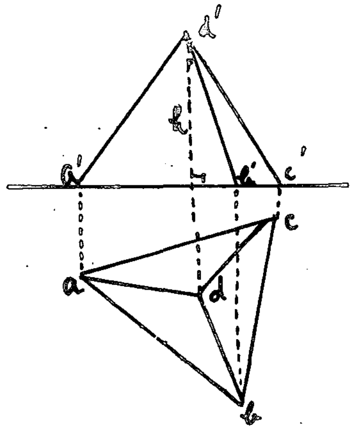
7. 밑면이 S, 높이 h인 삼각추의 부피.

$$V=\frac{1}{3}Sh.$$

8. 多面角, 二面角
9. 원추곡선, 자취(점)
10. 투영도, 2평면의 투영도, 교선의 투영도
11. 정 4면체의 투영도, 높이 구하는 방법
12. 지붕모양의 겉넓이 부피
13. 투시도
14. 여러가지 모양을 만든것.
15. 교구상자(이것으로 모-든 立體는 만들어 진다)

(忠南高等學校)



高校數學에서의 몇 가지 問題

金 道 相

高校에서의 짧은 敎育經驗이나마 敎壇에서 몇가지 느낀 點이 있어서, 未熟하나마 이것을 여러 同志에게 알려서 批判과 指導를 받고저 여기에 敢히 發表한다. 主內容은 다음의 3問題에 對해서이다.

1. 絕對値記號를 包含한 函數의 導函數에 對하여
2. 多角形의 內角의 合에 對하여
3. Menelaus 定理의 一般多角形에의 擴張에 對하여

1. 絕對値記號를 包含한 函數의 導函數에 對하여

近來에 絕對値記號는 高校數學에 많은 興味를 가지고 널리 나타나고 있다.

여기서는 $f(x)=|x|$의 導函數에 對하여 생각 하려고 한다.

보통 $f'(x)$를 求할때 絕對値記號를 없애는데만 주력하여 $f(x)=\begin{cases} x & (x\geqq 0) \\ -x & (x<0) \end{cases}$ 로 표시한 다음

$f'(x)=\begin{cases} 1 & (x\geqq 0) \\ -1 & (x<0) \end{cases}$ 로 하기가 쉽다.

마치 $x=0$ 에서 微分係數가 存在하는것 처럼 되고 만다.

사실은 $x=0$ 에서의 左右 微分係數가 서로 다르다. 그림표에서도 직관적으로 알 수있는 것이다.

따라서 變域을 區分 할때 等號를 除去하지 않으면 안된다.

이제 이러한 불편을 덜기 위하여 다음과 같은 思考를 하자.

一般으로 導函數는 原函數의 모양과 같게 나타나는 것이 좋다.

한편 導函數 自體에서 微分不能인 點이 표시되어 있는것이 초등함수에서는 자연스럽다.

지금 절대값의 本質的인 定義에 의하여 $|x|$를

形式上의 無理式(根號式) $\sqrt{x^2}$ 으로 變形한다는 것이다.

따라서 $f(x)=\sqrt{x^2}$ 여기서 $f'(x)=\frac{2x}{2\sqrt{x^2}}$ 이므로 곧 $f'(x)=\frac{x}{|x|}$ 가 된다.

이것이 더욱 명쾌한 방법이 아닌가 생각한다. 물론 $f'(x)=\begin{cases} 1 & (x>0) \\ -1 & (x<0) \end{cases}$ 에서 $f'(x)=\frac{x}{|x|}$ 로 할 수도 있지만 복잡한 함수에서는 불편을 느낄 뿐이다.

다시 보기로써 $f(x)=|x(x-2)|$ 의 導函數를 생각해 보자.

$f(x)=\sqrt{\{x(x-2)\}^2}$ 에서

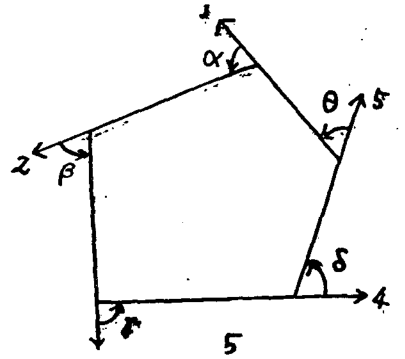
$$f'(x)=\frac{2x(x-2)(2x-2)}{2\sqrt{\{x(x-2)\}^2}}$$

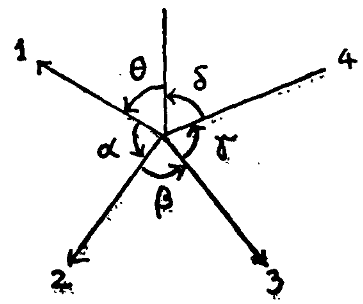
곧 $f'(x)=\frac{2x(x-1)(x-2)}{|x(x-2)|}$ 가 된다.

