

수학과에 있어서 학습습관에 관한 1 연구

임 재 욱

§ 1. 본 연구의 필요성

- (1) 학생들이 수학 교과를 실생활화 시키며 성적이 향상될수 있는 최선의 방안은 학습 방안의 개선에 있다.
- (2) 필요에 따른 과학적인 조사와 이의 분석 활용은 수학 학습 및 학습 습관의 결함을 시정하는데 중요한 방침을 결정할수 있다.
- (3) 학습 습관의 개선은 고학년에 갈수록 난해한 수학 학습의 지하를 예방할수 있다.

§ 2. 가 설

- (1) 학년에 따른 학습 습관의 개선은 학생으로 하여금 수학 교과의 생활화와 성적의 향상을 가져오게 될 것이다.
- (2) 정확한 학습 습관의 조사는 학생들의 학습기술 및 방법의 결함을 시정하게 될 것이다.
- (3) 지능 지수 및 일반 학업 적성과 수학 성적과는 상관이 높으므로 학생은 이 양자에 따라 적절한 자극을 받아야 될 것이다.

이와 같은 가설의 예언 타당도를 높이기 위하여 아래와 같은 문제가 제기 되어야 한다.

- (문제 1) 지능지수와 수학 성적과는 상관이 높으므로 사분의 상한에서의 개개인의 위치를 발견할수 있다.
- (문제 2) 일반 학업 적성(1부)과 수학 성적과는 상관이 높으므로 사분의 상한에서의 위치를 발견할수 있다.
- (문제 5) 수학 성적 과진아와 부진아의 학습 습관을 비교 분석해 보면 성적 부진의 요인을파악할수 있다.

※ 용어의 정의

- (1) 학습 습관 검사.....김기석씨 저 학습 습관 검사를 뜻함. 좀 더 자세히 말하면 학습 동기, 태도, 기술, 습관, 환경검사이다.
- (2) M 요인.....동기요인(Motivation)

학습에 관한 의욕, 동기, 태도, 목적의식, 의지의 정도를 표시하는 요인.

(3) T 요인.....기술요인(Techniques)

학습에 관한 기술 방법을 표시하는 요인.

(4) R 요인군.....여타요인군(Remainder)

M 요인과 T 요인을 제외한 제 요인의 복합체

(5) 총점.....(Total Score)

M 점, T 점, R 점, 을 합제한것.

(6) 상관 관계.....(Correlation)

두 변량의 변화 타당도의 조작적인 설명

(7) 상관 계수.....(Correlation Coefficient)

두 기지의 측정치의 사이의 관계를 통계적으로 요약하는 방법인 하나의 통계치이며 기호로 r로 표시했다. 그리고 그 통계치 r의 해석은 다음과 같다.

상관계수(r)	관 정
0.11— 0.20	거의 상관이 없다.
0.21— 0.40	상관이 있기는하나 낮다.
0.41— 0.70	화실히 상관이 있다.
0.71— 0.90	상관이 높다.
0.91— 1.00	상관이 아주 높다.

(8) 일반 학업 적성 검사.....김기석씨, 김난수씨 공저인 일반 학업 적성 검사를 뜻함.

1. 2부로 되어 있으나 이곳에서는 수학 성적과 상관이 높은 일부만 취급하였음.

(9) 성적 상황 산포도.....(Scatter diagram)

이곳에선 I.Q. 및 일반 학업 적성과 수학 성적과의 상관도표를 말함.

(10) 지진아.....I.Q. 나 학업 적성과 같이 성적도 낮은 아동.

(11) 부진아.....I.Q. 나 학업 적성에 비하여 성적이 극히 낮은 아동.

(12) 과진아.....I.Q. 나 학업 적성에 비하여 성적이 극히 높은 아동.

(13) 속진아.....I.Q. 나 학업 적성이 높고 따라서 성적도 우수한 아동

§3. 연구의 실제

(문제 1) 지능지수와 수학 성적과는 상관관이 높으므로 사분의 상한에서 개개인의 위치를 발견할수 있다.

