論 文
12—5

非線型 Inductance 를 包含하는 R-L-C 回路의 安定性에 關하여

李 亮 秀*

槪 要

非線型磁氣鐵心을 使用한 inductance 를 그 非線型領域까지 動作하게 할 때와 直列型可飽和 reactor 에 R-C 負荷를 直列로 連結하여 動作시킬 때 어떠한 動作範圍에서는 回路의 電流振幅이 不安定한 境遇가 있다.

特히 直列型可飽和 reactor 에 R-C 負荷를 連結한 境遇는 J.T. Salihi 氏 및 H.C. Bourne[1],[2]氏에 依하여 그 動作現像이 說明되었다. 그러나 安定條件은 充分한 것이 아니라고 生覺되며 이와 같은 R-L-C 直列回路는 定量的으로 解析하는데 數學的인 難點이 있어서 困難하지만 定性的인 方法 即 近似計算에 依하여 安定性問題와 그 回路動作狀態 等을 考察할 수 있다. 여기에 安定條件을 다음과 같이 計算하여 提示코져한다.

Ⅰ. 回路解析

그림 1 은 直列型 可飽和 reactor 또는 非線型 inductance 를 非線型磁束鎖交數(Φ)로써 圖示한 것이고 抵抗(R) 및 靜電容量(C)는 線型이라고 한다. 磁束鎖交數(Φ)와 電流와의 關係式은

$$\Phi=B\tan^{-1}\left(\frac{i}{A}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)'$$

但 B : constant, Φ : flux linkage 數

A : constant, amp, in unit, i : current, amp.

(1)'式과 같이 表現할 수 있다면 (1)'式을 級數로 展開하고 第三項 以下를 無視하여 얻은 $\Phi=\frac{B}{A}i-\frac{B}{3A^3}i^3$에서 $\frac{B}{A}=L_o$, $\frac{B}{A^3}=L_n$를 各各 代入하면

$$\Phi=L_o i-\frac{1}{3}L_n i^3 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

그런데 그림 1에서 回路의 方程式은

$$\frac{d\Phi}{dt}+Ri+\frac{1}{C}\int idt=E_m\sin\omega t \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(2)式을 無次元方程式으로 變換하고(Appendix-Ⅰ)

$$\left.\begin{array}{lll} \frac{A}{BC}=\omega_o^2, & \frac{\omega^2-\omega_o^2}{\omega^2}=h, & \frac{AR}{\omega B}=\delta \\ \frac{\omega^2}{A^2}=\gamma, & \frac{AE_m}{\omega^2 B}=U_o, & \omega t=\tau \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots (5)$$

(1) 및 (5)式을 (2)式에 代入하여

$$\ddot{q}+q=h\,q-\delta\,\dot{q}+\gamma\,\dot{q}^2\,\ddot{q}+U_o\sin\tau \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

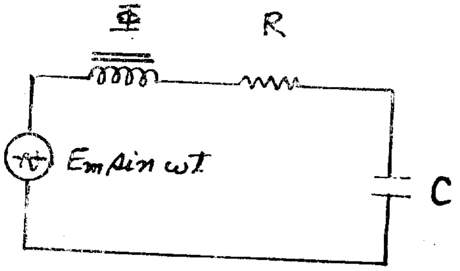


그림-1 R-L-C 回路

但 $\dot{q}=\frac{dq}{d\tau}$, $\ddot{q}=\frac{d^2q}{d\tau^2}$,

한편 $i=\frac{dq}{dt}=\omega\frac{dq}{d\tau}=\omega\,\dot{q}$ 이므로 (6)式과 더부러

$$\left.\begin{array}{l} \ddot{q}=-q+f(q,\dot{q},\dot{q},\tau) \\ i=\omega\,\dot{q} \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

但 $f(q,\dot{q},\ddot{q},\tau)=h\,q-\delta\,\dot{q}+\gamma\dot{q}^2\,\dot{q}+U_o\sin\tau \cdots\cdots\cdots (10)$

(7)式은 位相平面(Phase plane)上에서의 動作狀態를 表示하고 있으나 解析이 困難함으로 位相平面(Phase plane)上에서 角速度 τ 로 回轉하는 振幅平面(Amplitude plane)으로 變換(Transform) 하여 (Appendix-Ⅱ)