2. 多角形의 內角의 合에 對하여

多角形의 內角의 合을 求하는데는 여러가지 방법이 있지만 여기서는 외각의 합을 이용한 방법 및 이 방법에서의 문제점 또 이 방법을 사용하면 편리한 응용문제를 소개 하고자 한다.

먼저 볼록다각형에서 생각하면

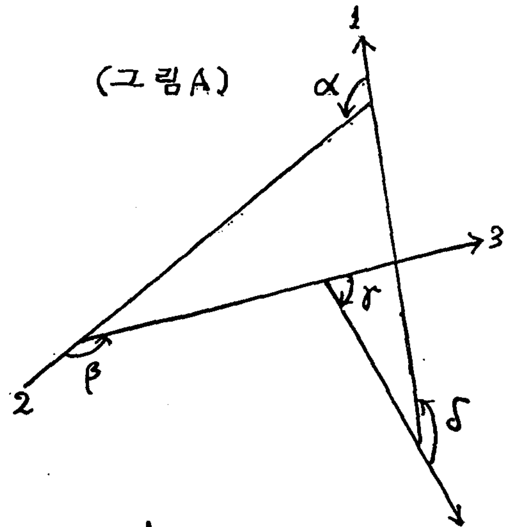


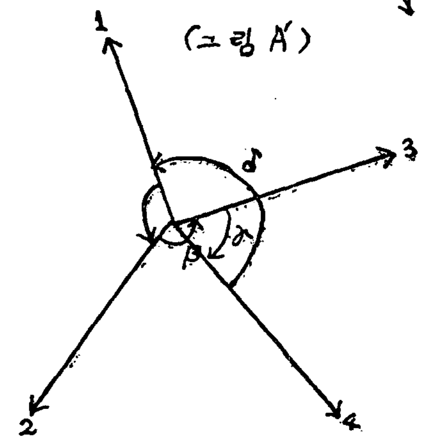


위 그림에서 보는바와 같이 내각의 총합 $S=180°\times5-360°$ 가 된다.

一般으로 凸n角形에서는 내각의 총합 $S=2\angle R\times n-4\angle R$ 즉 $S=(2n-4)\angle R$ 이다.

다음에 凹多角形을 생각 하자.





위의 그림에서 보는 바와 같이 외각의 총합을 구할수 없다.

그러나 목적은 내각의 합을 求하는데 있다.

지금 ③과 ④가 만드는 角은 그림 A'에서 방향을 고려하여 陰의 符號를 導入함으로서 $\alpha+\beta+(-\gamma)+\delta=360°$ 가 된다.

즉 內角이 180° 보다 적은 경우의 외각의 부호는 陽으로, 180° 보다 큰 경우의 외각의 부호는 陰

으로 하여 符號를 導入함으로써 外角의 代數合은 항상 360° 가 된다. 한편 各 頂點에 對한 內角과 外角의 代數合은 180° 가 됨을 알수 있다.

以上의 思考에 依하여 內角의 총합

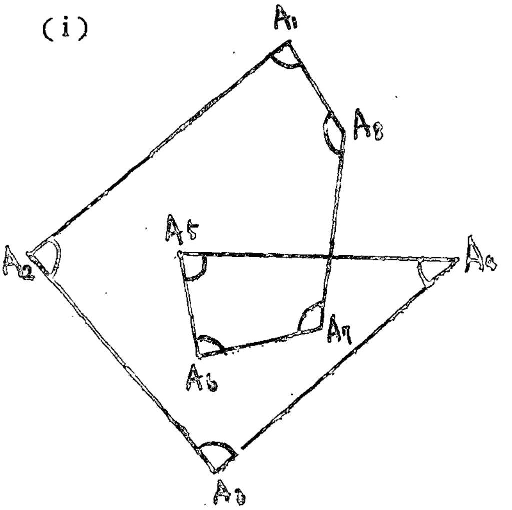
$S=180°\times4-360°$

따라서 凸多角形의 경우와 같은 결과를 얻게 된다.