원칙적으로 지능지수가 높은 학생은 수학 성적에서 좋은 결과를 갖어와야 한다. 그러므로 양자의 상관 관계를 보아 비정상적인 학생은 학습 부진의 요인을 발견해서 바람직한 방향으로 개선해야 한다.

1) 검사 실시

정범모씨의 간편 지능 검사 C형을 모인 문고등학교 1학년 300명에 대하여 실시한 결과를 다음과 같이 종합 처리한 것이다.

별표 (1) 은 지능지수의 도수 분포표이다. 또한 수학 성적은 같은 집단에 3회의 평가를 하여 그 평균치를 구한 것으로서 그 결과는 별표 (2) 와 같다.

별표 (1) 지능 지수의 도수 분포표 (I.Q 평균 112)

구 분	70—79	80—89	90—99	100—109	110—119	120—129	130—139	계
인 원	2	15	33	68	118	58	6	300

별표 (2) 수학 성적의 도수 분포표 (평균 56)

성 적	20—29	30—39	40—49	50—59	60—69	70—79	80—89	90—99	계
인 원	14	31	54	78	53	40	18	12	300

2) 통계 처리

지능 지수와 수학 성적과의 상관 관계는 난수표에 의하여 100명을 표집하여 분석처리하였으며 성적 상황 산포도는 300명 전원

에 대하여 분석처리 하였다.

별표 (3) 은 상관 관계, (4) 는 지능 지수를 기초로한 수학 성적의 성적 상황 분포도이다.

별표 (3) 지능지수와 수학성적과의 상관

수학 성적 \ I.Q	I.Q												f	y'	fy'	fy' ²	Σfx'y'	
	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	+					-	
95	99									1	1	2	8	16	128	56		
90	94							1	1			2	7	14	91	35		
85	89						1	1				2	6	12	72	18		
80	84					1	1	2				4	5	20	100	25		
75	79					2	2	1	1			6	4	24	96	28		
70	74				1	1	3	2	1			8	3	24	72	12	9	
65	69			1	1	1	2	1	1	1		8	2	16	32	12	12	
60	64		1	1		1	1	2	1	1		9	1	9	9	12	8	
55	59			1	1	1	4	4	1	1	1	14	0					
50	54		1		1	1	1	5	1	1	1	12	-1	-12	12	11	6	
45	49		1		1	1	1	2	1	1	1	10	-2	-20	40	22	20	
40	44		1	1	2	1	1	1	1			8	-3	-24	72	36	9	

35	39				1	1		1	1	1	1		6	-4	-24	96	20	24
30	34	1		1	1		1						5	-5	-25	125	70	5
25	29		2	1								1	4	-6	-24	144	84	6
f		1	4	5	8	8	11	22	15	15	9	3	100		6	1089		
x'		-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4			$\Sigma fy'$			
fx'		-6	-20	-20	-24	-16	-11		15	30	27	12		$-15 = \Sigma fx'$				
fx'^2		36	100	80	72	32	11		15	60	71	48		$521 = \Sigma fx'^2$				
$\Sigma fx'y'$	+	30	75	56	45	26	11		28	68	66	36	441					$\Sigma fx'y'$
	-			4	9	10	6		21	20	21	8	-99					$= 342$

Pearson의 적률상관계수를 구해보면

$$r = \frac{N \Sigma fx'y' - (\Sigma fx')(\Sigma fy')}{\sqrt{N \Sigma fx'^2 - (\Sigma fx')^2} \sqrt{N \Sigma fy'^2 - (\Sigma fy')^2}}$$

$$= \frac{100 \times 342 - (-15) \times 6}{\sqrt{100 \times 521 - (-15)^2} \sqrt{100 \times 1089 - 6^2}} = 0.46$$

별표 (4) 성적 상황 산포도 (1).
(지능지수를 기준)

