

저 레이놀즈 수에서 선인장 단면 모양 실린더의 항력 특성 연구

안 찬 근¹

¹연세대학교 대기과학과

본 연구에서는 EDISON_CFD의 2D_YUIBM1 해석자를 사용하여 선인장 단면 모양 실린더의 C_D 를 가시의 개수(N)와 가시의 길이(D)에 따른 경향성으로 나타내었다. 저 레이놀즈 수에 대한 유동 해석을 해야 하므로 레이놀즈 수 영역은 20(steady), 40(steady), 100(Unsteady)을 사용하였다. 또한, 특징적인 효과를 보이는 몇 개의 케이스를 선별해 그 모델들에서 C_p 와 Vorticity의 분포를 조사했으며 이를 통해 저 레이놀즈 수의 선인장 모양 실린더에서 C_D 의 변화 원인을 규명하였다. 마지막으로, 물체의 기하학적 성질과 유체의 성질을 기반으로 저 레이놀즈 수에서 C_D 를 최적화하는 공식을 산출하였다.

Key Words : 선인장 단면 모양 실린더(Cactus-Shape Cylinder), 저 레이놀즈 수(Low Reynolds Number), 정상 유동(Steady Flow), 비정상 유동(Unsteady Flow)

1. 서 론

미국 애리조나에서 자라는 사구아로 선인장은 십수 m까지 자라고 얇은 뿌리를 가졌으나 사막의 강력한 바람에도 넘어지지 않는다. 이 현상에는 여러 가지 가설이 있을 수 있으나 유체역학적 관점에서 볼 때는 사구아로 선인장이 가진 길이 방향 홈으로 인해 선인장이 받는 항력이 줄어드는 효과로 설명하려는 시도가 있었다.[1]

실제 사막의 대기 환경은 $Re > 10^6$ 에 해당하는 높은 레이놀즈 영역이므로 명확히 설명하기 위해서는 이에 해당하는 레이놀즈 수 영역의 해석이 필요하다. 이 때문에 선인장 단면 모양의 실린더에 대한 고 레이놀즈 수 유동 해석은 많이 이루어졌으나 그에 반해 저 레이놀즈 수에 대한 유동 해석은 거의 이루어져 있지 않다.

본 연구에서는 저 레이놀즈 수에서 다양한 조건을 가진 선인장 모형 실린더의 항력 특성에 대한 전반적인 해석을 하고 그 특징과 메커니즘을 밝힐 것이다. 또한, 주어진 가시의 개수(N)에 대해 항력을 최소화 하는 가시의 길이(D)를 찾는 공식을 유도, 검증했다. 이는 미생물 연료 전지나 생체 투입형 의료기기의 설계 같이 저 레이놀즈 수 유동을 반드시 고려해야 하는 작은 스케일의 공학적 물체 설계에 영감을 줄 수 있을 것이다.

2. 해석 방법

2.1 실린더의 설계

실린더의 특성 길이를 1로 고정시키고 가시의 길이를 D , 가

시의 개수를 N 개로 잡았다. 가시의 개수가 N 개인 선인장모형 실린더는 $2N$ 개의 점으로 구성된다. 원점을 중심으로 할 때, 각 점의 좌표는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$X(i), Y(i) = (0.5 - D)\cos\left(\frac{\pi}{N}i\right), (0.5 - D)\sin\left(\frac{\pi}{N}i\right) \quad (1)$$

$$X(j), Y(j) = \cos\left(\frac{\pi}{N}j\right), \sin\left(\frac{\pi}{N}j\right) \quad (2)$$



Fig.1 사구아로 선인장과 그 모델링 [1]

