac{2}{a}(\tau_D-\tau_3)}}{s+c_2} \right] \\ N \left(-\frac{B_1}{s - \frac{1}{a}} - \frac{B_2}{s - \frac{2}{a}} \right) e^{-\tau_3 s} \\ \approx N \left[-\frac{1}{s} \left\{ B_1 - e^{\frac{1}{a}(\tau_D-\tau_3)} + B_2 e^{\frac{2}{a}(\tau_D-\tau_3)} \right\} \right. \\ \left. - \frac{B_1 e^{\frac{1}{a}(\tau_D-\tau_3)}}{s+c_1} + \frac{B_2 e^{\frac{2}{a}(\tau_D-\tau_3)}}{s+c_2} \right] \end{aligned}$$

한편 近似式으로써

$$(1-e^{-\tau_3 s}) \approx \frac{s}{s + \frac{1}{\tau_2}} \quad \text{임으로}$$

(34)式에 (39)式과 함께 代入 計算하면 void fraction의 微少變化는 (42)式으로 近似化할 수 있다.

$$\delta f \approx -\frac{1}{s + \frac{1}{\tau_2}} \left[\frac{L}{\tau_2} \delta f_{im} + M \left(1 + \frac{B_1}{2\tau_3} \frac{1}{s+c_1} \right. \right.$$

$$\left. + \frac{2\tau_3}{B_2} \frac{1}{s+c_2} \right) \frac{\delta Q}{Q^*} - N \left(\frac{B_1}{2\tau_3} \frac{1}{s+c_1} + \frac{B_2}{2\tau_3} \frac{1}{s+c_2} \right) \frac{\delta V_w}{V_w^*} \quad (42)$$

(iii) Simulation equation

(30)式과 (42)式에서 simulation equation은 다음과 같다.

Boiling boundary

$$G_1(s) = -\frac{V_o^*}{s + \frac{1}{\tau_1}} \quad (30-A)$$

$$G_2(s) = -G_1(s) \quad (30-B)$$

$$G_3(s) = -\frac{V_o^* \rho_w / Q^* \tau_1}{s + \frac{1}{\tau_1}} \quad (30-C)$$

Void fraction는

$$G_4(s) = \frac{L}{\tau_2} \frac{1}{s + \frac{1}{\tau_2}} \quad (42-A)$$

$$G_5(s) = \left(M + \frac{B_1 M}{2\tau_3} \frac{1}{s+c_1} + \frac{B_2 M}{2\tau_3} \frac{1}{s+c_2} \right) \frac{1}{s + \frac{1}{\tau_2}} \quad (42-B)$$

$$G_6(s) = -\left(\frac{NB_1}{2\tau_3} \frac{1}{s+c_1} + \frac{NB_2}{2\tau_3} \frac{1}{s+c_2} \right) \frac{1}{s + \frac{1}{\tau_2}} \quad (42-C)$$

Water velocity는 (24)~(28)式과 同하다.