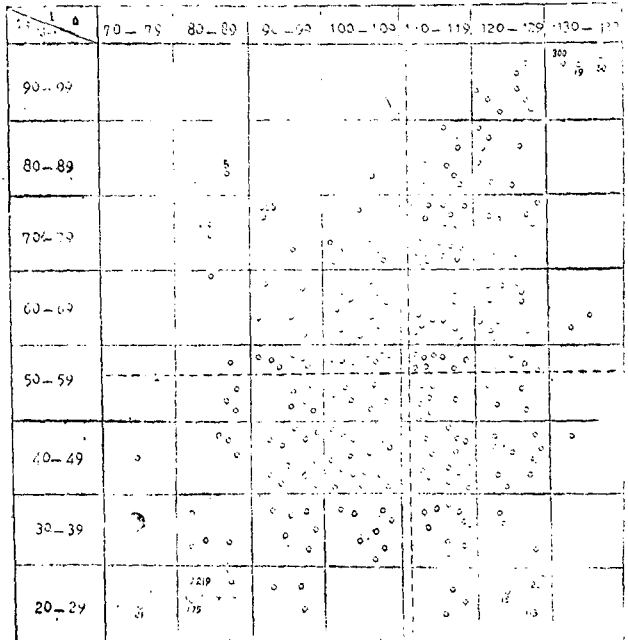
- 성적 속진아 — 50, 19...
- 성적 과진아 — 5, 49...
- 성적 지진아 — 21, 175...
- 성적 부진아 — 113, 15...

3) 분석 결과

- (1) 지능지수의 평균은 112이며 110—119사이가 약 40%정도나 된다.
- (2) 지능지수와 수학 성적과는 상관관계가 확실히 있다 ($r=0.46$)
- (3) 지능지수를 기준으로한 수학 성적 상황 산포도(별표 4)에 의하면 성적 과진아가 약 5% 부진아가 약 15%로서 부진아는 과진아의 약 3배나 된다.

4) 활용

- (1) 지능지수와 수학 성적과의 사분의 상한에서의 위치를 알고 학습에 도움을 받는다.
 - (2) 수학 성적 과진아와 부진아의 학습 습관을 비교 분석하는데 활용한다.
- (문제 2) 일반 학업 성적(1부)과 수학 성적과



는 상관관계가 높으므로 사분의 상한에서의 개인 위치를 발견할 수 있다.

원칙적으로 일반 학업 적성(1부)이 높은 학생

은 수학 성적에서 좋은 성적을 갖어야 한다. 그러므로 양자의 상관관계를 보아 비 정상적인 학생은 학업 부진의 요인을 발견하여 바람직한 방향으로 개선해야 한다.

김기석씨, 김난수씨의 일반 학업 적성 검사(1부)를 300명에 대하여 실시한 결과를 다음과 같이 종합처리한 것이다. 별표 5는 일반 학업 적성(1부)의 도수 분포표이다.

1) 검사 실시

별표 (5) 일반 학업 적성(1부)의 도수 분포표

학업 적성	10—19	20—29	30—39	40—49	50—59	60—69	70—79	80—89	90—99	계
인원	1	5	10	20	24	57	68	65	50	300

(평균 75)

2) 통계 처리

일반 학업 적성(1부)과 수학 성적과의 상관 관계는 난수표에 의하여 100명을 표집하여 분석처리하였으며 성적 상황 산표도는

300명에 대하여 분석처리하였다. 별표(6)은 상관관계, (7)은 학업 적성(1부)과 수학 성적과의 성적 상황 산표도이다.

