

세멘트強度간의 相互關係

東洋세멘트工業株式会社 企劃課

吳 增

< 內 容 >

- 一 序 言
- 二 세멘트의 強度
- 三 短期強度와 長期強度간의 關係
 - (1) 相關係數
 - (2) 推定式 成立
- 四 耐壓強度와 抗折強度간의 關係
 - (1) 相關係數
 - (2) 推定式 成立
- 五 結 言

一 序 言

세멘트는 建築 土木 塹 港灣 道路 橋梁工事等に 廣範圍하게 使用되며, 이러한 세멘트의 用途에는 恒常 強度가 切實히 要請되므로 세멘트 品質에 있어서는 무엇보다도 먼저 세멘트 強度가 重要視 되어 있다. 따라서 從來에도 세멘트 強度에 關한 數多한 研究가 있었고, 앞으로도 이 方面에 對하여서는 세멘트關係 技術者들의 繼續的인 研究가 있을것으로 確信한다. 그러므로 여기서는 다만 세멘트의 短期強度와 長期強度間 및 耐壓強度와 抗折強度간의 相互關係를 統計學的 方法으로 分析

해보고 그사이에 어떠한 關聯性이 있는가를 考察하며, 어떤 相互 關性을 發見했을 때는 兩強度間의 關係式을 成立시켜 短期強度의 試驗値로서 長期強度를 推測한다던가 或은 耐圧強度를 基礎로하여 抗折強度를 推定한다는 세멘트의 強度間의 相互關係를 檢討 考察 코져 하는 것이다.

여기에 使用된 試驗値는 純全히 T社의 試驗成績에 依한 것이며, 比較的 普遍的인 結果를 얻기 위하여 1962年 1月부터 1963年 9月까지 滿 21個月間에 걸친 強度試驗値를 使用했다. 이 會社에서는 每 4時間마다 5日間 採取한 것을 一試料로 試驗하고 있으므로 5日間 平均 強度値에 該當한다.

그런데 세멘트의 強度는 粉末度 化學成分 및 크랑카의 燒成條件에 따라 變하므로 세멘트 強度 自體에 對해서는 論及을 回避한다. 獨 같은 試料에 對해서도 試驗者와 試驗條件에 따라 強度試驗値가 달라지는 것이나 여기서는 이런 複雜한 試驗方法에 關하여는 考慮하지 않고 測定된 強度値를 그대로 認定 이 를 集計 分析한다.

三. 세멘트의 強度

1962年 1月부터 1963年 9月까지 21個月間의 T세멘트會社의 세멘트 強度試驗値의 算術平均 및 標準偏差는 表1에 要約되어 있으며, 그림(1)~(6)은 세멘트 強度의 柱狀圖로서 各強度의 分布狀態를 表示한다.

X를 耐圧強度 Y를 抗折強度라 할때 算術平均値는

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad \text{및} \quad \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} \quad \text{로,}$$

標準偏差

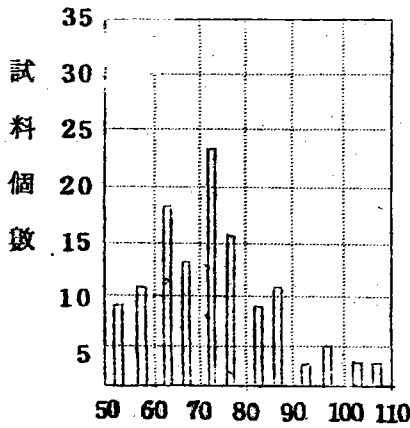
$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{및} \quad S_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

로 各各 計算된 것이다.

表 1 . 세멘트強도의 平均值 및 標準偏差
(1962.1 ~ 1963.9)

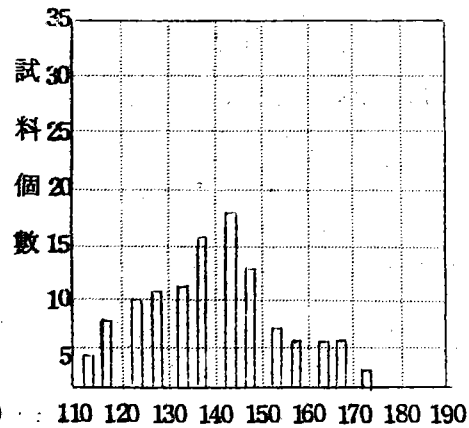
| 件 數 | 3 日 | | | | 7 日 | | | | 28日 | | | |
|-----|-----------|-------|-----------|------|-----------|-------|-----------|------|-----------|-------|-----------|------|
| | 耐 圧 | | 抗 折 | | 耐 圧 | | 抗 折 | | 耐 圧 | | 抗 折 | |
| | \bar{X} | Sx | \bar{Y} | Sy | \bar{X} | Sx | \bar{Y} | Sy | \bar{X} | Sx | \bar{Y} | Sy |
| 162 | 75 | 13.39 | 22 | 3.16 | 143 | 17.25 | 37 | 3.26 | 272 | 24.35 | 54 | 3.69 |

