演算子計算法 (技術數學 第二回)

商工部 電氣試驗所 會員 金 俊 植

V 級　數

函數項 $f_1(Z)$, $f_2(Z)$, ……… $f_n(Z)$ 와같은 數列이

$$\lim_{n\to\infty} f_n(Z)=R$$ 와같은 極限을 有하며

複素數 Z_1, Z_2 ………Z_n 을 項으로한 級數가

$$\lim_{n\to\infty}(Z_1+Z_2\cdots\cdots Z_n)=S$$ 와같은 極限을有할時 此等數列 級數는 收斂한다고 稱하며 數列 又는 級數가 收斂하는 總領域을 收斂域이라 云하나니

即 $f(z)=Z^n$가 $|Z|<1$ 인 境遇에 原點을 中心으로하고 半徑 1로하는 圓內部面이 收斂域이됨과 如하니라。그리하야 收斂領域內어나 點에서던지 同一한 極限値를 갖게되는時에는 그數列 或은 級數는 一樣收斂한다고한다。

領域A에서 正則性을 가진 函數列 $f_n(Z)$ 或은 級數 $F_n(Z)=\sum f_n(Z)$ 가 그領域에서 一樣收斂하게되야 各其의 極限値를 $f(Z)$, $F(Z)$ 라하면 $f(Z)$ 又는 $F(Z)$ 는 A 域에서 正則性을 가진同時에

$$\lim_{n\to\infty}\int_c f_n(Z)\,dZ=\int_c f(Z)\,dz \cdots\cdots\cdots (21)$$

$$\lim_{n\to\infty}\sum\int_c f_n(Z)\,dz=\lim_{n\to\infty}\int_c\sum f_n(Z)\,dZ \cdots (22)$$

(21) (22) ……A域內任意曲線C에關하야

$$\lim_{n\to\infty} f'_n(Z)=f'(Z) \cdots\cdots\cdots\cdots (23)$$

$$\lim_{n\to\infty}\sum f'_n(Z)=\lim_{n\to\infty}\frac{d}{dz}\sum f_n(Z)=F'(Z)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots (24)$$

一樣收斂

演算子計算法에 極히 必要한 冪級數를 記述하기前에 거기에必要한 正則函數의 重要한 二三定理에 對하야 爲先 說明하기로하자。

函數 $f(Z)$ 가 Z 面上의 有限正則曲線 C上에서 連續이고 a 는 c上에 不在한 一點이라고 하면。

積分 $$F(a)=\int_c \frac{f(Z)}{Z-a}\,dZ \quad \left(\begin{array}{l}\text{a에對하야}\\ |Z-a|>\delta\ \text{一定値}\end{array}\right) \cdots (25)$$

는 正則函數가되며 그導函數

$$F'(a)=\int_c \frac{f(Z)}{(Z-a)^2}\,dz \cdots\cdots\cdots\cdots (26)$$

로 表現되나니라。

(證 明)

C上에 不在한 a點의近傍 a+h 點에서는

$$F(a+h)=\int_c \frac{f(Z)}{Z-a-h}\,dz$$

故로 $$\frac{F(a+h)-F(a)}{h}$$

$$=\int_c \frac{f(Z)}{h}\left(\frac{1}{Z-a-h}-\frac{1}{Z-a}\right)dz$$

$$=\int_c \frac{f(Z)}{(Z-a-h)(Z-a)}\,dz$$

여기에 $$\frac{1}{(Z-a-h)(Z-a)}=\frac{1}{(Z-a)^2}+\triangle$$

라하면 但

$$\triangle=\frac{1}{(Z-a-h)(Z-a)}-\frac{1}{(Z-a)^2}$$

$$=\frac{h}{(Z-a)^2(Z-a-h)}$$

則 $h\to 5$ 될時 $\triangle\to 0$ 이되는故로

$$\frac{F(a+h)-F(a)}{h}$$

$$=\int_c \frac{f(Z)}{(Z-a)^2}\,dz+\int_c \triangle f(Z)\,dz$$

$$F'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{F(a+h)-F(a)}{h}=\int_c \frac{f(Z)}{(Z-a)^2}\,dz$$