별표 (6) 일반 학업 적성(1부)과 수학성적과의 상관

수학 성적 \ 학업 적성	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	f	y'	fy'	fy' ²	Σfx'y'	
	29	34	39	44	49	55	59	64	69	74	79	84	89	94	99					+	-
95 99														1	1	2	8	16	128	72	
90 94													1		1	2	7	14	98	56	
85 89												1		1		2	6	12	72	56	
80 84												1	2	1		4	5	20	100	80	
75 79										1		1	3	1		6	4	24	96	60	
70 74									1	1	1		2	2	1	8	3	24	72	60	3
65 69							1	1	1	2		1	1	1		8	2	16	32	18	12
60 64							1	2	2	2	1	1				9	1	9	9	3	9
55 59				1				3	2	3	3	1			1	14	0				
50 54						1	1	1	3	3		2			1	12	-1	-12	12	12	9
45 49		1		1	1		1		2	2		1			1	10	-2	-20	40	48	14
40 44			1			1	1			1	1	1	1	1		8	-3	-24	72	42	30
35 39	1			1	1				1	1					1	6	-4	-24	96	84	20
30 34		1			1						1	1	1			5	-5	-25	125	65	30
25 29	1			1			1					1				4	-6	-24	144	108	12
f	2	2	1	4	3	2	6	7	12	16	7	11	10	9	8	100	6	1096	744	-139	
x'	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5		Σfy'	Σfy' ²			

fx'	-18	-16	-7	-24	-15	-8	-18	-14	-12		7	22	30	36	40	$3 = \sum fx'$	
yx'^2	162	128	49	144	75	32	54	28	12		7	44	90	144	200	$1169 = \sum fx'^2$	
$\sum x'y'$	+	90	56	21	72	55	16	36	2	11		4	26	96	144	115	744
	-							9	8	7		8	36	24	12	35	-139
																	$\sum fx'y' = 605$

$$r = \frac{N \sum fx'y' - (\sum fx') (\sum fy')}{\sqrt{N \sum fx'^2 - (\sum fx')^2} \sqrt{N \sum fy'^2 - (\sum fy')^2}}$$

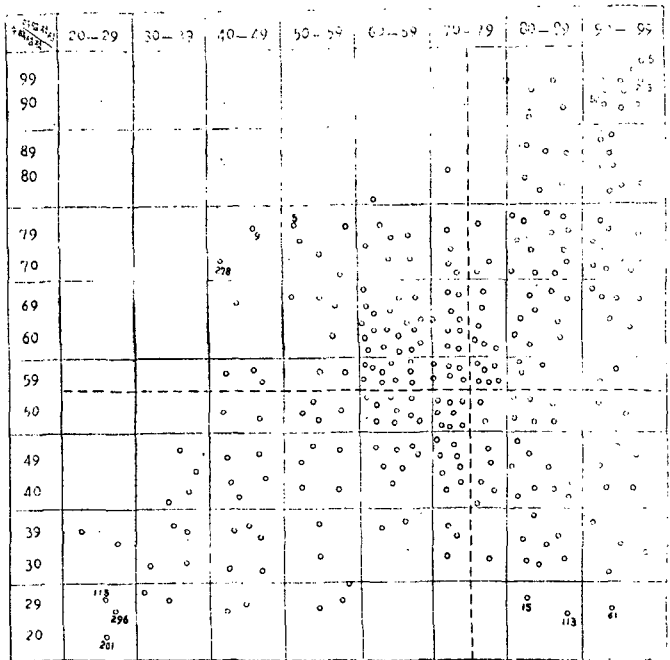
$$= \frac{100 \times 605 - 3 \times 6}{\sqrt{100 \times 1169 - 3^2} \sqrt{100 \times 1096 - 6^2}} = 0.53$$

별표 (7) 성적 상황 산포도 (2) (일반 학업 적성1부를 기준)

- 성적 속진아—6, 295...
- 성적 과진아—9, 5...
- 성적 지진아—201, 296...
- 성적 부진아—61, 113...