振幅(Q)과 位相(θ)의 無次元時間(τ)에 對한 變化率을 求하고 振幅과 位相이 大端히 徐徐히 變化하는 것이라면 一週期의 平均値를 求하여[3],[4],[5],[6]

$$\left.\begin{array}{l} \frac{dQ}{d\tau}=-\frac{1}{2}\delta Q-\frac{1}{2}U_o\cos\theta=\phi(Q,\theta) \\ \frac{d\theta}{d\tau}=\frac{1}{2}h-\frac{1}{8}\gamma Q^2+\frac{1}{2Q}U_o\sin\theta=\phi(Q,\theta) \end{array}\right\}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (18)$$

但 θ : 位相差, Q : 電荷量의 振幅,

平衡點에서는 $\frac{dQ}{d\tau}=0$, $\frac{d\theta}{d\tau}=0$, 임으로 (18)式은

* 原子力硏究所 電子工學硏究室

$$\left.\begin{aligned} &\delta Q+U_o\cos\theta=0 \\ &h-\frac{1}{4}\gamma Q^2+\frac{1}{Q}U_o\sin\theta=0 \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

Ⅱ. 安定條件

(18)式에서 平衡點의 座標를 (Q_o, θ_o)라고 하면 $\phi(Q_o, \theta_o)=0$, $\psi(Q_o, \theta_o)=0$ 이며

$$\left.\begin{aligned} \frac{dQ}{d\tau}&=\phi(Q,\ \theta) \\ \frac{d\theta}{d\tau}&=\psi(Q,\ \theta) \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

에서 $Q=Q_o+x$, $\theta=\theta_o+y$ 로 變數變換을 하면

$$\frac{dQ}{d\tau}=\frac{dx}{d\tau}=\phi(Q_o+x,\ \theta_o+y)$$

$$\frac{d\theta}{d\tau}=\frac{dy}{d\tau}=\psi(Q_o+x,\ \theta_o+y)$$

上記 두 式을 Taylor's expansion theorem 에 依하여

$$\frac{dx}{d\tau}=\phi(Q_o,\theta_o)+\frac{\partial\phi(Q_o,\theta_o)}{\partial Q}x+\frac{\partial\phi(Q_o,\theta_o)}{\partial\theta}y+\cdots\cdots$$

$$\frac{dy}{d\tau}=\psi(Q_o,\theta_o)+\frac{\partial\psi(Q_o,\theta_o)}{\partial Q}x+\frac{\partial\psi(Q_o,\theta_o)}{\partial\theta}y+\cdots\cdots$$

一次以上의 項을 無視하고 $x=Q$, $y=\theta$ 로 置換하면 平衡點에서 $\phi(Q_o, \theta_o)=0$, $\psi(Q_o, \theta_o)=0$ 이므로

$$\left.\begin{aligned} \frac{dQ}{d\tau}&=Q\left[\frac{\partial\phi}{\partial Q}\right]_{Q_o,\theta_o}+\theta\left[\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\right]_{Q_o,\theta_o} \\ \frac{d\theta}{d\tau}&=Q\left[\frac{\partial\psi}{\partial Q}\right]_{Q_o,\theta_o}+\theta\left[\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right]_{Q_o,\theta_o} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(21)$$

故로 特性方程式[(7)]은 (21)式에서

$$\lambda^2-\left(\left[\frac{\partial\phi}{\partial Q}\right]_{Q_o,\theta_o}+\left[\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right]_{Q_o,\theta_o}\right)\lambda+\begin{vmatrix}\frac{\partial\phi}{\partial Q} & \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \\ \frac{\partial\psi}{\partial Q} & \frac{\partial\psi}{\partial\theta}\end{vmatrix}_{Q_o,\theta_o}=0$$

上式으로 부터 安定條件은

$$\left.\begin{aligned} p&=-\left(\left[\frac{\partial\phi}{\partial Q}\right]_{Q_o,\theta_o}+\left[\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right]_{Q_o,\theta_o}\right)>0 \\ q&=\begin{vmatrix}\frac{\partial\phi}{\partial Q} & \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \\ \frac{\partial\psi}{\partial Q} & \frac{\partial\psi}{\partial\theta}\end{vmatrix}_{Q_o,\theta_o}>0 \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(22)$$

(18), (19) 및 (22)式에서 θ 를 消去하여

$$\left.\begin{aligned} &p=\delta \\ &4q=\delta^2+h^2-\gamma hQ^2+\frac{3}{16}\gamma^2Q^4 \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

(23)式에서 $p=\delta>0$ 이므로 $q>0$, 或은 $q<0$ 에 따라서 安定, 不安定을 判斷할 수 있다.