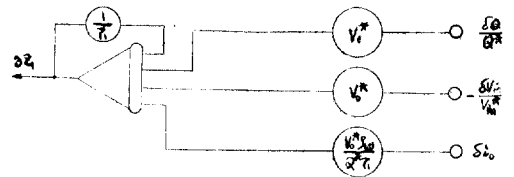


그림 5. Boiling boundary의 simulation diagram

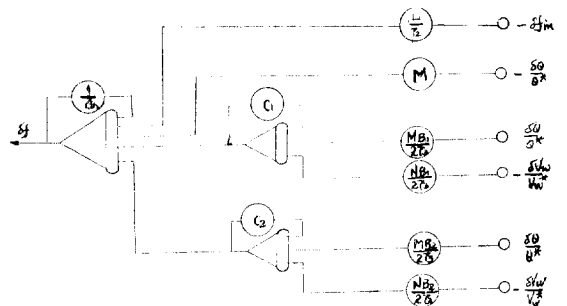


그림 6. Void fraction의 simulation diagram

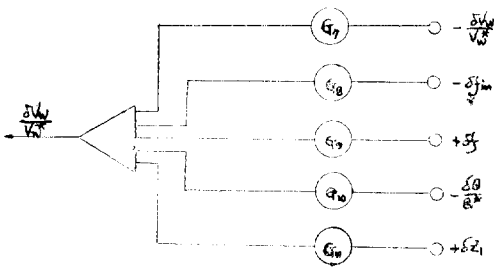


그림 7. Water velocity 의 simulation diagram

(30)式으로부터 simulation diagram 은 그림 5 와 같 으며 (42)式으로 부터 simulation diagram 은 그림 6 과 같고 (24)式~(28)式에서 water velocity 의 simulation diagram 은 그림 7 과 같다.

(iv) 相速度比 (slip ratio or phase velocity ratio)

널리 알려져 있는 相速度比의 式은

$$\gamma = \frac{V_s}{V_w} = \frac{1-f^*}{f^*} \frac{x}{1-x} \frac{\rho_w}{\rho_s} \quad (43)$$

但, x : steam quality

한편 沸騰領域內에서의 蒸氣 및 循環水의 混合物의 무게는

$$(\rho_s - \rho_w) \int_{z_{iu}}^z f^* dz + \rho_w (z - z_{in})$$

蒸氣만의 무게는

$$\rho_s \int_{z_{iu}}^z f^* dz$$

故로 steam quality x 는

$$x = \frac{\rho_s \int_{z_{iu}}^z f^* dz}{(\rho_s - \rho_w) \int_{z_{iu}}^z f^* dz + \rho_w (z - z_{in})}$$

$$\therefore \frac{x}{1-x} = \frac{\rho_s}{\rho_w} \frac{\int_{z_{iu}}^z f^* dz}{(z - z_{in}) - \int_{z_{iu}}^z f^* dz} \quad (44)$$

한편 (14)式으로 부터

$$\frac{1-f^*}{f^*} = \frac{(1-f^*_{in}) - \frac{Q^*}{\rho_w \Delta_i} \frac{z - z_{in}}{V_{in}^*}}{r_{in} f_{in}^* + \frac{Q^*}{\rho_s \Delta_i} \frac{z - z_{in}}{V_{in}^*}} - \gamma \quad (45)$$

(43), (44) 및 (45) 式으로 부터

$$\int_{z_{in}}^z f^* dZ = \frac{\left\{ r_{in} f_{in}^* + \frac{Q^*}{\rho_s \Delta_i} \frac{Z - Z_{in}}{V_{in}^*} \right\} (Z - Z_{in})}{(1 - f_{in}^* + r_{in} f_{in}^*) + \frac{Q^*}{V_{in}^*} \frac{\Delta v}{\Delta_i} (Z - Z_{in})} \quad (46)$$

(46)式을 Z 에 對하여 微分하여 f^* 를 求하고 또 (46) 式을 (44)式에 代入하여 $\frac{x}{1-x}$ 를 求하여 (45)式에 代 入計算하면 相速度比는

$$r = \frac{r_{in} f_{in}^* + \frac{Q^*}{\rho_s \Delta_i} \frac{(Z - Z_{in})}{V_{in}^*}}{1 - f_{in}^* - \frac{Q^*}{\rho_w \Delta_i} \frac{(Z - Z_{in})}{V_{in}^*}} \times \frac{(1 - f_{in}^* + r_{in} f_{in}^*) \left\{ 1 - f_{in}^* - \frac{2Q^*}{\rho_w \Delta_i} \frac{(Z - Z_{in})}{V_{in}^*} \right\}}{(1 - f_{in}^* + r_{in} f_{in}^*) \left\{ r_{in} f_{in}^* + \frac{2Q^*}{\rho_s \Delta_i} \frac{(Z - Z_{in})}{V_{in}^*} \right\}} - \frac{\Delta v}{\rho_w} \left\{ \frac{Q^*}{\Delta_i} \frac{(Z - Z_{in})}{V_{in}^*} \right\}^2 + \frac{\Delta v}{\rho_s} \left\{ \frac{Q^*}{\Delta_i} \frac{(Z - Z_{in})}{V_{in}^*} \right\}^2 \quad (46)$$