나아가서 一般히 數學的歸納法에依하야

$$F^{(n)}(a)=n!\int_c \frac{f(Z)}{(Z-a)^{n+1}}\,dz \cdots\cdots (27)$$

가 成立함을 알수있나니라。

(證 明)

$$F^{(n-1)}(a)=(n-1)!\int_c \frac{f(Z)}{(Z-a)^n}\,dz$$

가 成立된다고하면

$$\frac{F^{(n-1)}(a+h)-F^{(n-1)}(a)}{h}$$

$$=(n+1)!\int_c \frac{f(Z)}{h}\left\{\frac{1}{(Z-a-h)^n}-\frac{1}{(Z-a)^n}\right\}dz$$

然 而

$$\frac{1}{h}\left\{\frac{1}{(Z-a-h)^n}-\frac{1}{(Z-a)^n}\right\}=\frac{(Z-a)^n-(Z-a-h)^n}{(Z-a-h)^n(Z-a)^n}$$

$$\frac{n\left\{1-\frac{n-1}{2!(Z-a)}h+\frac{(n-1)(n-2)}{3!(Z-a)^2}h^2\cdots\cdots(-1)^{n-1}\frac{h^{n-1}}{n(Z-a)^{n-1}}\right\}}{(Z-a)^{n+1}\left\{1-\frac{h}{(Z-a)^n}\right\}}$$

이는 h가 0에 近迫할際 그極限은

$\dfrac{n}{(Z-a)^{n+1}}$ 가됨을 알수있은즉

$$F^{(n)}(a)=\lim_{h\to 0}\frac{F^{(n-1)}(a+h)-F^{(n-1)}(a)}{h}$$

$$=(n-1)!\int_c \frac{n f(Z)}{(Z-a)^{n+1}}\,dz$$

$$=n!\int_c \frac{f(Z)}{(Z-a)^{n+1}}\,dz$$

임이 $n=3$, $(n-1)=2$ 時에는 證明된바이니

$n=4$, $n=5$………漸次로 證明할수있다。

인제 正則函數 $f(Z)$ 를取하야 正則變域單一閉曲線C內의一點 a 에關하야 Cauchy 積分으로 表示하면

$$f(a)=\frac{1}{2\pi j}\int_c \frac{f(Z)}{Z-a}\,dz \;\cdots\cdots\cdots\cdots\; 28$$

此의 逐次導函數

$$f^{(n)}(a)=\frac{n!}{2\pi j}\int_c \frac{f(z)}{(Z-a)^{n+1}}\,dz \;\cdots\cdots\; 29$$

即「正則函數의導函數는 同一變域에서 亦是正則函數가됨 뿐아니라 正則函數는 모ー든逐次正則導函數를有함」…………Goursat 定理

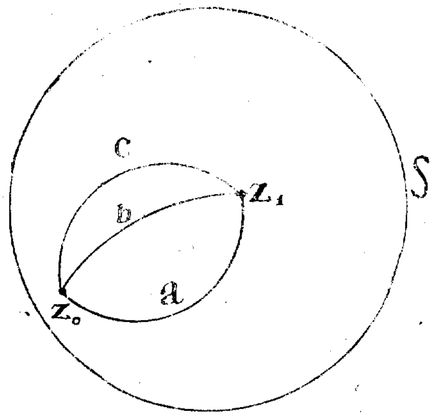
다음에 Morera 定理를 記載하여보면

「函數 $f(Z)$ 가 Z 平面上의面分 S 에서 連續이고 S 에屬한點만 Z 內部에 包含한 任意의閉曲線 C 에 沿周하는 積分路에對하야

$$\oint_c f(Z)\,dz=0 \;\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\; (30)$$

가 恒常 成立할時 $f(Z)$ 는 S 內部어데서던지 正則이되나니라。(Cauchy 定理의逆)」

(證 明)



(Fig. 7)

Z 面上의二點 Z_0, Z_1 를取하야 $f(Z)$ 를Z_0에서 Z_1까지 積分하고 다시 Z_1에서 Z_0까지 積分함에있어 假說에言하는바

$$\oint_{Z_0 a Z_1 b Z_0} f(Z)\,dz=\oint_{Z_0 a Z_1 c Z_0} f(Z)\,dz=\cdots\cdots\cdots\cdots=0$$