(1) $\delta-Q^2$ 平面

(23)式에서 $4q=\delta^2+h^2-\gamma hQ^2+\frac{3}{16}\gamma^2Q^4=0$ 이라놓으면 이 式은 鞍形點의 境界를 이루는 曲線이며

$$\frac{\left(Q^2-\frac{8h}{3\gamma}\right)^2}{\left(\frac{4h}{3\gamma}\right)^2}+\frac{\delta^2}{\left(\frac{h}{\sqrt{3}}\right)^2}=1\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

(24)式과 같이 $\frac{4h}{3\gamma}$, $\frac{h}{\sqrt{3}}$를 各各 縱軸, 橫軸으로 하는 楕圓이되며 $\gamma=\frac{4}{\sqrt{3}}$인 경우만은 半徑 $\frac{h}{\sqrt{3}}$의 圓이 된다. 그림-2 에 圖示된바와 같이 이 楕圓上의 어떠한 點이라도 $q=0$ 의 條件이 滿足되며 이 楕圓은 鞍形點과 餘他의 特異點(結節點 또는 渦狀點)들과의 境界를 이루는 曲線이 된다. h, γ 를 parameter 로 하는 이 曲線群을 境界로하여 內部에서는 $q<0$ 이므로 平衡點 (Q_o, θ_o)는 鞍形點(Saddle point)이 되고 이 狀態는大端히 不安定하며 이 曲線群外部에서는 $q>0$ 이므로 結節點(Nodal point) 및 渦狀點(Spiral point)이 되는데 $\delta>0$인 領域 即 負抵抗이 아닌 正抵抗일때 以上의 두 特異點은 安定結節點 및 定渦狀點이 되어 安定하다. 負抵抗이 回路에 挿入된 境遇, 即, $\delta<0$ 일때는 不安定結節點 및 不安定渦狀點으로 平衡點은 不安定特異點이 된다. 그러나 그림-2 에 圖示된 바와 같이 振幅(Q)에 關係없이 安定할 수 있는 條件은 $\delta>0$인 境遇에 다음 (25)式으로

$$\sqrt{3}\,\delta>h\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

주어짐을 알 수 있다. (25)式에 (5)式의 δ, h의 값을 代入하면

$$\sqrt{3}\,R>\omega\frac{B}{A}-\frac{1}{\omega C}\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

으로 된다. 그림-3 은 (26)式에서 R 와 $\frac{B}{A}$와의 關係를 圖示한 것으로 $\frac{B}{A}$는 可飽和 reactor 의 制御電流를 增

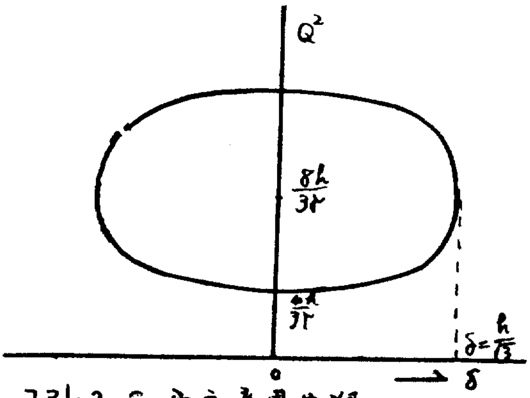


그림-2, 安定境界曲線 (δ-Q² 曲線)

h; r; - constant

減시킴으로써 變化시켜 얻어진 實驗値도 아울러 圖示하였다.