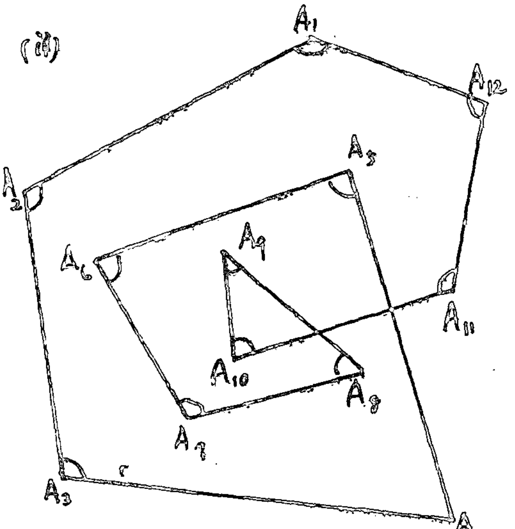
이제 角의 合을 求하는 몇가지 문제를 종래의 방법을 떠나서 根本的인 解決策을 강구하고자 한다.

※ 다음에 표시된 角의 총합을 求함.

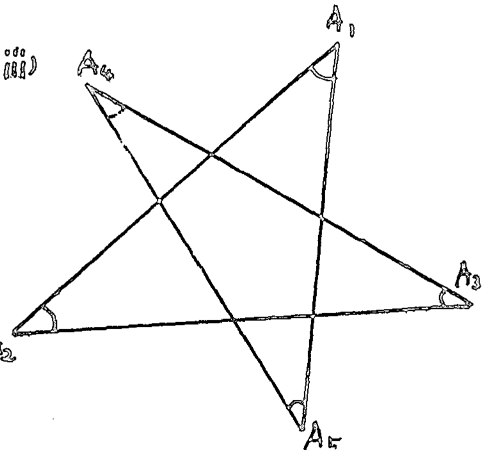
(i)



(ii)



(iii)



보기 ii) $S=180°\times12-360°\times3$

보기 iii) $S=180°\times5-360°\times4$

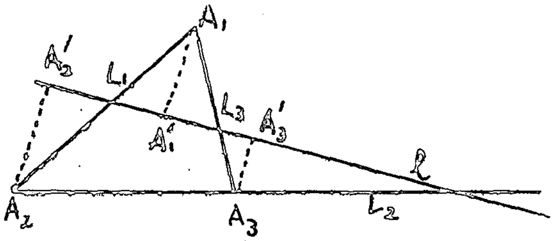
以上의 문제는 흔히 보조선을 이용하여 해결하는것이 보통이나 그러한 方法은 極히 非能率的이므로 여기서는 全的으로 公式化한 點이 특징이다.

3. Menelaus의 定理의 多角形에의 擴張

Menelaus의 定理의 證明에 對하여는 여러가지 方法이 있지만 여기서는 一般 多角形에 擴張시킬수 있는 方法으로서의 思考를 하고자 한다.

우선 三角形에서 생각하자.

지금 $\triangle A_1A_2A_3$의 3頂點에서 直線 l에 내린 正射影을 各各 $A'_1A'_2A'_3$라 하면



$$\frac{A_1L_1}{L_1A_2}\cdot\frac{A_2L_2}{L_2A_3}\cdot\frac{A_3L_3}{L_3A_1}=\frac{A_1A'_1}{A_2A'_2}\cdot\frac{A_2A'_2}{A_3A'_3}\cdot\frac{A_3A'_3}{A_1A'_1}=1$$

Q. E. D.

위의 증명은 巡回的인 것이므로서 一般 多角形에 擴張시켜도 成立됨을 말하여둔다.

즉 n角形 $A_1A_2A_3\cdots\cdots A_n$ 에서는 다음과 같이 된다.

$$\prod_{i=1}^{n}\frac{A_iL_i}{L_iA_{i+1}}=\prod_{i=1}^{n}\frac{A_iA_i'}{A_{i+1}A_{i+1}'}=1 \text{ (但 } A_{n+1}=A_1)$$

(梨大附中高校)