

## (第 1 報)

韓 萬 春\* · 李 柱 根\*\*

### 緒 言

動作狀態에 있는 原子爐는 極히 制限된 범위 안에서만 다를 수 있으므로 原子爐의 動特性의 研究는 여러 가지로 複雜한 問題를 內包한다. 그러므로 原子爐를 直接 取扱하지 않고 그 動特性을 安全하고 自由롭게 研究할 수 있는 方法이 要求된다. 이와같은 要求를 滿足시키는 것이 原子爐動特性 simulator 이다. 이러한 simulator 는 原子爐의 動特性과 그 制御問題를 研究하는데 便利한 뿐만 아니라 原子爐를 直接 가지고 있지 않더라도 原子爐動特性에 對한 研究는 勿論 運轉에 對한 訓練도 可能하다.

原子爐 出力의 時間的 變化는 中性子の 吸收 및 漏洩量의 變化의 結果로 나타나는데 6個群의 遲發中性子를 考慮한 原子爐動特性方程式은 잘 알려져 있다.

이들 式을 簡單하게 풀기는 어려우므로 電子 analog 回路로서 構成되는 simulator 로서 解析하는 것이다. 遲發中性子放射物質의 崩壞現象은 蓄電器에서의 電荷의 充放電現象과 恰似하며 이들을 表現하는 方程式은 回路網의 電流, 電壓을 나타내는 微分方程式과 類似하므로 同一한 過渡現象을 나타낸다. 그러므로 爐에 對한 各 parameter 를 電氣의 parameter 에 對應시켜서 電氣적으로 積分하여 電壓을 檢出하면 原子爐의 出力을 나타낼 수 있게 된다. 이와같은 simulator 로서는 遲延回路網에 依한 回路가 여러 文獻<sup>1,2,3</sup>에 紹介되어 있으나 本稿에서는 純粹한 analog 電子計算機에 依한 方法을 採擇하였으며 이에 所要되는 演算要素는 市中에서 求할 수 있는 部分品으로 組立하였다.

### 2. 原子爐動特性方程式

遲發中性子를 考慮했을때 multiplication factor,  $k=1$ 의 범위內에서의 原子爐 動特性方程式은 잘 알려진 바와 같이<sup>4</sup>

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\delta k - \beta}{l} n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i \quad (1)$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \beta_i n - \lambda_i C_i, \quad i=1, 2, \dots, 6 \quad (2)$$

로 表示된다. 여기서  $n$  은 中性子數이고  $l$  은 中性子の

平均壽命,  $\beta_i$  는  $i$  번째의 遲發中性子の 生成比率 ( $\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i$ )이며, multiplication factor  $k$  는  $k = (\text{發生中性子數}) / (\text{消滅中性子數})$  이다.  $\delta k$  는 反應度로서  $\delta k = (k - 1) / k$  로서 주어지며  $C_i$  는  $i$  번째의 遲發中性子를 放出하는 核分裂生成物의 密度 ( $C = \sum_{i=1}^6 C_i$ ) 이다.

原子爐에 關한 parameter 는 그 型式에 따라 一定한 値를 가지지만  $k$  와  $\delta k$  는 一定値가 아니다. 式(1)의 第1項에서  $n$  과  $\delta k$  는 積으로 되어 있어서 非線形特性을 가지고 있기 때문에 一般解를 求할수 없다. 그러나  $\delta k$  가 時間의 函數의 形式으로 決定되면 近似的으로 解를 求할 수 있다.

$\delta k$  의 크기는 中性子の 應答를 銳敏하게 나타내는데  $\delta k \gg \beta$  인 경우에는 大端히 急激한 反應을 주지만  $\delta k \ll \beta$  이면 安定狀態로 된다.  $\delta k \gg \beta$  일 때에는 階段的으로 加해지는  $\delta k$  에 對해서도 中性子數는 急激히 指數函數的으로 上昇하므로 致命的 爐의 事故, 또는 爆發의 경우에 해당된다. 어떤 크기의  $\delta k$  를 극히 작은 單位階段狀으로 나누어서 印加하면 中性子 level 은 徐徐히 上昇하지만  $\delta k$  의 最終値의 크기를 瞬間적으로 단번에 印加하면 急激한 反應을 이르게 될 것이므로 反應度  $\delta k$  의 物理的 조작은 階段的으로 變化시켜야 한다. 그러므로 simulator 에서는 反應度  $\delta k$  를 階段的으로 變化시킬 때의 特性이 가장 重要하게 된다. 이러한 理論에 입각하여 Fig 3의 入力은 階段的으로 加하기로 한다.