(v) 數值計算

(6)式, (14)式 및 (47)式에서 V_w^*, f^* , 및 r 를 計算 할 수 있다. 여기서는 $\Delta Z = 1$ cm 로 하여 計算機(IBM 7044)에 依하여 計算하였다. 그 曲線은 그림 2 에 보 여주는 것과 같다. Simulation 하기 위해서는 analog computer 의 summer, integrator 의 制限이 있으므로 $\Delta Z = 1$ cm 로 細分할 수는 없다. Summer 및 integrator 의 數를 考慮하여 여기서는 $\Delta Z = 26.125$ cm 로 나누었는데 即 沸騰領域을 그림 1 에서 보는 바와 같이 넷으로 나누었으며 이에 대한 全體의 simulation diagram 은 그림 8 과 같다. 그림 8 에서 void fraction 은 다음式에 依하여 void volume 으로 置換하고

$$\delta V = A c_o \Delta Z \cdot \delta f \quad (48)$$

各 區分된 領域의 平均의 和를 爐心 全體의 void volume 으로 하였다.

여기에 使用한 JPDR 의 定數는 다음과 같다.

$i_s = 664.6$	kcal/kg
$i_w = 291.2$	//
$J_f = 373.4$	//
$Q^* = 70.8$	kcal/sec-cm
$V_o^* = 112$	cm/sec
$\rho_s = 0.1855$	kg/cm
$\rho_w = 4.462$	//
$Z_1 = 46.5$	cm
$JZ = 26.125$	cm
$\tau_1 = 0.415$	sec
$\tau_D = 0.6911$	//
$\Delta v = 5.1659$	cm/kg

(vi) Reactor transfer function heat transfer function

Reactor transfer function 및 heat transfer dynamics 는 Miida 氏의 論文 (3)으로부터 引用하여 使用하였다.

Zero power transfer function 은

$$G_R(s) = \frac{\delta n/n^*}{\delta k/\beta} = 1 + \frac{0.077}{s} \quad (49)$$