그림 1



3日 耐壓強度 (Kg/cm²)

그림 2



7日 耐壓強度 (Kg/cm²)

그림 3

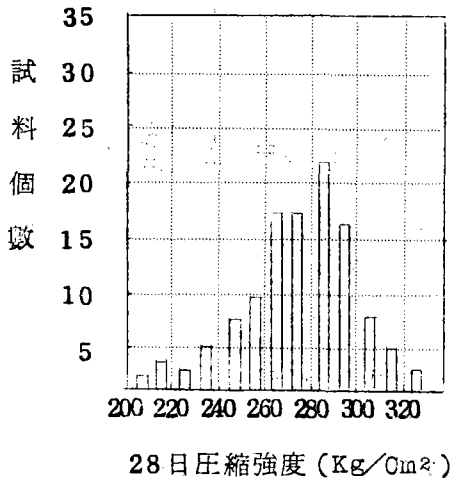


그림 4

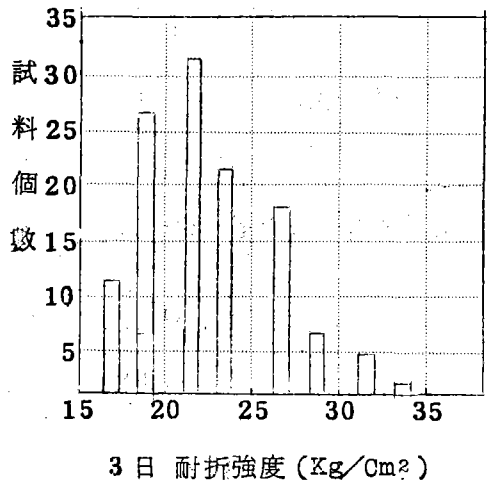


그림 5

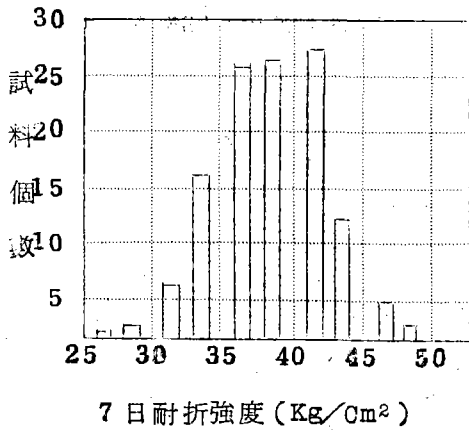
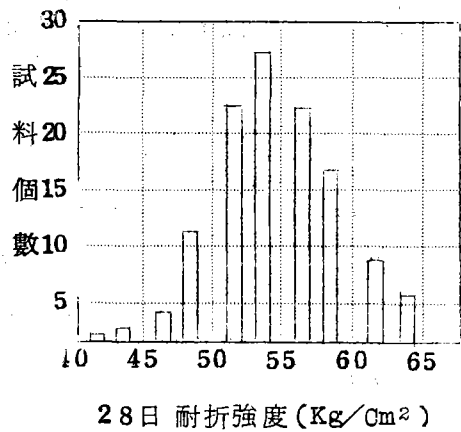


그림 6



三 短期強度와 長期強度間의 關係

(1) 相關係數

세멘트의 短期強度를 測定하여 長期強度를 推定할수 있다면,

이는 세멘트 品質試驗者들이 長期強度를 測定하기 위하여 오랜 時日을 기다릴 必要가 없다는 點에서 대단히 便利할것이다. 그런데 이러한 科學的 推定을 하기 위해서는 第一 먼저 短期強度 와 長期強度 사이에 어떠한 相互關係가 있는가를 確認하지 않으면 안된다. 이러한 相閔度의 檢討를 위해서는 統計學에서 널리 쓰여지는 相閔係數 r 를 計算해 보는것이 매우 便利하다. 卽 X, Y 를 各測定強度라고 하고 n 을 測定回數라고 하면 相閔係數 r 는

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n S_x S_y} \text{로 表示된다.}$$

이式中の $S_x S_y \bar{X} \bar{Y}$ 는 表1에서 計算된것을 代入하면 된다.