### 3. Simulator 의 構成

Simulator 의 構成에 重要한 要素는 演算增幅器와 演算 impedance 인데 이의 設計와 제작에 對해서는 著者의 一人이 이기 本學會誌<sup>5</sup>에 發表하였으므로 여기서는 重複을 避하고 simulator 의 構成에 對하여지만 말 及하기로 한다.

#### (A) 基本回路

原子爐의 動特性方程式 (1), (2)의 關係에서 다음을 얻는다.

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\delta k}{l} n - \sum_{i=1}^6 \frac{dC_i}{dt} \quad (3)$$

\* 延世大學校 教授 \*\* 仁荷工科學校 副教授

$n$ 과  $C_i$ 의 定常值를 各各  $n_0$ ,  $C_{i0}$ 라 하고 이의 微小變化를  $\delta n$ ,  $\delta C_i$ 라고 하면

$$\left. \begin{aligned} n &= n_0 + \delta n \\ C_i &= C_{i0} + \delta C_i \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(4)를 式(3)과 (2)에 代入하면 새로운 式이 誘導된다.

$$\frac{dn}{dt} = \frac{d\delta n}{dt} = \frac{\delta k}{l} (n_0 + \delta n) - \sum_{i=1}^6 \frac{d\delta C_i}{dt} \quad (5)$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{d\delta C_i}{dt} = \frac{\beta_i}{l} (n_0 + \delta n) - \lambda_i (C_{i0} + \delta C_i) \quad (6)$$

定常狀態에서는

$$\frac{dC_i}{dt} = 0 = \frac{\beta_i}{l} n_0 - \lambda_i C_{i0} \quad (7)$$

이므로 式(6)은 다음과 같이 된다.

$$\frac{d\delta C_i}{dt} = \frac{\beta_i}{l} \delta n - \lambda_i \delta C_i \quad (8)$$

式(5)와 (7)에서 出力의 變化率은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\delta n}{n_0} \right) &= \frac{\delta k}{l} \left( 1 + \frac{\delta n}{n_0} \right) - \frac{\beta_i}{l} \left( \frac{\delta n}{n_0} \right) \\ &\quad + \sum_{i=1}^6 \lambda_i \left( \frac{\delta n}{n_0} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

또 式(8)에서  $\delta C_i$ 를 求하면

$$\delta C_i = \frac{\beta_i}{l} \cdot \delta n \cdot \frac{1}{s + \lambda_i}, \quad s = \frac{d}{dt} \quad (10)$$

로 되므로 이들을 整理하면 出力의 變化率은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\delta n}{n_0} \right) &= \frac{\delta k}{l} \left( 1 + \frac{\delta n}{n_0} \right) - \frac{\beta}{l} \left( \frac{\delta n}{n_0} \right) \\ &\quad + \frac{1}{l} \left( \frac{\delta n}{n_0} \right) \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{s + \lambda_i} \end{aligned} \quad (11)$$

이 式(11)에 對應되는 block diagram은 Fig 1과 같다.

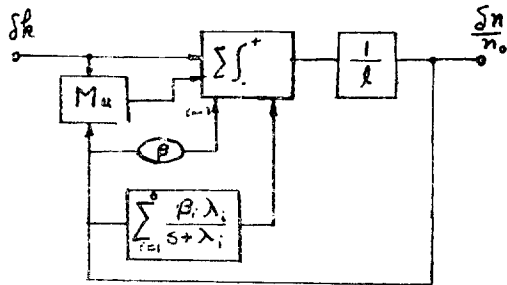


Fig. 1  $\Sigma^+$ : 加算積分器,  $M_u$ : multiplier

式(11)의 第3項을 다시 整理하여 보면

$$\begin{aligned} \frac{1}{l} \left( \frac{\delta n}{n_0} \right) \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{s + \lambda_i} &= \frac{\beta}{l} \left( \frac{\delta n}{n_0} \right) \sum_{i=1}^6 \frac{1}{1 + sT_i} \\ &= \lambda_i \sum_{i=1}^6 \frac{\delta C_i}{n_0} \end{aligned}$$

로 되며 第2項은 1次遲延系가 되므로 이에 對應되는 演算回路는 Fig. 2로 나타난다. 이것은 式(8)을 참작하면 더욱 명백하여진다.