와같이 二點 Z_0, Z_1 에만 關係하고 그積分路에 關係없는故로 이제 Z_0 點을 固定히면

$$\int_{Z_0}^{Z_1} f(Z)\,dZ=F(Z_1) \;\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\; (31)$$

는 Z_1 만의函數가 되나니라。

이제 Z_1 의近傍에서 Z_1+h 點을 取하야

$$F(Z_1+h)=\int_{Z_0}^{Z_1+h} f(Z)\,dz=$$

$$\int_{Z_0}^{Z_1} f(Z)\,dz+\int_{Z}^{Z_1+h} f(Z)\,dz$$

$$=F(Z_1)+\int_{Z_1}^{Z_1+h}\{f(Z_1)+f(Z)-f(Z_1)\}dz$$

$$=F(Z_1)+f(Z_1)h+\int_{Z_1}^{Z_1+h}\{f(Z)-f(Z_1)\}dz$$

然而 h 가 微小하여갈제 $f(Z)-f(Z_1) > \varepsilon$ (ε…任意의極小値) 로할수있는故로

$$F(Z_1+h)-F_1(Z_1)-f(Z_1)h > \varepsilon h$$

$$\lim_{h\to 0}\left|\frac{F(Z_1+h)-F_1(Z_1)}{h}-f(Z_1)\right|=0$$

$$\therefore \lim_{h\to 0}\frac{F(Z_1+h)-F_1(Z_1)}{h}=F'(Z_1)=f(Z_1)\cdots(32)$$

이로써 S內任意의點Z의函數 F(Z)는 S 內에서던지 導函數를有함을 即 正則性을 有함을 證明하였나니라。

故로 複素函數의世界에서는 微分 可能이면 積分可能이고 (Cauchy 定理) 積分可能이면 微分可能 (Goursat 定理) (Morera 定理) 이라는 重要한意味를가진 微分積分一貫性을 發見할수 있으니이것이곳 函數의正則性이라고 말할수있다。

「函數 $f(Z)$ 가 曲線 C 領域에서 正則性을 有한境遇에는 그內部의一點 a 에關하야 此를 Taylor 級數에 展開할수있다。」

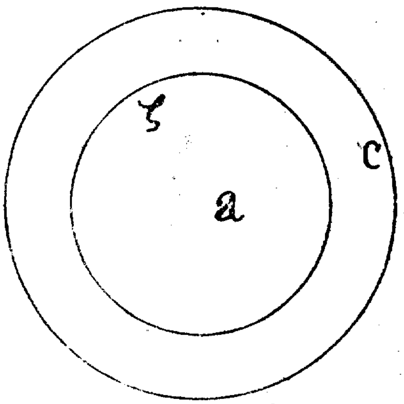


Fig. 8)

이제 a 를中心으로하고 曲線 C 에 未觸하는 任意의一圓을그리고 그內部의一點을 ζ 라하고 C 曲線上의一點 Z 을 取할時는

$$\frac{1}{Z-\zeta}=\frac{1}{(Z-a)-(\zeta-a)}=\frac{1}{1-\frac{\zeta-a}{Z-a}}\cdot\frac{1}{Z-a}$$

$$=\frac{1}{Z-a}\left\{1+\frac{\zeta-a}{Z-a}+\left(\frac{\zeta-a}{Z-a}\right)^2+\cdots\right\}\cdots(33)$$

然而 $\left|\frac{\zeta-a}{Z-a}\right|<1$ 인故로 括弧內는 絶對收斂이된다。

故 로

$$\frac{f(Z)}{Z-\zeta}=\frac{f(Z)}{Z-a}+\frac{(\zeta-a)f(Z)}{(Z-a)^2}+\frac{(\zeta-a)^2f(Z)}{(Z-a)^3}+\cdots\cdots(34)$$