上式에서 計算한 r 의 絶對值가 1보다 작을수록 二要素의 相閔度는 적은것이며 $r=1$ 일때 一要素와 他要素와의 相閔度는 100%이라는 것을 相閔係數 r 가 意味한다는 것은 統計學에서 이미 잘 알려져 있다. 따라서 短期및 長期強度와의 相互關係를 把握하기 위하여 相閔係數 r 와 r^2 을 計算하여 表2를 作成하였다.

<表 2> 短期強度와 長期強度間의 相閔係數 (r)

| | | 相 閔 係 數 | |
|---------|-------------------|---------|------|
| 耐 压 強 度 | $r_{x_3, x_{28}}$ | | 0.70 |
| | r^2 | | 0.49 |
| 抗 折 強 度 | $r_{y_3, y_{28}}$ | | 0.74 |
| | r^2 | | 0.55 |
| | $r_{x_7, x_{28}}$ | | 0.78 |
| | r^2 | | 0.61 |
| | $r_{y_7, y_{28}}$ | | 0.76 |
| | r^2 | | 0.57 |

註: $r_{x_3, x_{28}}$ 은 3日耐 压強度와 28日耐 压強度間의 相閔係數를 意味한다.

이제 表 2의 相關係數 r 를 吟味 해보면, 短期強度와 長期強度間에는 密接한 相互關聯性이 있다는 것을 알 수 있다. 耐圧強度 및 抗折強度의 3日과 28日強度간의 相關係數 r 는 各各 0.70 과 0.74 로서 相互關係가 相當히 密接하다는 것을 立證해 주며 이것은 3日強度值를 測定하여 이를 基礎로 해서 28日 強度를 推定할 수 있다는 可能性을 暗示해 준다. 더욱이 7日強度와 28日強度 사이의 相關係數를 볼때 이것은 3日強度와 28日強度간의 相關係數보다 더 큰 0.78과 0.74 로서 7日強度를 基礎로 해서 28日強度를 豫測推定한다는 것이 意義가 있으며 相當히 正確한 推測에 가까운 것이라는 結論이 된다. 이表에서 r^2 은 平均 0.55 인데 이것은 28日強度의 分散 $S^2_{x_{28}}$ 中 55%가 短期強度에 따라 變化한다는 말이다.

各 材令別強度의 相互關係는 아래 表 (3) ~ (6)에서 圖示하였다. 이 그림은 短期強度와 長期強度간의 相互關係를 나타내는 그림으로서 短期強度와 長期強度간의 相互關係가 直線的으로 表示될수 있다는 것을 圖示한 것이다.

(2) 推定式 成立

위에서 言及한바와 같이 短期強度測定值를 基礎로 長期強度를 豫測한다는 것은 그 意義가 크다고 보겠다. 또 實際로 工場의 製品品質管理擔當者나 세멘트 需要者側의 檢收者들에게는 精度가 비록 100%는 못 되더라도 強度間에 어떤 型態의 推定式이 있어서 使用할수 있게 되면 大端히 便利할 것이므로 이런 目的의 推定式을 成立할 必要가 있다.

< 表 3 >

| | | | | | | | | | | | | | |
|--|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|-----------|-----------|
| 28 日耐圧強度 (Kg/cm^2) | 311 ~ 320 | | | | 2 | | | | | 2 | | 2 | |
| | 301 ~ 310 | | | | 2 | 1 | 2 | 3 | | | | 1 | |
| | 291 ~ 300 | 3 | 1 | | 4 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 | | |
| | 281 ~ 290 | 1 | 1 | 2 | 4 | 7 | 3 | 1 | 2 | 2 | | | |
| | 271 ~ 280 | | | 5 | 2 | 4 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | 261 ~ 270 | | 1 | 2 | 4 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | | | |
| | 251 ~ 260 | 4 | 1 | 3 | | 5 | 1 | 1 | | | | | 1 |
| | 241 ~ 250 | | | 4 | | 1 | 2 | | 1 | | | | |
| | 231 ~ 240 | 1 | | 3 | 1 | | | | | | | | |
| | 221 ~ 230 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| | 211 ~ 220 | | 1 | | 2 | | | | | | 1 | | |
| | 201 ~ 210 | 2 | | | | | | | | | | | 1 |
| | | 50 ~ 55 | 56 ~ 60 | 61 ~ 65 | 66 ~ 70 | 71 ~ 75 | 76 ~ 80 | 81 ~ 85 | 86 ~ 90 | 91 ~ 95 | 96 ~ 100 | 101 ~ 105 | 106 ~ 110 |