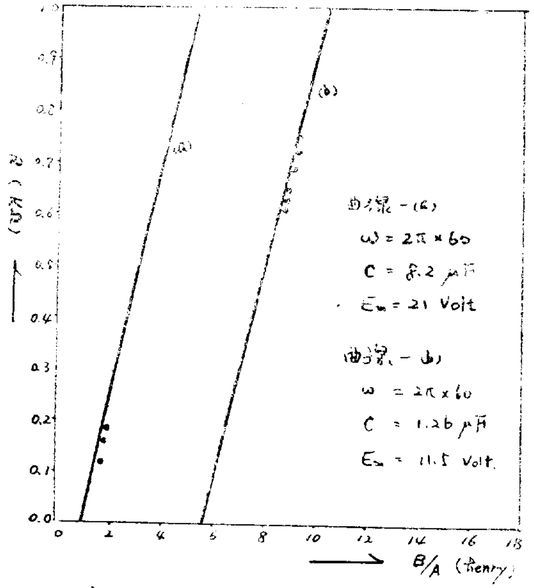


그림-3. 非抵抗負荷에 따르는 安定條件

이 實驗値는 回路電流의 振幅이 飛躍하기 始作할때의 瞬間을 oscilloscope을 通하여 確認한 것이므로 別로 正確한 것은 아니나 近以計算의 誤差範圍內에 包含되는 것으로 生覺되며 그림-3에서 보는 바와 같이 거의 一致하고 있다. 그림 4는 回路電流의 振幅이 不安定領域에서 飛躍하는 것을 圖示한 것이다. 이와같은 電流振幅의 飛躍現像을 $(Q-\dot{Q}_o)$位相平面에 옮기면 그림 5의 (A), (B), (C),에 圖示된 것과 같으며 이 그림을 通하여 位相의 變化, 振幅의 變化를 再確認할 수 있다.

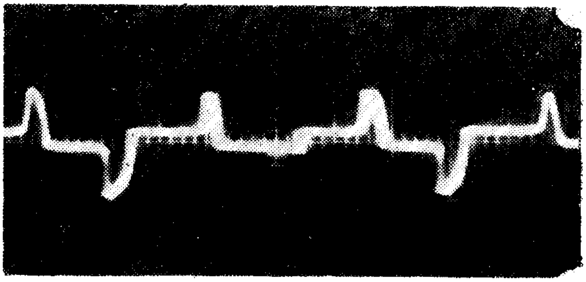
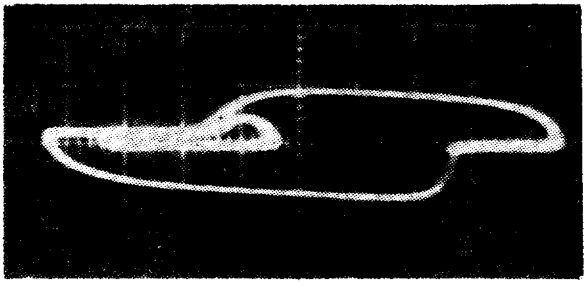


그림 4 回路電流 振動狀態

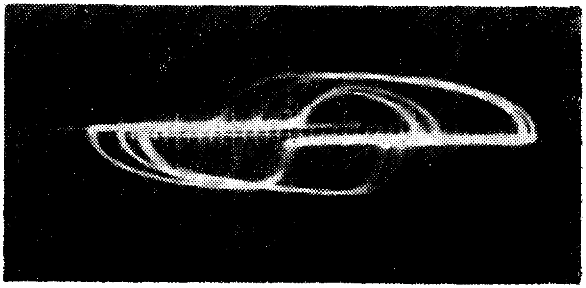
$C=1.26\,\mu F$, $R=0.7\,\mathrm{k\Omega}$,

$E_m=11.5$ volt, $\omega=2\pi\times60$,

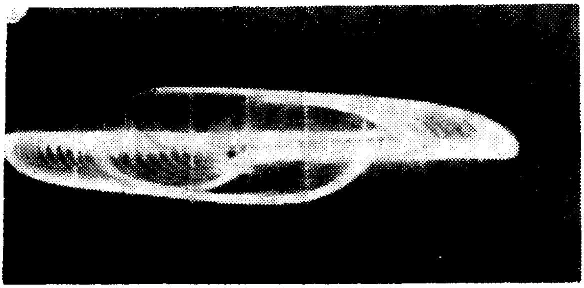
$\dfrac{B}{A}=9.5$ henry



(A)



(B)



(C)