도 收斂한다。 그리고 (34) 式을 積分表示로하면

$$\frac{1}{2\pi j}\int_c\frac{f(Z)}{Z-\zeta}dz=\frac{1}{2\pi j}\int_c\frac{f(Z)}{Z-a}dz+\frac{(\zeta-a)}{2\pi j}\int_c\frac{f(Z)}{(Z-a)^2}dz+\cdots=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\zeta-a)^n}{2\pi j}\int_c\frac{f(Z)}{(Z-a)^{n+1}}dz\cdots(35)$$

이것이곳 Taylor 級數라고 볼수있으니

即 左邊 $\frac{1}{2\pi j}\int_c\frac{f(Z)}{Z-\zeta}dz=f(\zeta)$

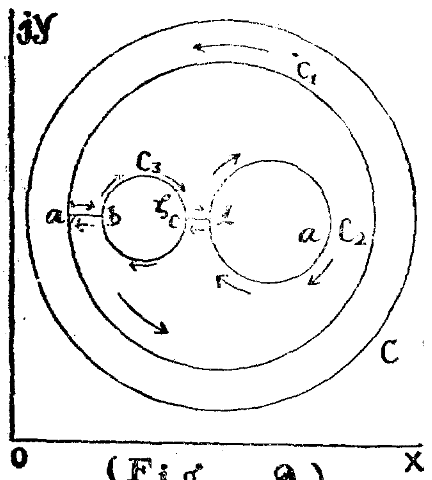
$$\frac{1}{2\pi j}\int_c\frac{f(Z)}{(Z-a)^{n+1}}dz=\frac{f^{(n)}(a)}{n!}=\frac{A_n}{n!}\ (29式에依)$$

35式 $$f(Z)=f(0)+\frac{f'(0)}{1!}Z+\frac{f''(0)}{2!}Z^2+\frac{f'''(0)}{2!}Z^3+\cdots\cdots(36)$$

이는 Maclaurin 展開라는것이다。

Taylor 展開나 Maclaurin 展開는 曲線 C 內에 特異點이없는 即 全然正則인 境遇에 適用되는것이고 萬一에 그內部에 特異點이 有할時에 Laurent 展開라는것이 있으니 담에大略을 說明하고저한다。

假令 C 曲線內에 正則이않인 即 特異點 가 있다고하나 이 a 를 에워싸는 二圓 C_1C 를 a 를 中心으로하야그리어 보면 Fig 9 矢印 方向을 追하면 $C_1\ C_2\ C_1$ 및 그中間의 分割線으로서 閉曲線을 成立할것이다。



(Fig. 9)

로表하면

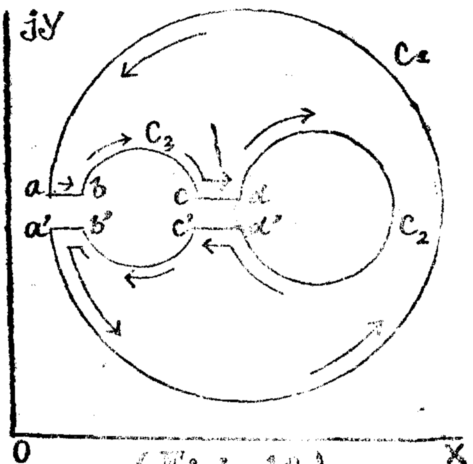
(35) 式

$$f(\zeta)=f(a)+\frac{f'(a)}{1!}(\zeta-a)+\frac{f''(a)}{2!}(\zeta-a)^2$$
$$+\cdots\cdots=A_0+A_1(\zeta-a)+A_2(\zeta-a)^2$$
$$+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (37)$$

이를 Taylor 級數에 展開라하는바 a 를展開의 中心이라하며 所謂 收斂圓이라고하는圓內에서는 어느點에서던지 成立한다。a 를中心으로 C 曲線에 接近하는圓을 그리면 그圓內에서 이展開式이成立하고 그圓上에서 成立하지 않으니라。

a=O 로하고 또 便利上 ζ를Z으로 代書하면

(알기쉽게하기爲하야 Fig 9 를 Fig 10 와같이 再畫한다。ab 와 a′ b′ cd 와 c′d′ 를 各各一致하게하야 表示한것이 Fig 9)



(Fig 10)