3 日耐圧強度 (Kg/cm^2)

<表 4>

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 28日耐圧強度 (Kg/Cm ²) | 311 | | 1 | | 1 | | | 1 | | | 3 | 1 | 2 | 1 | |
| | 301 | | | | | 1 | 2 | 4 | | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | |
| | 291 | | | 1 | 3 | 3 | 8 | 4 | 2 | 1 | | | | 1 | |
| | 280 | 1 | 2 | | 3 | 4 | 3 | 2 | 1 | 4 | 1 | 1 | | | |
| | 270 | 2 | | 1 | 2 | 6 | 1 | 2 | 1 | | 1 | 1 | | | |
| | 260 | | | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | | 1 | | | | | |
| | 250 | | 2 | 1 | 3 | | 1 | 2 | | | | | | | |
| | 240 | | | 2 | 1 | 1 | | 1 | | | | | | | |
| | 230 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | |
| | 220 | 2 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | |
| | 210 | | | | | | | | | | | | | | |
| | 200 | | | | | | | | | | | | | | |
| | | 111~115 | 116~120 | 121~125 | 126~130 | 131~135 | 136~140 | 141~145 | 146~150 | 151~155 | 156~160 | 161~165 | 166~170 | 171~175 | 176~180 |
| | 7日耐圧強度 (Kg/Cm ²) | | | | | | | | | | | | | | |

一般的으로 二要素間の 推定式을 成立하고자 할 때에는 最小二乘法 (Method of Least-Squares) 에 依한 直線式에 맞추는 것이 普通인데 여기서도 같은 方法을 利用하여 同推定式을 成立코자 하는 것이다.

直線方程式을 成立하는데에 必要한 것은 直線의 傾斜度를 表示하는 方向係數와 平均値로서 이제 X로부터 Y를 推定할 때의 方向係數를 $b_{y,x}$ 라고 하고 Y로부터 X를 推定할 때의 方向係數를 $b_{x,y}$ 라고 하면 $b_{y,x}$ 와 $b_{x,y}$ 는 다음 式으로 表示된다.

$$b_{y,x} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

$$b_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

이式에 따라 b를 計算하면

$$b_{x_{28}, x_{7}} = \frac{41,897}{37,185} = 1.12$$

$$b_{y_{28}, y_{7}} = \frac{1,159}{1,330} = 0.87 \quad \text{이 된다.}$$

그런데 이미 앞에서 言及한 바와 같이 3日強度로서 28日強度를 推定하는것 보다는 7日強度를 基礎로 28日強度를 推定하는 便이 더 正確할 것이므로 여기서는 7日強度로서 28日強度를 推定하는 式만 成立한다. (勿論 3日強度로서 28日強

度を 推定하는 式도 거의 같이 有効하며 같은 方法으로 成立할 수 있으나 여기에서는 省略한다.)

그런데 方向係數는 위에서 計算해서 얻었으며 平均值는 表 1 에 있으므로 同推定式을 만들기 위하여 推定直線上的 値를 \hat{X} 및 \hat{Y} , 平均值를 \bar{X} 및 \bar{Y} , 實測値를 X_i 및 Y_i 라고 하면 推定直線式은 아래와 같이 表示할수 있다.

$$\hat{X}_{28} = b_{x_{28}.x_7}(X_7 - \bar{X}_7) + \bar{X}_{28}$$

$$\hat{Y}_{28} = b_{y_{28}.y_7}(Y_7 - \bar{Y}_7) + \bar{Y}_{28}$$

이제 b 와 \bar{X}_7 , \bar{X}_{28} , \bar{Y}_7 및 \bar{Y}_{28} 을 上式에 代入하면

$$\hat{X}_{28} = 1.12(X_7 - 143) + 272$$

$$= 1.12X_7 + 112$$

$$\hat{Y}_{28} = 0.87(Y_7 - 37) + 54$$

$$= 0.87Y_7 + 22 \text{ 를 얻는다.}$$

參考로 日本 建築學會 建築工事 標準仕様書中の 推定式

$$K_{28} = 0.8K_7 + 170 \text{ 및}$$

日本の 數個會社 세멘트 強度推定式을 그림 (7) 및 (8) 에서 比較하였다. 이 圖表를 볼때에 各社製品の 強度推定式間에는 若干의 差異가 있음을 알수 있는데 이것은 各製品の 特性에 따라서 短期強度와 長期強度間의 相關度도 若干씩 相異하다는 것을 알 수 있다. 그림 (7) 에서 各 直線이 7日強度 300~400 Kg/cm² 에서 集結되어 있는데 이것은 그 周圍에서 各製品の 強度의 相互關係가 比較的 一致된다는 것을 意味

한다.