그림 5

$Q-\dot{Q}_o$ 平面上에서의 振動狀態

(A) : 振動始作

(B) : 徐徐히 振動하는 狀態

(C) : 急振動狀態

(2) $h-Q^2$ 平面

(23)式에서

$$\left.\begin{array}{l} 4q=\delta^2+h^2-\gamma\, hQ^2+\dfrac{3}{16}\gamma^2 Q^4 \\ p^2-4q=-h^2+\gamma\, hQ^2-\dfrac{3}{16}\gamma^2 Q^4 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

上式에서 $\delta^2+h^2-\gamma\, hQ^2+\frac{3}{16}\gamma^2 Q^4=0$ 이라하고 $h-Q^2$ 平面上에서의 安定性을 考察하면 上式은

$$\left(Q^2-\frac{8h}{3\gamma}+\frac{4}{3\gamma}\sqrt{h^2-3\delta^2}\right)\left(Q^2-\frac{8h}{3\gamma}-\frac{4}{3\gamma}\sqrt{h^2-3\delta^2}\right)=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

으로 바꾸어 쓸 수 있고 (28)式은 그림-6에서 曲線-I 과 같은 雙曲線으로 주어진다. 이 雙曲線은 $\delta-Q^2$平面에서 楕圓과 같은 境界條件을 나타 낸다. 한편 $p^2-4q=0$ 이라하여

$$\left(Q^2-\frac{4h}{3\gamma}\right)\left(Q^2-\frac{4h}{\gamma}\right)=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

으로 바꾸어 이式은 그림-6의 直線 Ⅱ, Ⅲ으로 表示도는데 $p^2-4q>0$ 이면 結節點이고 $p^2-4q<0$ 이면 渦狀點이다. 그림-6에서 領域-α 는 鞍形點이며 不安定領域이고 領域-β 는 安定結節點이며 領域-γ 는 安定渦狀點임으로 安定領域이라 할 수 있다.

以上에서 보는 바와 같이 $\delta-Q^2$平面에서 求한 條件 $h<\sqrt{3}\,\delta$ 를 誘導할 수 있고 $\delta-Q^2$平面에서는 區別하지 못한 結節點과 渦狀點의 區別이 이 $h-Q^2$平面에서는 可能함을 알 수 있다. 한편 (19)式에서

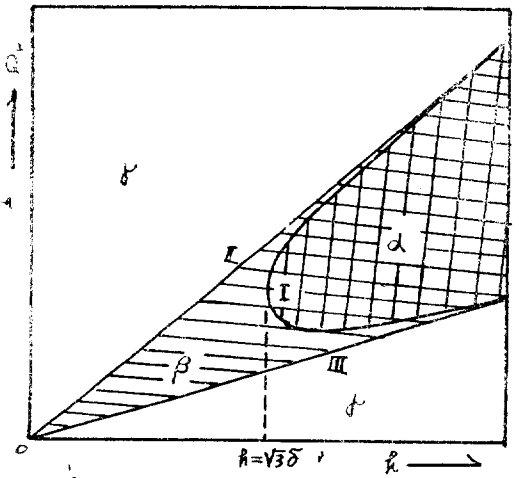


그림-6, $h-Q^2$ 平面
α : 鞍形点(不安定)
β : 結節点(安定)
γ : 渦狀点(〃)

$$\cos\theta=-\frac{\delta Q}{U_o}$$

$$\sin\theta=\frac{Q}{U_o}\left(\frac{\gamma}{4}Q^2-h\right)$$

θ를 消去하면

$$\delta^2\left(\frac{Q}{U_o}\right)^2+\left(\frac{Q}{U_o}\right)^2\left(\frac{\gamma}{4}Q^2-h\right)^2=1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(30)$$

(30)式은 共振曲線을 表示하는 共振曲線式으로 그림-7에 圖示한 것과 같은 曲線이다. $h>h_1$의 領域에서는 振幅의 값이 否定임으로 다시 말하면 二重의 값을 갖게됨으로 이때에 飛躍現像이 發生함을 알 수 있다.