故로 C_1 와 C_2 와의中間과 $C_1C_2C_3$ 上에 特異點이 없게되는것이다。故로 Cauchy 定理에 依하야

$$\oint_{c_1} f(Z)dz+\oint_{c_3} f(Z)dz+\oint_{c_2} f(Z)dz+$$
$$\left(\int_{ab}^{\rightarrow} f(Z)dz+\int_{ab}^{\leftarrow} f(Z)dz+\int_{cd}^{\rightarrow} f(Z)dz+\right.$$
$$\left.\int_{cd}^{\leftarrow} f(Z)dz\right)=O \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (38)$$

括弧內分割線積分은 消合하야 O 이되는故로 周積分方向을 C_1 方向과 同一하게하야 (38) 式은 다음같이 記錄할수있다。

$$\int_{c_1} f(Z)dz-\int_{c_3} f(Z)dz-\int_{c_2} f(Z)dz=O$$

即 $$\int_{c_3} f(Z)dz=\int_{c_1} f(Z)dz-$$
$$\int_{c_2} f(Z)dz=0 \cdots\cdots\cdots (39)$$

인제 C_1 C_2 의中間에있는 圓環 C_3 內의 一點 ζ 를 取하야

$\frac{f(Z)}{Z-\zeta}$ 를 생각하건데 (ζ)를 中心으로하야 그린 圓이 C_3 라고함 Z는 C_1, C_2, C_3 周上에만 있다고하면

$\frac{f(Z)}{Z-\zeta}$ 는 勿論正則性인故로

$$\int_{c}\frac{f(Z)}{Z-\zeta}=\int_{c_1}\frac{f(Z)}{Z-\zeta}dz-\int_{c_2}\frac{f(Z)}{Z-\zeta}dz$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (40)$$

40 式에對하야 左邊은 $2\pi j$로 除하야

$$\frac{1}{2\pi j}\int_{c_3}\frac{f(Z)}{Z-\zeta}dz=f(\zeta) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (41)$$

右邊一項은 (33), (34), (35), 式의 依하야 $2\pi j$ 로 除하야

$$\frac{1}{2\pi j}\int_{c_1}\frac{f(Z)}{Z-\zeta}dz=\sum_0 An(\zeta-a)^n \cdots\cdots\cdots (42)$$

$$\text{但}An=\frac{1}{2\pi j}\int_{c_1}\frac{f(Z)}{(Z-a)^{n+1}}dz$$

ζ點 C_1圓內의點인故로 (42) 式은 반듯이收斂한다。

第二項의있어는 ζ가 C_2 圓外가 되는故로

$$\left|\frac{\zeta-a}{Z-a}\right|>1 \quad \left|\frac{Z-a}{\zeta-a}\right|<1$$ 인故로

$$\frac{1}{Z-\zeta}=\frac{1}{(Z-a)-(\zeta-a)}=-\frac{1}{\zeta-a}\cdot\frac{1}{1-\dfrac{Z-a}{\zeta-a}}$$

$$=-\frac{1}{\zeta-a}\left\{1+\frac{Z-a}{\zeta-a}+\left(\frac{Z-a}{\zeta-a}\right)^2+\cdots\cdots\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(43)$$

(43) 式은 C_2 上의 Z 點의關하야 一様收斂하는故로 此에 $f(Z)$ 를 乘하야得한 다음式도 一様으로 收斂함을 알수있다。

$$-\int_{c_2}\frac{f(Z)}{Z-\zeta}dz=\frac{1}{\zeta-a}\int_{c_2}f(Z)dz+$$

$$\frac{1}{(\zeta-a)^2}\int_{c_2}f(Z)(Z-a)dz\ \cdots\cdots\cdots\cdots(44)$$

故로 $\frac{1}{2\pi j}\int_{c_2}f(Z)(Z-a)^{n-1}dz=A_{-n}$ 로 表하야

$$-\frac{1}{2\pi j}\int\frac{f(Z)}{Z-\zeta}dz=\sum_{n=1}A_{-n}(\zeta-a)^{-n}\cdots\cdots(45)$$

따라서 (41) 式

$$f(\zeta)=A_0+A_1(\zeta-a)+A_2(\zeta-a)^2+\cdots\cdots+$$

$$\frac{A_{-1}}{\zeta-a}+\frac{A_{-2}}{(\zeta-a)^2}+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(46)$$