3) 분석 결과

- (1) 일반 학업 적성(1부)의 평균은 75이며 70—79사이가 약 23%정도나 된다.
- (2) 일반 학업 적성(1부)과 수학 성적과는 확실히 상관(상관)이 있다. ($r=0.53$)
- (3) 일반 학업 적성(1부)을 기준으로 한 수학 성적 상황 산포도(별표 (7))에 의하면 성적과진아가 약 5% 부진아가 약 15%로서 부진아는 과진아의 약 3배나 된다.



4) 활용

- (1) 일반 학업 적성(1부)과 수학 성적과의 사본의 상한에서의 위치를 알고 학습에도움을 받는다.
- (2) 수학 성적 과진아와 부진아의 학습 습관을 비교 분석하는데 활용한다.

(문제 3) 수학 성적 과진아와 부진아의 학습 습관을 비교 분석해 보면 성적 부진아의 요인을 발견할수 있다.

원칙적으로 지능지수와 일반 학업 적성(1부)이 동시에 높으면 수학 성적에 좋은 성적을 갖어야 하는데 그렇지 못한 학생은 반드시 학습

습관에 결함이 있으므로 이를 찾아서 개선하며 또한 수학과에 있어서 성적에 미치는 영향이 가장 큰 학습 습관의 영역이 무엇인지를 찾아서 이를 바람직한 방향으로 개선 해야 한다.

1) 검사 실시

별표 (3), (6), 에 의한 성적 상황 산포도에서 동시에 성적 과진아와 부진아 각각 10명에 대하여 학습 습관을 비교 분석한 결과는 다음과 같다.

별표 (8)은 수학 성적 과진아의 학습 습관 도수 분포표, (9)는 부진아의 학습 습관 도수 분포표이다.

별표 (8) 수학 성적 과진아 학습 습관 도수 분포표

점수 요인	0	9	10	19	20	29	30	39	40	49	50	59	60	69	70	79	80	89	90	100	평 균	
M					1				1		1		1		2		2		2		2	70
T											1		1		2		3		3		3	82
R	1		1				1				1		1		2		2		1		1	59
총 점					1				1				1		3		2		2		2	71

별표 (9) 수학 성적 부진아의 학습 습관 도수 분포표

점수 요인	0	9	10	19	20	29	30	39	40	49	50	59	60	69	70	79	80	89	90	100	평 균	
M	4		1		1							2						1				29
T	6		2		1																	14
R	3				2		1		1						1		1					31
총 점	4		2		1		1		1						1		1					25

2) 통제 처리

별표 (8), (9)에서 수학 성적 과진아와 부진아의 학습 습관을 비교분석해 보면 별표 (10)과 같다.

별표(10) 수학 성적 과진아와 부진아의 학습 습관의 비교

학습습관 구분	M요인	T요인	R요인	총 점
수학 성적 과진아	평균 70	82	59	71
수학 성적 부진아	29	14	31	25

3) 분석 결과

- (1) 학습 습관과 수학 성적과는 높은 상관을 나타내고 있다.
- (2) 학습 습관 중에서 T요인이 수학 성적과 가장 높은 상관을 나타내고 있다.

4) 활 용

- (1) 학생들 개개인이 자기의 학습 습관의 장 단점을 발견하여 이를 개선해 나간다. 특히 학습의 기술이나 방법의 개선이 필요함을 안다.
- (2) 교사는 엄밀한 과학적인 기초조사와 분석의 결과를 학습 습관이나 기술을 학생들

에게 습득시키는데 최대한으로 활용한다.