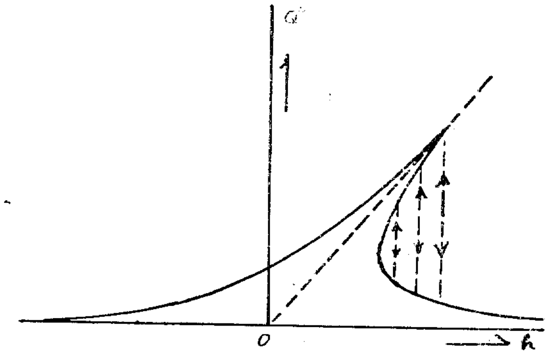


그림-7 共振曲線

Ⅲ. 結 論

前項에서 說明한 바와 같이 (26)式으로 주어진 安定條件은 그와 類似한 回路를 設計할 때의 材料로써 參照할 수 있으며 非線型 inductance를 包含하는 回路를 解析할때 適用시킬 수 있다. 特히 servo-amplifier 로써 magnetic amplifier 를 使用하는 境遇에도 이 安定條件을 使用할 수 있다. 그러나 電流振幅의 飛躍現像은 規則的으로 發生하는데 그 振幅의 modulation 周波數를 求하지 못한 것을 遺憾으로 生覺한다.

【Appendix-Ⅰ】

磁束鎖交數와 電流와의 函數關係를

$$\Phi=L_o i-\frac{1}{3}L_n i^3 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

으로 表示할 수 있을때 回路方程式은

$$\frac{d\Phi}{dt}+Ri+\frac{1}{C}\int idt=E_m\sin\omega t \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

임으로 (1)式을 (2)式에 代入하여

$$(L_o-L_n i^2)\frac{di}{dt}+Ri+\frac{1}{C}\int idt=E_m\sin\omega t \cdots\cdots(3)$$

(3)式에 $i=\omega\frac{dq}{d\tau}$, $\omega t=\tau$ 를 代入하면

$$L_o\,\omega^2\frac{d^2q}{d\tau^2}+\omega R\frac{dq}{d\tau}+\frac{1}{C}q=E_m\sin\tau+\omega^4L_n\cdot\left(\frac{dq}{d\tau}\right)^2\cdot\frac{d^2q}{d\tau^2}$$

$$\frac{d^2q}{d\tau^2}+\frac{R}{\omega L_o}\frac{dq}{d\tau}+\frac{1}{\omega^2L_oC}q=\frac{E_m}{\omega^2L_o}\sin\tau+\frac{\omega^2L_n}{L_o}\left(\frac{dq}{d\tau}\right)^2\cdot\frac{d^2q}{d\tau^2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

$\frac{dq}{d\tau}=\dot{q}$, $\frac{d^2q}{d\tau^2}=\ddot{q}$ 를 代入하면

$$\ddot{q}+q=h\,q-\delta\,\dot{q}+\gamma\,\dot{q}^2\,\ddot{q}+U_o\sin\tau\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

$$\left.\begin{aligned}&\text{但}\ \ h=\frac{\omega^2-\omega_o^2}{\omega^2},\quad \omega_o^2=\frac{1}{L_oC}=\frac{A}{BC},\\&U_o=\frac{E_m}{\omega^2L_o}=\frac{AE_m}{\omega^2B}\\&\gamma=\frac{\omega^2L_n}{L_o}=\frac{\omega^2}{A^2},\quad \delta=\frac{R}{\omega L_o}=\frac{AR}{\omega B}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(5)$$

[Appendix-Ⅱ]

(6)式 에서

$$\left.\begin{aligned}&\ddot{q}=-q+f(q,\dot{q},\ddot{q},\tau)\\&i=\omega\,\dot{q}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

(7)式의 近似解를 $q=Q\cos(\tau-\theta)$라고 假定하여

$$\left.\begin{aligned}&q=u\cos\tau+v\sin\tau\\&\frac{i}{\omega}=-u\sin\tau+v\cos\tau\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

에 依하여 振幅平面으로 變換하면 (8)式을 微分하여

$$\frac{dp}{d\tau}=\frac{du}{d\tau}\cos\tau-u\sin\tau+\frac{dv}{d\tau}\sin\tau+\cos\tau$$

$$\frac{1}{\omega}\frac{di}{d\tau}=-\frac{du}{d\tau}\sin\tau-u\cos\tau+\frac{dv}{d\tau}\cos\tau-v\sin\tau$$

上式에 (8)式을 代入한 後에 (7)式과 比較하여 다음式을 얻을 수 있다.