或은 $f(\zeta)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n(\zeta-a)^n\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(47)$

(A_n, A_{-n} 의積分路가 다른것注意)

이것이 曲線 C內의서 特異點 a 를 除外한 C_1, C_2 二圓中間內에서는 어느點에서던지 成立하는式이니 Taylor 展開는 此의特別한 境遇에 不過하다고 볼수있다。

即 Laurent 展開란 函數 $f(\zeta)$가 二個以上의特異點을 가젓을때에 此를適當히 除外하여 正則面分內에서 $f(\zeta)$를 一様으로 收斂하는 級數에 展開하는것이다。또 特異點 S, S_2 두를 가젓을때의 展開方法을 記錄하여보기로하자。

a 를 中心으로하야 特異點 S_1, S_2 를 通過하는圓을그리면 그 두圓中間 (A一開面分) 에는特異點이 없어질것인즉 이제 C_1, C_2 에 近迫하는 $|S_1|<r_1<|\zeta|<r_2<|S_2|$의 r_1, r_2 를半徑으로하는 두圓 k_1, k_2 를 그리면 k_1, k_2 두圓周로된中間圓環 A인 開面分內는 正則인것이다。

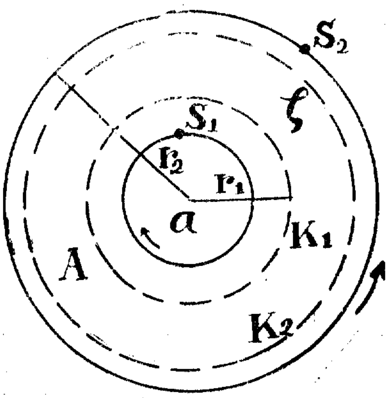


Fig..11

$$f(\zeta)=\frac{1}{2\pi j}\oint\frac{f(Z)}{Z-\zeta}dz\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(48)$$

右邊Z는 A 開面分의全周를 正方向 (面分을 左側에두고 進行하는方向) 으로 積分路上의點으로한다。

故로 (47) 式

$$f(\zeta)=\frac{1}{2\pi j}\int_{k_2}\frac{f(Z)}{Z-\zeta}dz-\frac{1}{2\pi j}\int_{k_1}\frac{f(Z)}{Z-\zeta}dz$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(49)$$

Z 가 k_2 上에 있을時에는

$$\frac{1}{Z-\zeta}=\frac{1}{(Z-a)-(\zeta-a)}=\frac{1}{1-\dfrac{\zeta-a}{Z-a}}\cdot\frac{1}{Z-a}$$

$$=\frac{1}{(Z-a)}+\frac{\zeta-a}{(Z-a)^2}+\frac{(\zeta-a)^2}{(Z-a)^3}+\cdots\cdots(50)$$

$$\left(\because\left|\frac{\zeta-a}{Z-a}\right|<1\right)$$

Z 가 K_1 上에 있을時에는

$$-\frac{1}{Z-\zeta}=\frac{1}{(\zeta-a)-(Z-a)}=\frac{1}{1-\dfrac{Z-a}{\zeta-a}}\cdot\frac{1}{\zeta-a}$$

$$=\frac{1}{\zeta-a}+\frac{Z-a}{(\zeta-a)^2}+\frac{(Z-a)^2}{(\zeta-a)^3}\cdots\cdots\cdots\cdots(51)$$

$$\left(\because\left|\frac{Z-a}{\zeta-a}\right|<1\right)$$

故로 (49) 式

$$f(\zeta)=$$

$$\frac{1}{2\pi j}\int_{k_2}\frac{f(Z)}{Z-a}dz+\frac{(\zeta-a)}{2\pi j}\int\frac{f(Z)}{(Z-a)}dz$$

$$+\cdots\cdots+\frac{1}{(\mathfrak{z}-a)2\pi j}\int_{k_1} f(Z)dz+$$

$$\frac{1}{(\mathfrak{z}-a)^2 2\pi j}\int_{k_1}(Z-a)f(Z)dz$$

$$+\frac{1}{(\mathfrak{z}-a)\,2\pi j}\int_{k_1}(Z-a)^2 f(Z-a)dz+\cdots\cdots(52)$$

$$A_n=\frac{1}{2\pi j}\oint f(Z)(Z-a)^{(-n-1)}dz$$

$$(n=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \pm3\cdots\cdots\cdots\cdots)$$