Fuel heat transfer function 은

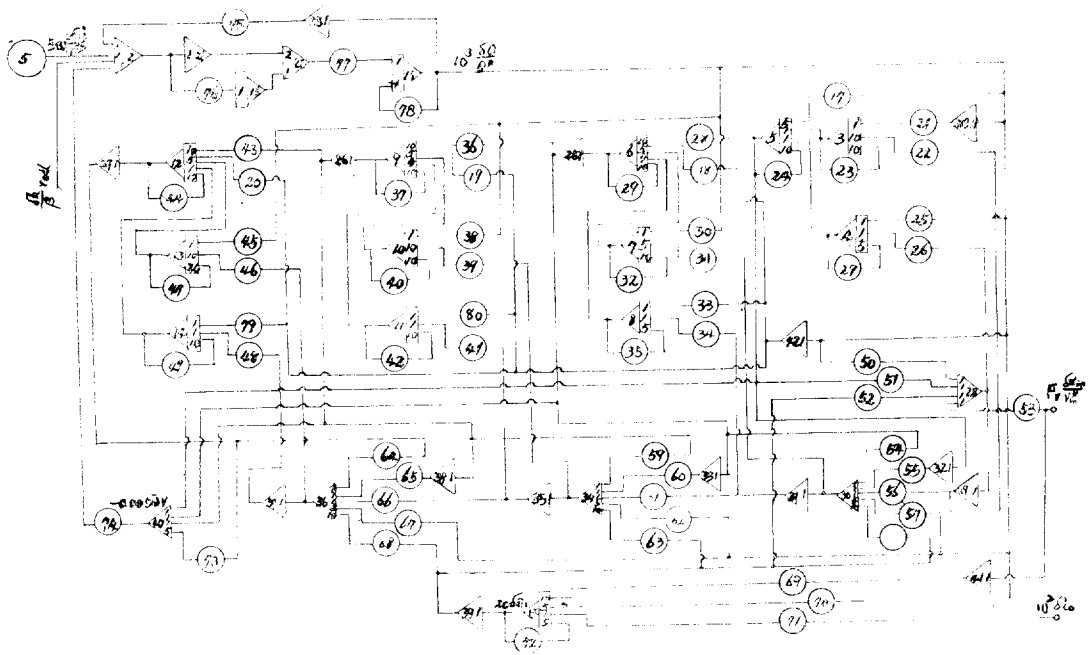


그림 8. Simulation diagram

$$G_{f1}(s) = \frac{\delta Q/Q^*}{\delta n/n^*} = \frac{1}{1+12s} \quad (50)$$

$$G_{f2}(s) = \frac{\delta k_{eff}/\beta}{\delta n/n^*} = \frac{1}{1+12s} \quad (51)$$

但 $G_{f1}(s)$ 는 neutron flux 로 부터 heat flux 까지의 傳達函數이고 $G_{f2}(s)$ 는 Doppler effect 에 依한 negative temperature coefficient 의 neutron flux 로 부터 Doppler reactivity 까지의 傳達函數이다.

이 式들을 包含하여 simulation 한 完全한 diagram 이 그림 8에 주어졌다.

以上의 simulation diagram 에 依據하여 日本原子力 研究所에 있는 PACE analog computer 를 써서 simulate 한 結果는 다음과 같다.

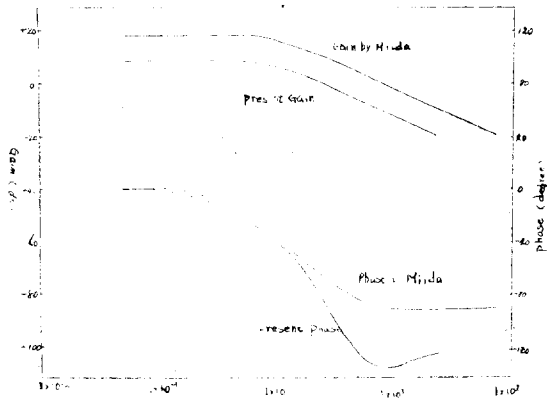


그림 9. Transfer function of power to void reactivity (power effect group)

表 1. Potentiometer setting value

Pot. No.	Setting Value	Pot. No.	Setting Value	Pot. No.	Setting Value
17	0.2000	41	0.2022	65	0.0166
18	0.2000	42	0.5024	66	0.8088
19	0.2000	43	0.6260	67	0.0185
20	0.2000	44	0.7143	68	0.0177
21	0.2821	45	0.0432	69	0.2907
22	0.5522	46	0.9470	70	0.4480
23	0.6441	47	0.9311	71	0.4480
24	0.9797	48	0.1140	72	0.4802
25	0.0386	49	0.9530	73	0.1000
26	0.7528	50	0.1435	74	0.2470
27	0.6361	51	0.0379	75	0.6250
28	0.8914	52	0.2746	76	0.1540
29	0.9902	53	0.8148	77	0.0830
30	0.0469	54	0.0194	78	0.0830
31	0.8189	55	0.0318	79	0.0005
32	0.5389	56	0.8436	80	0.0016
33	0.0016	57	0.0244		
34	0.1335	58	0.0233		
35	0.5598	59	0.0133		
36	0.5714	60	0.0168		
37	0.6667	61	0.8648		
38	0.0431	62	0.0210		
39	0.4414	63	0.0200		
40	0.9794	64	0.0101		