$$\left.\begin{aligned}&\frac{du}{d\tau}\cos\tau+\frac{dv}{d\tau}\sin\tau=0\\&-\frac{du}{d\tau}\sin\tau+\frac{dv}{d\tau}\cos\tau=f(q,\dot{q},\ddot{q},\tau)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(9)$$

但 $f(q,\dot{q},\ddot{q},\tau)=h\,q-\delta\dot{q}+\gamma\,q^2\,\ddot{q}+U_o\sin\tau\cdots\cdots(10)$

(9)式에서

$$\left.\begin{aligned}&\frac{du}{d\tau}=-f(q,\dot{q},\ddot{q},\tau)\sin\tau\\&\frac{dv}{d\tau}=f(q,\dot{q},\ddot{q},\tau)\cos\tau\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

$$\text{그런데}\ \left.\begin{aligned}&u=Q\cos\theta\\&v=Q\sin\theta\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

(12)式에서

$$\left.\begin{aligned}&Q^2=u^2+v^2\\&\theta=\tan^{-1}\left(\frac{v}{u}\right)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

(13)式을 微分하여

$$\left.\begin{aligned}&Q\frac{dQ}{d\tau}=u\frac{du}{d\tau}+v\frac{dv}{d\tau}\\&Q^2\frac{d\theta}{d\tau}=u\frac{dv}{d\tau}-v\frac{du}{d\tau}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

(14)式을 (11)式에 代入하고 整理하면

$$\left.\begin{aligned}&\frac{dQ}{d\tau}=-f(q,\dot{q},\ddot{q},\tau)\sin(\tau-\theta)\\&Q\frac{d\theta}{d\tau}=f(q,\dot{q},\ddot{q},\tau)\cos(\tau-\theta)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

여기서 $Q=Q(t)$, $\theta=\theta(t)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$

即, Q, θ가 時間(t)의 函數이지만 時間에 對하여 大端히 徐徐히 變化하는 것이라고 假定하고 平均値(一周期)를 求하면

$$\left.\begin{aligned}&\frac{dQ}{d\tau}=-\frac{1}{2\pi}\int_o^{2\pi}f(q,\dot{q},\ddot{q},\tau)\sin\alpha\,d\alpha\\&\frac{d\theta}{d\tau}=\frac{1}{2\pi Q}\int_o^{2\pi}f(q,\dot{q},\ddot{q},\tau)\cos\alpha\,d\alpha\end{aligned}\right\}\cdots(17)$$

但 $\alpha=\tau-\theta$

(10)式 및 $q=Q\cos\alpha$를 (17)式에 代入하여 積分하면 다음式을 얻을 수 있다.

$$\left.\begin{aligned}&\frac{dQ}{d\tau}=-\frac{1}{2}\delta Q-\frac{1}{2}U_o\cos\theta=\phi(Q,\theta)\\&\frac{d\theta}{d\tau}=\frac{1}{2}h-\frac{1}{8}\gamma Q^2+\frac{1}{2Q}U\sin\theta=\psi(Q,\theta)\end{aligned}\right\}\cdots(18)$$

(1963年 11月 30日 接受)

Reference

(1) J.T. Salihi, "Analysis of Instability and Response of Reactor with Rectangular Hysteresis Loop Core Material in Series with Capacitor.", A.I.E.E., Trans., Vol. 75, Pt-I, July, 1956.

(2) H.C. Bourne, and J.T. Salihi,"Analysis of Series-connected Saturable Reactor with Capacitive Loading and Finite Control Resistance by Use of Difference Equation.", A.I.E.E., Trans., Vol. 77, pt-I, Jan., 1959.

(3) N.W. Mclachlan, "Ordinary Nonlinear Differential Equation", Oxford, 1950, p. 87.

(4) W.J. Conninghum, "Introduction to Nonlinear Analysis", McGraw-Hill, 1958, p-135.

(5) N. Minorsky, "Nonlinear Oscillations," Van Nostrand, 1962, p-375.

(6) S. Gumagai and. S. Kawamoto, "Multistable Circuits Using Nonlinear Reactances.", IRE. Trans. PGCT-7, No.4, Dec. 1960, p-432.

(7) W.J. Cunninghum, (4)와 同一, p-91.