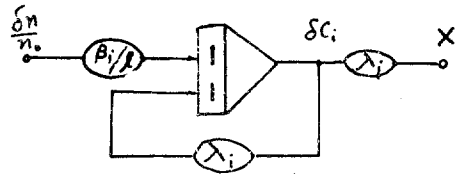


Fig. 2

即 Fig. 2와 같은 演算回路를 6個 並列로 接續하면 6個群의 遲發中性子를 模擬한 原子爐動特性 simulator를 얻을 수 있다.

(B) Simulator Diagram

中性子の 平均壽命  $l=10^{-4}$  秒라 하고, 式(8)과 (9)에 表-1의  $U^{235}$ 의 遲發中性子の parameter를 代入하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\delta n}{n_0} \right) &= 10^4 \delta k \left( 1 + \frac{\delta n}{n_0} \right) - 75.5 \left( \frac{\delta n}{n_0} \right) \\ &\quad + \sum_{i=1}^6 \lambda_i \left( \frac{\delta C_i}{n_0} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\delta C_i}{n_0} \right) &= 10^4 \beta_i \left( \frac{\delta n}{n_0} \right) - \lambda_i \left( \frac{\delta C_i}{n_0} \right), \\ &\quad i=1, 2, \dots, 6 \end{aligned} \quad (13)$$

表-1  $U^{235}$ 의 遲發中性子

$i$	Mean Life $\tau_i$ sec.	Time Decay Constant $\lambda_i$ sec <sup>-1</sup>	Fraction of Total Neutron $\beta_i \times 10^4$
1	0.071	14.0	2.5
2	0.62	1.61	8.4
3	2.19	0.456	24
4	5.50	0.151	21
5	31.7	0.0315	17
6	80.2	0.0124	2.5

$$\tau = \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \tau_i}{\beta} = 12.7 \text{ sec} \quad \beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i = 0.00755$$

그런데 表 1에서 보는 바와 같이  $C_i$ 의 time constant는  $\tau_1=0.07$  sec [ $i=1$  group]에서  $\tau_6=80$  sec [ $i=6$  group]까지 넓은 범위에 걸친다. 即 第1群에서는 急激히 증가하였다가 瞬間적으로 減衰하여 버리고 第6群은 time constant가 꽤 크기 때문에 이들 全群을 同時에 取扱한다는 것은 無理한 일이고 不必要한 誤差를 초래하게 된다. 따라서 短時間동안의 現象을 관찰할 때에는 time constant가 가장 큰 第6群을 省略하고, 오랜 時間동안 現象을 관찰할 때에는 第1群을 省略하여 計算機의 演算方程式을 만드는 것이 精度上으로 가장 效果的이라고 생각 할 수 있다.

第1群이나 第6群 中の 어느 하나를 버렸을 때 5個 group의  $\sum \beta_i$ 는 똑같이 0.0073으로 되고 第6群을 버

렸을 때 合成 time constant 는 約 10秒로 된다.

演算時間이 10 m sec 의 高速型(repetitive type)의 演算器로서 10秒 간의 現象을 관찰하기 爲하여 time scale factor  $\alpha$ 를 다음과 같이 決定한다.

$$\tau = \alpha t, \quad p = \alpha P$$

$$10 \times 10^{-3} = 10 \alpha \quad \therefore \alpha = 10^{-3} \quad (14)$$

지금  $\sum_{i=1}^5 \beta_i = 0.0073$ 과  $\alpha$ 의 값을 式

(12), (13)에 적용하면

$$(\alpha P) \left( \frac{\partial n}{\partial t} \right) = 10^4 \delta k \left( 1 + \frac{\partial n}{\partial t} \right) - 73 \left( \frac{\partial n}{\partial t} \right) + \sum_{i=1}^5 \lambda_i \left( \frac{\partial C_i}{\partial t} \right) \quad (15)$$

$$(\alpha P) \left( \frac{\partial C_i}{\partial t} \right) = 10^4 \beta_i \left( \frac{\partial n}{\partial t} \right) - \lambda_i \left( \frac{\partial C_i}{\partial t} \right) \quad (16)$$