§4. 결과의 검증

문제 1, 2에서 지능지수 및 일반 학업 적성 (1부)과 수학성적과는 상관성이 확실히 있으므로 지능을 기초로한 수학 성적 상황 산포도와 일반 학업 적성(1부)을 기초로한 수학성적 상황 산포도에서 동시에 학습 부진아에 대하여는 학습 습관에 결함이 있다고 가정하고 문제 3에서 이를 분석해 본 결과 학습 습관이 수학성적에 높은 상관성을 나타내고 있음이 밝혀졌으며 특히 T요인이 가장 상관성이 높다는 결과를 얻었다. 그러면 이 결과를 다시 검증하기 위하여는 같은 조건하에 있는 수학 성적 부진아로서 각각 10명씩 두개의 집단을 구성하여 같은 시간을 지도하되 각각 다른 방법으로 즉 1개의 집단(A집단)은 평범하게 지도하고 또 하나의 집단(B집단)은 학습의 기술과 방법으로 즉 구체적인 방법으로써 명확한 숙제의 제시, 요점의 정리 및 암기, 밑줄치기, 적절한 시간의 배정, 과잉 학습등을 강조하고 개별 상담을 통하여 학습의 기술과 방법을 바람직한 방향으로 개선하여 준다. 그리고 두 집단을 각각 테스트한 결과 판이한 차이가 있었으며 이들 두개의 집단을 다시 1개의 집단으로하여 다시 평범하게 1개월간 지도후 테스트하니 역시 전

과 같이 차이가 심하였다. 그러니 학습 습관의 결합으로 수학 성적이 부진한 학생은 단시일에 그들로 하여금 학습의 기술과 방법을 체득시킬

수 있고 비약적인 학습의 발전을 갖어 올수 있다. (별표 (11), (12) 참고)

별표 (11) A, B 두 집단의 성적의 비교

점수	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	평	균
요인	9	19	29	39	49	59	69	79	89	100		
A			1		2	2	2	1	1	1		61
B		1	1	1	3	2	1	1				46

(주) A, B 중 별개의 집단으로하여 1개월간 지도하고 그간 3회의 평가로서 2평균치로 구하였다.

별표 (12)

점수	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	평	균
요인	9	19	29	39	49	59	69	79	89	100		
A			1	1	1	3	1	2	1			57
B		1	1	1	2	3	1	1				47

(주) 위에서 1개월간 각각 지도한 두 집단을 동일 집단으로하여 다시 1개월간 지도하고 그간 3회의 평가로서 그 평균치를 구하였다. ※ 평가 문제 생략

85. 교육적 활용

- 1) 학생들에게 과학적이고 적화한 통계 자료를 제시하여 자기의 위치를 뚜렷이 알고 적절히 자극을 받게 한다.
- 2) 집단 지도와 개인지도 및 개인 상담을 통

하여 학생들의 학습 습관을 바람직한 방향으로 개선한다. 그러기 위해서는 최소한 다음과 같은 기초사항을 알고 그를 최대한으로 활용해야한다(별표 13참조).

별표 (13)

기초사항 출석번호	(ㄱ)	(ㄴ)	(ㄷ)	(ㄹ)	(ㄱ)				(ㄷ)	(ㄸ)	기 타
					M	T	R	T,S			
1	130	80	40	50	15	5	10	11	4	4	
2											
3											

(주) 기초 사항란에는 지면상 기호로 표시했다. 그 기호의 뜻은 다음과 같다.

- (ㄱ) 지능지수
- (ㄴ) 일반학업성적
- (ㄷ) 수학성적
- (ㄹ) 수학기초학력
- (ㄱ) 학습습관
- (ㄷ) 성적 상황 산포도에서의 위치(지능을 기준)
- (ㄸ) 성적 상황 산포도에서의 위치(일반 학업적성(1부) 기준)

- 3) 교사는 학생들의 성적 부진의 요인이 학습 기술이나 방법(T요인)의 결합에 많이 작용되고 있음을 알고 특히 이를 개선하기 위해서 다음과 같은 점에 유의해야 한다.
 - (1) 공식 및 기초 사항의 정리 및 암기를 철저 시킬것.
 - (2) 교과 과정은 체계적으로 다룰것.
 - (3) 과잉 학습
 - (4) 문제를 꾸준히 끝까지 푸는 습관을 길

- 러 줄것.
- (5) 가능한 한 학생들 자신이 문제를 해결하게 할것.
- (6) 고등정신 기능을 발휘할수 있는 최대한의 기회를 부여 할것.
- (7) 명확하고 계획적인(숙제의 제시).
- (8) 타교와 또는 타단원과의 연관성을 알고 활용하는 습관을 기를것.