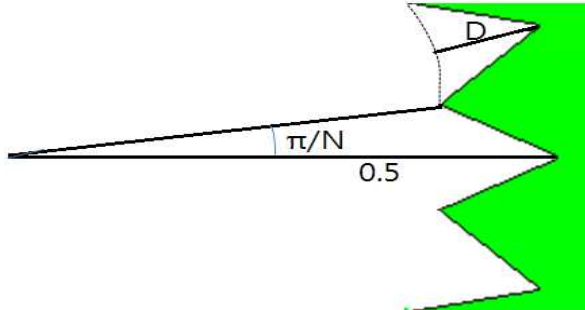


Fig.2 부분 확대한 모델의 구조

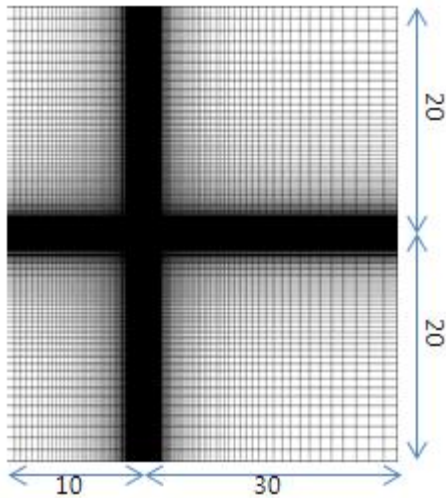


Fig.3 120*120 격자계

2.2 격자 설계 및 유효성 검사

본 연구에서는 가상경계법을 적용한 2D_YUIBM1 해석자를 사용하였기 때문에 직교격자계를 사용하였다. 실린더의 지름을 1로 고정하였고 위 아래로 20, 유체가 들어오는 방향으로 10, 후방은 충분한 후류의 발달과 경계조건 때문에 생기는 역압력의 최소화를 위해 가장 큰 길이인 30을 적용하였다. 경계조건은 전방에 'Subsonic Inlet Condition', 후방에 'Subsonic outlet Condition', 위 아래로 'Far-Field Condition'을 주었다. 본 연구의 특성상 다른 곳보다 실린더 주변의 유동이 자세히 해석되어야 할 필요가 있었고 이에 따라 중앙 십자가 모양으로 격자를 물리게 설정하였다. 결론적으로, 바깥 격자의 수는 전부 80으로 고정하고 중앙 격자의 수만 100, 120, 150으로 바꾸어가며 선행연구와 비교해보았다.

Table 1 원형실린더에 대한 선행연구와의 비교

Re	20	40	100	
	C_D	C_D	C_D	C_L
Choi et al.[2]	2.02	1.49	1.34 ± 0.011	0.315
Calhoun[3]	2.19	1.62	1.33 ± 0.014	0.300
Russell and Wang [4]	2.13	1.60	1.38 ± 0.007	0.322
Present (120*120)	2.16	1.60	1.398 ± 0.01	0.357

Table 2 선인장 모양 실린더에 대한 선행연구와 비교(Re = 100)

모델 : N=24, D=0.105

	100*100		120*120		150*150	
	C_D	C_L	C_D	C_L	C_D	C_L
Present						
Circle	1.393	0.358	1.398	0.357	1.389	0.359
0.035	1.395	0.358	1.400	0.359	1.396	0.361
0.070	1.381	0.314	1.405	0.350	1.400	0.352
0.105	1.381	0.321	1.403	0.341	1.398	0.342
Telley [5]	C_D		C_L			
Circle	1.339		0.330			
0.035	1.304		0.325			
0.070	1.309		0.334			
0.105	1.318		0.336			

첫번 째로, 본 연구에서 사용한 격자계가 고전적인 원형실린더를 잘 해석하는지 알아보기 위해 선행 연구들의 공력 수치와 비교 해보았고 Table 1을 통해 거의 오차 없이 일치하는 것을 확인할 수 있었다. 이로써 본 격자계의 매끄러운 표면의 원형실린더에 대한 검증은 완료했고 다음은 선인장 모형 실린더에서도 올바른 결과를 보장해줄 것이라는 확신을 얻기 위해 다른 선행연구를 참조해 한 번 더 검증을 시도했다.

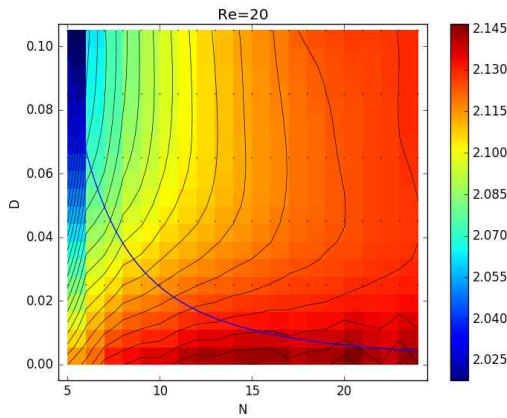
Table 2를 통해 가시의 개수가 24고 길이가 0.105인 선인장 모형에 대한 선행연구와 본 연구의 격자계로 산출한 값들을 비교 해보았다. 각각의 수치는 4~7%(<10%)에 달하는 오차를 가지므로 신뢰할 수 있는 결과라고 생각했다. 선행 연구를 보면 가시의 길이가 증가할수록 C_D 가 커지는 경향성을 보이고 100*100 격자계가 이와 가장 상이한 경향성을 가지는 것으로 보인다. 나머지 120*120 격자계와 150*150 격자계 중 계산시간을 단축시킬 수 있는 격자계는 120*120이다. 따라서 120*120격자가 본 연구에서 다루려고 하는 선인장형 실린더 모델에 가장 적합한 격자계라고 판단했다.