$i=1, 2, \dots, 5$

와 같이 된다. 다음에 machine variable 의 scale factor 를 다음과 같이 選擇한 다.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = Y$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} \times 2 = X_1 \quad \frac{\partial C_4}{\partial t} \times \frac{1}{20} = X_4 \quad (17)$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial t} \times \frac{1}{5} = X_2 \quad \frac{\partial C_5}{\partial t} \times \frac{1}{100} = X_5$$

$$\frac{\partial C_3}{\partial t} \times \frac{1}{10} = X_3 \quad \delta k \times 100 = Jk$$

이 때 運發中性子の 表-1의 各 parameter 에 對應 되는 演算方程式은 다음과 같이 된다.

$$\left. \begin{aligned} (10^{-3}P)X_1 &= 5Y - 14X_1 \\ (10^{-3}P)X_2 &= 1.68Y - 1.61X_2 \\ (10^{-3}P)X_3 &= 2.4Y - 0.456X_3 \\ (10^{-3}P)X_4 &= 1.05Y - 0.151X_4 \\ (10^{-3}P)X_5 &= 0.17Y - 0.0315X_5 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式(18)의 5個의 聯立微分方程式을 積分器로서 各各 積分한 값  $X_i$ 에 式(17)의 scale factor 를 적용하면 爐의 過渡特性을 나타내는 演算方程式은 다음과 같이 된다.

$$(10^{-3}P)Y = 100Jk(1+Y) - 73Y + 7X_1 + 8.05X_2 + 4.56X_3 + 3.02X_4 + 3.15X_5 \quad (19)$$

式(19)를 나타내는 simulator 의 diagram 은 Fig. 3과 같이 되어 原子爐의 動特性 simulator 가 構成된다.

#### 4. 結果에 對한 檢討

Fig. 4는 理論値와 測定値를 比較한 것이다. 위에서 原子爐動特性方程式(1)은  $n$ 와  $\delta k$ 가 積으로 나타나서 非線形特性을 가지고 있으므로 一般解는 求하기 어렵다는 것을 지적하였는데 式(5)와 (8)을 Laplace 變換

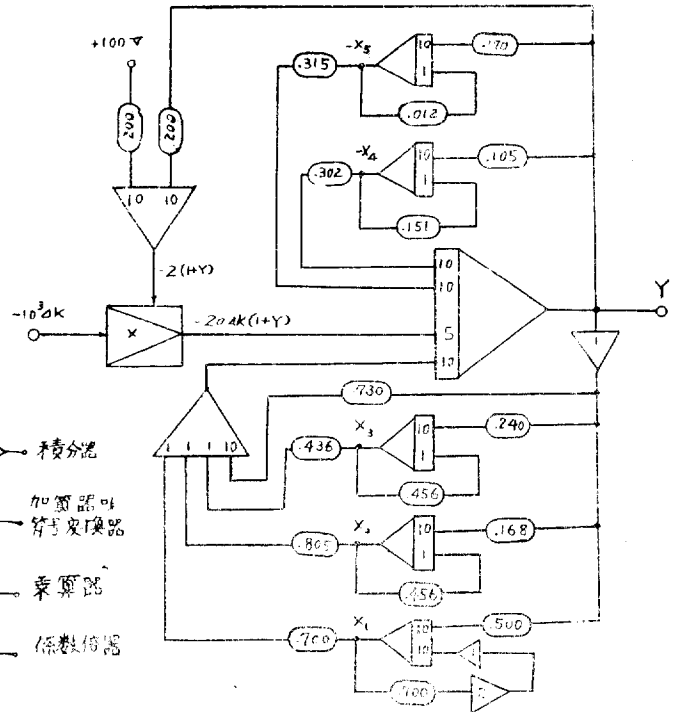


Fig. 3 SCHEMATIC DIAGRAM OF ELEMENTARY REACTOR KINETIC SIMULATOR

方法으로 近似的計算을 하여 보기로 한다.