- 4) 이상을 종합하여 교사는 학습 지도에 있어서 학습 내용의 다과보다도 학습 기술이나 방법을 학생들에게 습득케하여 효과적이며 독자적, 영속적인 학습 습관을 발전시킴으로서 학생들이 갖고 있는 학습 잠재 능력을 최대한으로 실현시켜야 한다.

(忠北 清州高等學校)

効率的인 微分導入方法

康 旭

I. 趣 旨

微分과 積分은 數學이나 物理學에의 實用性에 있어 重要한뿐만이 아니라 哲學的으로도 大端히 重要한 暗示를 주는 理性的 產物이다. 그러하기에 微分의 効率的인 導入方法을 一考함도 값있는 일로 생각하여 現教科書에 나타난 導入法을 比較해 가면서 23年間의 一線敎壇生活의 經驗을 通하여 얻은 작으만한 結論을 엮어보기로한다.

II. 微分學의 教育的 意義

距今 300年前 人類는 微分과 積分을 發見하여 有限과 無限, 有와 無 靜止와 運動 質과 量 傾向性과 現象사이의 對立矛盾을 極限이라는 巧妙한 思惟形式을 通하여 分析 統合하는데 成功했든 것이다. Newton은 流率이라는 流動하는 두 變量의 極限比를 생각하여 時間的으로 微積分을 創建하였고 Leibnitz는 曲線에 있어서의 接線에 着眼하여 空間的으로 이를 建設하였든 것이다. 靜的인 四則計算을 超克하여 微視的인 分析의 極致라고 볼수 있는 極限思想의 確信에 이르기까지는 길고 어두운 受難期를 거쳤든 것이다. 그러나 뉴턴과 라이프니츠는 速度, 加速度 接線이라는 實在에 勇氣를 얻어서 理性的인 直觀力을 그대로 發展시키 力學이나 物理的에 應用하여 巨大한 成果를 이루웠든 것이다. 流動하는 現象을 分析하여 極限에서 멈추게하는 方法 그리고 그 無限小量의 極限을 統合하여 다시 流動量으로 再構成하는 過程이야말로 革新的인 計算過程이라

고 할수 있다.

大戰後 科學振興, 技術革新이라는 社會的要求에 依하여 微積分學이 中等敎育에 登場케된것은 當然한 일이었다. 自然現象이나 圖形을 움직임으로 捕着하고 函數的인 概念으로 構成하는 일, 極限思想을 確立하는 일, 力學이나 物理學 또는 求積問題에 應用하여 實用性과 實在意識을 確立케하고 그 活用に 熟達케하는 일 등이 重要한 教育的 目的이라 할수 있을것이다. 改正된 새敎育課程에서 數學1(文科系)에도 微分을 導入했다는 것은 技術革新 文化復興을 爲한 數學敎育의 現代化의 象徴으로서 至當한 處事일 것이다. 微積分學은 數學이나 物理學에의 應用에 그치는것이 아니라, 自然科學, 人文科學, 社會科學을 莫論하고 모든 部門에 有用한것이다. 變量의 極限을 따라서 傾向性을 究明하고 傾向性에서 現象의 實在를 發見하는 思考過程을 數理形式化한것이기 때문에 記號論理學으로서도 深長한 意義가 있다고 볼수 있을 것이다.

III. 微分導入方法의 分類

微分導入의 豫備段階로서 函數의 概念 連續과 不連續 函數의 極限에 對하여 다루는것은 거히一致되어 있으나 平均變化率에서 導函數의 應用에 이르기까지의 過程에는 書籍에 따라 相當한 差異點을 發見할수 있다. 그 序列에 對한 特色을 分類해보면 다음과 같다.

(1) 類 平均速力 → 平均變化率 → 瞬間速力 →