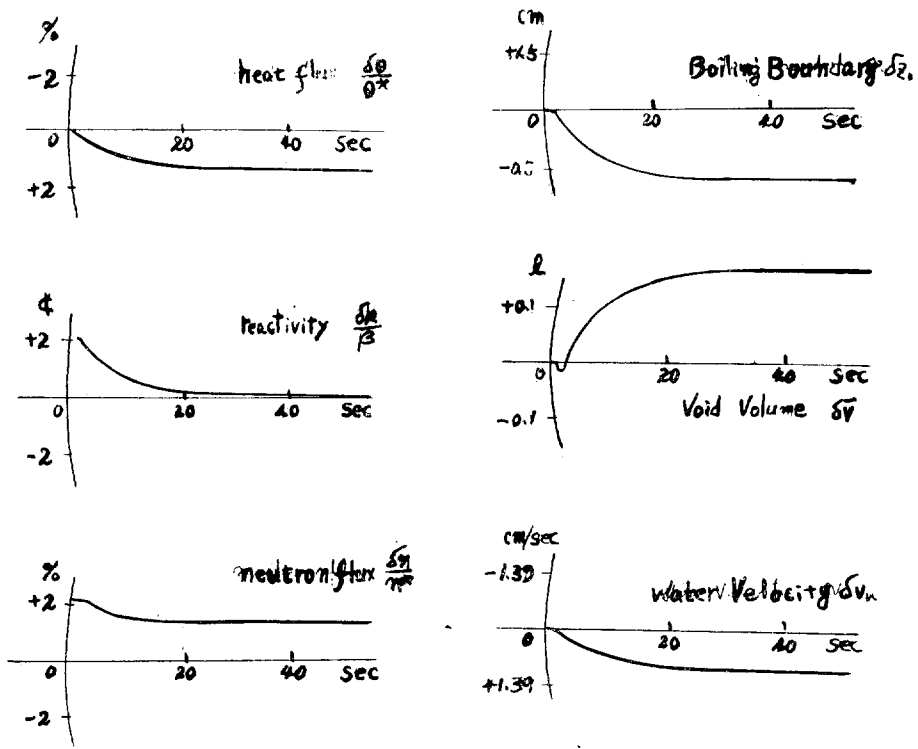


그림 10. Reactivity step response, 2%

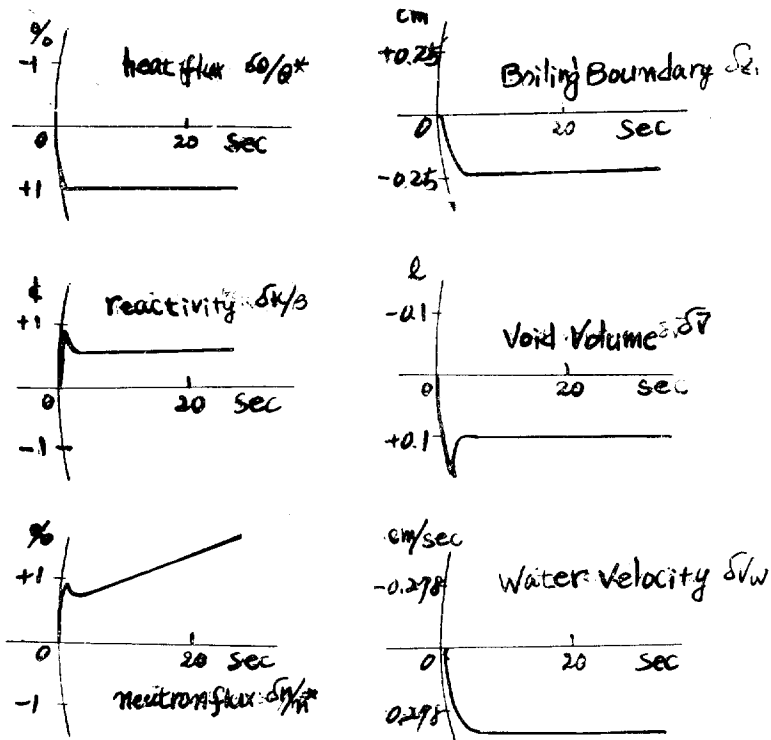


그림 11. Heat flux step response, 1%

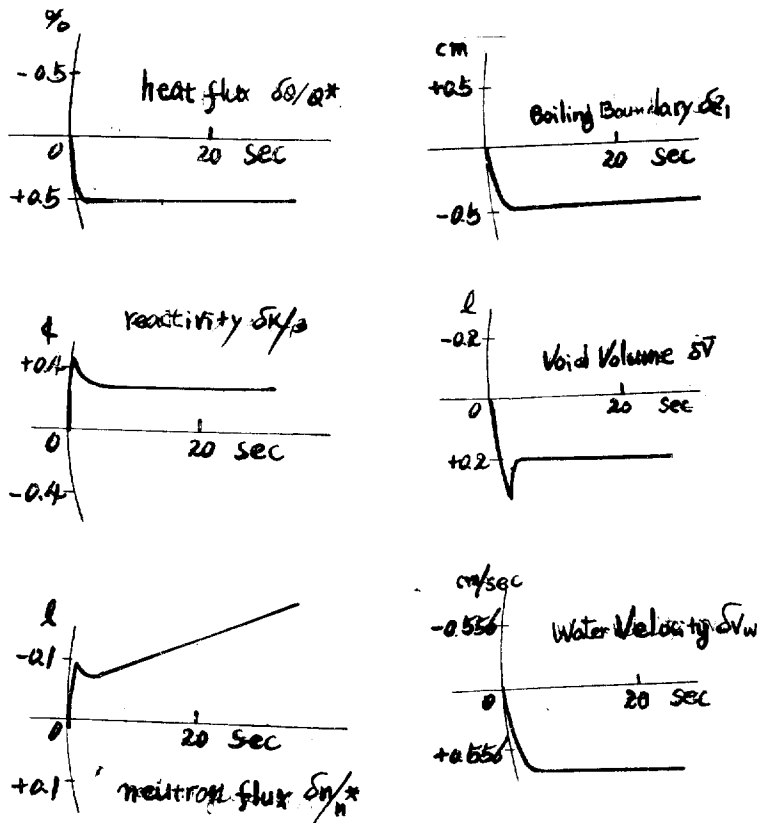


그림 12. Heat flux step response, 0.5%

4. Analog computer results

Reactivity step response (2%)는 그림 10에 圖示한 바와 같이 安定하며 1%, 0.5%에 對한 熱出力의 step response는 그림 11 및 12에 各各 圖示한 바와 같이 安定된 結果이다. 여기서 computer의 制限이 없이 momentum balance를 追加計算하여 phase velocity ratio도 simulation 할 수 있다면 興味있는 現象이 나타날 것이다. 周波數特性은 그림 9에 圖示된 것과 같으나 Miida氏⁽³⁾의 것과 比較할 때 gain에 있어서 10 db의 差異를 두고 있으며 phase에 있어서 high frequency region에서 相當한 差異를 가지고 있다. 이것은 앞으로 좀 더 相細한 計算後에 卽 이 動特性方程式을 利用하여 digital computer에 依한 精密한 計算을 한 後가 아니면 確言할 수 없는 疑問으로 남게되며 이러한 疑問點을 남긴 것이 大端히 遺憾스럽다.

參考文獻

- (1) J. Miida and N. Suda; "Derivation of Transfer Function of Natural Circulation Boiling Water Reactor," JAERI 1044, July, 1963.
- (2) T. Kanai, T. Kawai, and R. Aoki; Journal of Atomic Energy Society of Japan, 1964.
- (3) J. Miida and N. Suda; "Dynamic Analysis of Natural Circulation Boiling Water Reactor," JAERI 1061, June, 1964.

(1964年 12月 3日 接受)