式(5)와 (8)의 Laplace 變換은

$$s \delta n(s) - n(o) = \frac{n_o}{l} \delta k(s) + \frac{\delta k(s)}{l} \delta n(s) - s \sum_{i=1}^5 \delta C_i(s), \quad t > 0 \quad (20)$$

$$s \delta C_i(s) - C_i(o) = \frac{\beta_i}{l} \delta n(s) - \lambda_i \delta C_i(s), \quad t > 0 \quad (21)$$

式(20), (21)에서  $\delta C_i(s)$ 를 消去하면

$$s \delta n(s) - n(o) = \frac{n_o}{l} \delta k(s) + \frac{\delta k(s)}{l} \delta n(s) - s \sum_{i=1}^5 \frac{\beta_i/l \cdot \delta n(s) + C_i(o)}{s + \lambda_i} \quad (22)$$

여기서  $n(o)$ 은  $C_i(o)$ 에 比例할 것이므로  $n(o) \propto \sum_{i=1}^5 C_i(o)$

이고,  $\delta k(s)$ 는 unit stop 入力이다.

따라서 式(22)는 다음과 같이 된다.

$$\delta n(s) = \frac{n(o) \left[ \frac{\delta k(s)}{l} - s \sum_{i=1}^5 \frac{1}{s + \lambda_i} \right]}{s - \frac{\delta k(s)}{l} + s \sum_{i=1}^5 \frac{\beta_i/l}{s + \lambda_i}} = \frac{n(o)A(s)}{B(s)} \quad (23)$$

式(24)의  $s$ 의 多項式에서

表-2

$i$	1	2	3	4	5	6
$s_i$	+0.0477	-0.015	-0.060	-0.350	-1.70	-18
$k_i$	1.8	0.04	-0.20	0.03	0.02	0.01

다음의 식(29)는  $\delta k = +0.002$  때의 爐의 出力增加率을 나타내는 식이며 다른 反應度에 대해서도 같은 方法으로 計算式을 誘導할 수 있다.

$$\frac{\delta n(t)}{n(\delta)} = 1.8 \epsilon^{0.0477} - 0.04 \epsilon^{-0.015t} - 0.20 \epsilon^{-0.07t} + 0.03 \epsilon^{-0.35t} + 0.02 \epsilon^{-1.7t} + 0.01 \epsilon^{-18t} \quad (29)$$

式(29)에 依하여 計算한 値를 Fig. 4의 點線으로 表示하였고, 測定値는 實線으로 表示하였으며, 反應度  $\delta k$ 는 2節에서 說明한 理論의 근거에 依하여 階段狀 入力を 印加하였다.

測定値는  $\delta k$ 에 對應되는 波高值  $E$ 인 矩形波電壓을 階段的으로 印加하고 그 出力電壓을 oscilloscope로 觀측하여 轉寫한 것이다. 이 結果는 測定値와 計算値가 거의 一致함을 나타낸다.

矩形 pulse(-)쪽을 檢出하였을 때는 減衰曲線을 얻었는데 이것은 反應度  $-\delta k$ 가 印加하였을 때 또는 爐의 停止상태의 現象으로 된다.

### 5. 結 言

以上에서 原子爐動特性 simulator의 試作과 그 適用에 對하여 報告하였다. 처음에는 演算增幅器의 製作에 많은 애로를 느꼈으나 오랜 時日 동안 계속적인 검토로 改善하였으며 非線形演算器中에서 乘算器는 아직 많은 檢討가 必要한 줄로 안다.

Repetitive type의 乘算器로서는 많은 種類가 發表되어 있으나 現在 이에 使用될 非線形要素가 다른 演算器만큼 滿足스러운 것이 못되므로 本 研究에서도 이에 많은 애로를 가졌다.

또 한거름 나가서 爐의 制御部分과 Xenon 및 溫度 效果를 考慮하는 境遇에 對해서는 追後에 報告할 豫定이다.

現在까지는 大體의으로 良好한 性能을 얻을 수 있어서 所期의 目的을 達成하였다고 한다. 끝으로 本論文의 概要는 1962년 10월 25일 第4次 原子力學術會議에서 發表한 것임을 밝혀둔다.