四 耐圧強度와 抗折強度간의 關係

지금까지는 세멘트의 短期強度와 長期強度간의 相互關係를 檢討하였던바 이제 參考로 附加해서 耐圧強度와 抗折強度간의 關係를 考察해 보고자 한다.

(1) 相關係數

相關係數 r 의 公式를 利用하여 3日, 7日 및 28日 材令의 耐圧強度와 抗折強度간의 r 를 計算하여 表 7을 作成하였다. 이表를 吟味해 보면 表 2에서 計算된 短期強度와 長期強度간의 相關係數보다는 比較的 그 係數值가 적으나 3日強度 및 28日強度에 있어서는 兩強度간의 相關係數值가 各各 0.68 및 0.65 로서 相當히 密接한 關係가 있음을 알수 있다.

表 3 耐圧 및 抗折強度의 相關係數 (r)

| | |
|----------------|------|
| $r_{x3, y3}$ | 0.68 |
| r^2 | 0.46 |
| $r_{x7, y7}$ | 0.60 |
| r^2 | 0.36 |
| $r_{x28, y28}$ | 0.65 |
| r^2 | 0.42 |

$$r_{x3, y3} = \frac{4662}{(13.39)(3.16)(162)}$$

$$r_{x7, y7} = \frac{5520}{(17.25)(3.28)(162)}$$

$$r_{x28, y28} = \frac{9436}{(24.35)(3.69)(162)}$$

(2) 推定式 成立

短期強度를 基礎로 長期強度를 推定하는 式을 成立하였던 方法에 따라 이제 3日 7日 28日의 耐圧強度로서 各々の 抗折強度를 推定하는 式을 成立한다.

먼저 $b_{y3.x3}$, $b_{y7.x7}$ 및 $b_{y28.x28}$ 을 計算하면

$$b_{y3.x3} = \frac{4,662}{3,096} = 1.51$$

$$b_{y7.x7} = \frac{5,520}{6,624} = 0.83$$

$$b_{y28.x28} = \frac{9,436}{12,321} = 0.76 \quad \text{이 된다.}$$

이제 b 와 \bar{X} , \bar{Y} 를 아래 推定式에 代入하면

$$\hat{Y}_3 = b_{y3.x3}(X_3 - \bar{X}_3) + \bar{Y}_3$$

$$= 1.51(X_3 - 75) + 22$$

$$= 1.51X_3 - 91$$

$$\hat{Y}_7 = b_{y7.x7}(X_7 - \bar{X}_7) + \bar{Y}_7$$

$$= 0.83(X_7 - 143) + 37 = 0.83X_7 - 82$$

$$\hat{Y}_{28} = b_{y28.x28}(X_{28} - \bar{X}_{28}) + \bar{Y}_{28}$$

$$= 0.76(X_{28} - 272) + 54 = 0.76X_{28} - 154$$

를 各各 얻는다.

勿論 抗折強度를 알고 耐圧強度를 推定하는 式도 같은 方法으로 成立할 수 있으나 여기서는 이를 省略한다.

五 結 言

세멘트強度の 試驗値는 同一試料라고 하더라도 試驗條件에 따라 다르고 또 試料마다 試驗値가 달라서 세멘트強度値에는 誤差가 많다고 報告되어 있다. (日本 세멘트技術協會 發行 昭和 34, 35年度 세멘트 技術年報, 「日本세멘트 技術協會 세멘트 共同試驗結果」)

따라서 T社의 試驗値에 對하여 21個月間에 걸친 不過 126個의 試料에 對한 檢討로서 세멘트強度間의 相互關係에 對하여 一般普遍的인 結論을 내리기는 困難하다. 그러나 이 檢討를 通하여 얻은 結論은 세멘트強度間에는 어느 程度 相互關係가 있다는 것을 確言할 수 있으며 이러한 關係를 基礎로 相互關係式을 成立할 수 있다는 것이다.

위의 強度試驗値의 分析 및 檢討를 通하여 얻은 結論을 要約해 보면

1. 短期強度와 長期強度間에는 相當히 密接한 相互關係가 있어 短期強度を 基礎로 長期強度を 相當히 精密히 推定할 수 있으며

2. 耐圧強度로서 抗折強度を 推定하는것도 어느 程度 有効하다는 것이다.

§ 参 考 文 献 §

1. 提 武 : " 近年의 포-트랜드 세멘트 強度에 關한 研究 "
2. Duncan : "Quality Control and Industrial Statistics"
3. Carson : "Production Handbook"