로하면 (52)式은 (46)式과 同樣으로 되나니라。

$$f(\mathfrak{z})=A_0+A_1(\mathfrak{z}-a)+A_2(\mathfrak{z}-a)^2+\cdots\cdots\cdots$$

$$+\frac{A_{-1}}{\mathfrak{z}-a}+\frac{A_{-2}}{(\mathfrak{z}-a)^2}+\cdots\cdots=\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n(\mathfrak{z}-a)^n$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(53)$$

a 를 原點으로하면

$$f(\mathfrak{z})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n\mathfrak{z}^n\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(54)$$

二個以上의 特異點이 有한時에도 適當히特異點을 除外하고 一樣히收斂하는級數에 展開할수있나니라。

(例)

$$f(Z)=\frac{1}{Z^2-3Z+2}=\frac{1}{Z-2}-\frac{1}{Z-1}$$ 이는 2.1 를

特異點(極)으로하는故로

原點을中心으로하야 半徑1, 2 의 二圓을그려 數面分을 三分하야 此를 A.B.C 로하면

A 內에서는 $|Z|<1<2$

$$f(Z)=\frac{1}{1-Z}-\frac{1}{2(1-\frac{Z}{2})}=$$

$$1+Z+Z^2+\cdots\cdots+Z^n\cdots\cdots\cdots$$

$$-\frac{1}{2}\left(1+\frac{Z}{2}+\frac{Z^2}{4}+\cdots\cdots\cdots\frac{Z^n}{2^n}\right)$$

A 內에서는 $1<|Z|<2$

$$f(Z)=-\frac{1}{2(1-\frac{Z}{2})}-\frac{1}{Z(1-\frac{1}{Z})}=$$

$$-\frac{1}{2}\left(1+\frac{Z}{2}+\frac{Z^2}{4}+\cdots\cdots\cdots\right)$$

$$-\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{Z}+\frac{1}{Z^2}+\cdots\frac{1}{Z^n}\right)$$

c 內에서는 $1<2<|Z|$

$$f(Z)=\frac{1}{Z(1-\frac{2}{Z})}-\frac{1}{2(1-\frac{1}{Z})}=$$

$$\frac{1}{Z}\left(1+\frac{2}{Z}+\frac{4}{Z^2}+\cdots\cdots\cdots\frac{2^n}{Z^n}\right)$$

$$-\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{Z}+\frac{1}{Z^2}+\cdots\cdots\cdots\frac{1}{Z^n}\right)$$

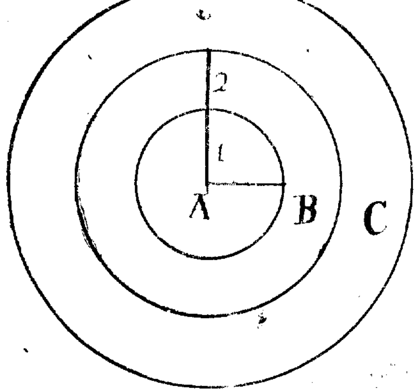


Fig. 12

이函數의展開는 演算子計算法에있어 大端重要한것인즉 充分히 習得하여두는것이 좋다고 生覺한다。

이外에도 演算子計算法本論의들어가기前에必要한 函數論知識이 不少하다。적어도 解析函數論 解析接續 特異點의吟味等에關하여는 趣味있게 記錄하여볼라고 하였으나 작고 紙面만 늘어가는것같고 그렇다고해서 簡單하게說明하여서는 讀者의머리를 迷惑하게할 念慮도 없지않다고生覺한다。

이는 過去에 筆者自身이 經驗한바이다。그리하야 豫備知識에對한 記述은 이만하여두고 本論演算子計算法을 說明하여가면서 그境遇마다 必要한說明을 添加하기로한다。

(序 論 끝)