(1963年 11月 1日 接受)

### 參 考 文 獻

1) Pagel, Walter; A Portable Kinetic Simulator, Trans. A.I.E.E. Vol. 70, paper 51~262,

$$B(s) = s - \frac{\delta k(s)}{l} + s \sum_{i=1}^5 \frac{\beta_i/l}{s + \lambda_i} = 0$$

로 되는  $s$ 의 根을 各各  $s_1, s_2, \dots, s_6$ , 이라고 하면

$$\frac{A(s)}{B(s)} = \frac{k_1}{s-s_1} + \frac{k_2}{s-s_2} + \frac{k_3}{s-s_3} + \dots + \frac{k_5}{s-s_5} + \dots + \frac{k_6}{s-s_6} \quad (24)$$

로 되고  $s=s_i$ 에서  $k_i$ 가 다음과 같이 구하여진다.

$$k_i = \left[ (s-s_i) \frac{A(s)}{B(s)} \right]_{s=s_i} \quad (25)$$

$$\text{或은 } k_i = \lim_{s \rightarrow s_i} (s-s_i) \frac{A(s)}{B(s)} = \left[ \frac{A(s_i)}{B'(s_i)} \right]_{s=s_i} \quad (26)$$

故로 式(25), (26)에서  $A(s)/B(s)$ 를 求하여 Laplace 逆變換을 하면

$$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{A(s)}{B(s)} \right] = \mathcal{L}^{-1} \sum_{i=1}^6 \frac{A(s_i)}{B'(s_i)} \cdot \frac{1}{s-s_i} = \sum_{i=1}^6 k_i \epsilon^{s_i t} \quad (27)$$

따라서 式(23)은 다음과 같이 된다.

$$\delta n(s) = n_0 [k_1 \epsilon^{s_1 t} + k_2 \epsilon^{s_2 t} + k_3 \epsilon^{s_3 t} + \dots + k_6 \epsilon^{s_6 t}] \quad (28)$$

$k_i$ 는 時間의 函數이며  $l=10^{-4}$  sec. 일 때  $k_i, s_i$ 의 計算値, 表-2를 적용하면 反應度  $\delta k = +0.002$  일 때 式(28)은 다음의 式(29)와 같이 된다.

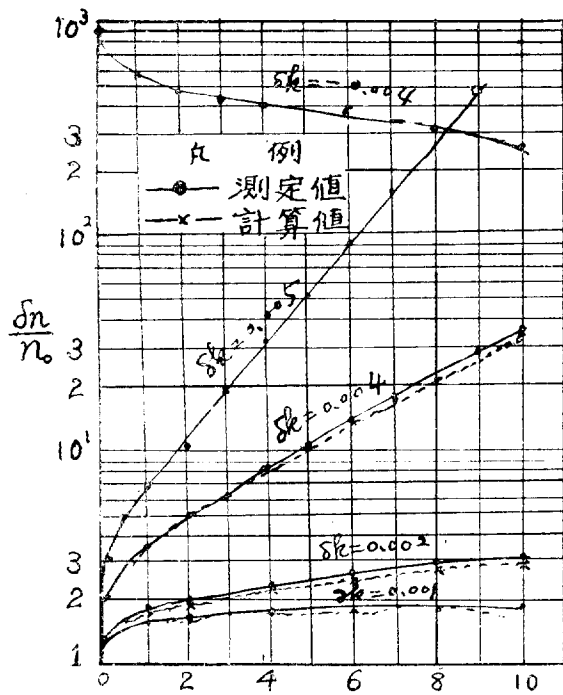


FIG. 4

- 1951.
- 2) Macalsky, G. J. R.: An Analogue Computer for Nuclear Power Studies. Proc. I.E.E. Vol. 104, pt. 13, p. 433~442, 1957.
  - 3) Schultz, M.A.: Control of Nuclear Reactors and Power Plants; McGraw Hill, 1961, p.430.
  - 4) 李柱根 : Analog 電子計算機의 試作에 對한 檢討 電氣學會誌 第10輯 1963, p. 83~88.
  - 5) Schultz, M.A.: Control of Nuclear Reactors and Power Plants: McGraw Hill, 1961, p. 15.
-