3. 해석 결과

선인장 모형 실린더를 이루는 변수는 크게 가시의 길이(N)

과 가시의 높이(D)가 있다. 본 연구에서는 $5 \leq N \leq 24$ 와 $0 \leq D \leq 0.105$ 의 범위에서 각 레이놀즈 수 마다 120개의 해석결과를 동원해 C_D 의 컨투어를 그렸다. 이를 설명함에 앞서 먼저 우리가 선인장 모형이라고 부를 수 있는 최소 조건이 있다. Fig.4의 파란색의 실선이 나타내는 식(3)이 바로 그것이다.

$$D > 0.5(1 - \cos(\frac{\pi}{N})) \quad (3)$$



(a) Re 20

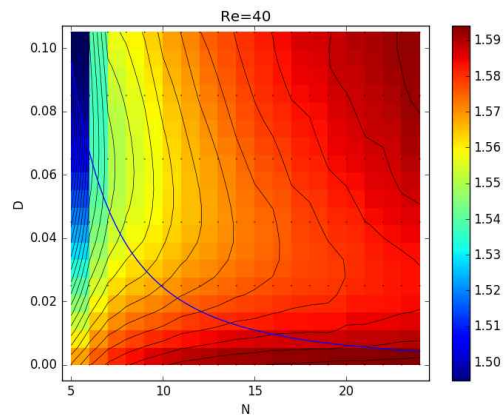
로 다른 물리적 현상이 일어나고 있다고 가정할 수 있다. 그리고 그 현상이 무엇인지 알아보기 위해 다음의 세 가지 케이스를 선택해 보다 자세한 해석을 진행하였다.

(a) $N=18, D=0.007596$

이 모델은 정확히 말하면 선인장 모델이 아니라 정18각형이다. 이 같은 모델의 유동을 살펴보고 선인장 모형이 이와 어떠한 다른 물리적 현상이 있는지 알아보기 위해 선택했다.

(b) $N=18, D=0.045$

두 번째 모델은 같은 N을 가질 때 가장 항력이 낮은, 최적화된 D에 가까운 모델이다.



(b) Re 40

Fig.4 N과 D에 대한 C_D 의 컨투어

이 조건을 만족하지 못하는 N과 D의 조합은 ‘가시’가 달린 모델이 아니라 다각형 형태의 모델이다.

3.1 정상(Steady) 유동

3.1.1 항력 변화 분석

Fig.4를 보면 정상 유동에서 C_D 는 N과 D에 분명한 경향성을 보인다. 주어진 N이 커지면 C_D 도 증가한다. 그러나 항상 매끄러운 표면의 원형실린더 보다는 작은 값이고 해석이 이루어진 범위 안에서 원형실린더에 비해 최대 4.4%까지 감소하는 모델이 존재한다. 이는 N이 커질수록 가시 사이의 골의 면적이 줄어들고 자연히 그 곳에서 일어나는 어떠한 물리적 현상이 약해지기 때문이다. 흥미로운 점은, D가 증가해도 C_D 는 꾸준히 증가하지 않는다. 같은 N에 대해서 C_D 를 최소화하는 D가 항상 존재하는 것이다. D가 0에 가까운, 선인장 모형 보다는 다각형에 가까운 형태의 실린더에서부터 D가 점차 증가해 ‘가시’가 생겨도 C_D 는 계속 감소한다. 그러나 D가 그 이상으로 계속 커지면 어느 순간 항력이 다시 증가하기 시작하는 것으로 보아 최적화된 D를 지나기 전과 후의 모델에서 서

(c) $N=18, D=0.095$

마지막 모델은 D가 최적화된 점을 넘어 충분히 클 때 유동을 관찰하기 위해 선택하였다.

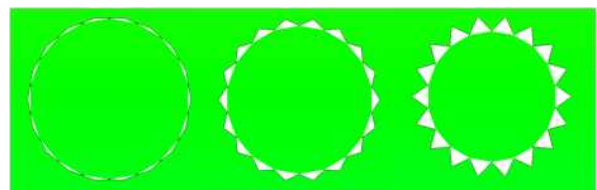


Fig.5 추가적인 해석이 진행된 선인장 모델들 ($N=18$) 왼쪽부터 (a), (b), (c) 이다.

3.1.2 항력 변화의 원인

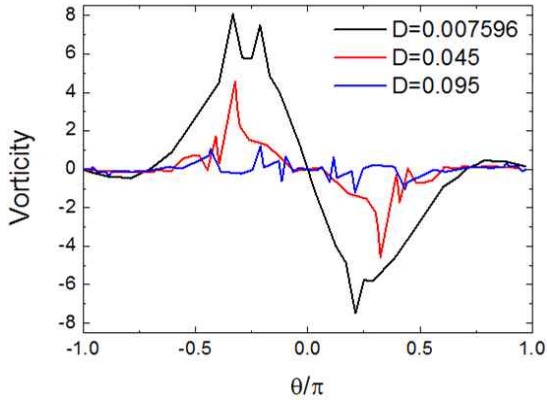


Fig.6 와도 분포(Re=40)

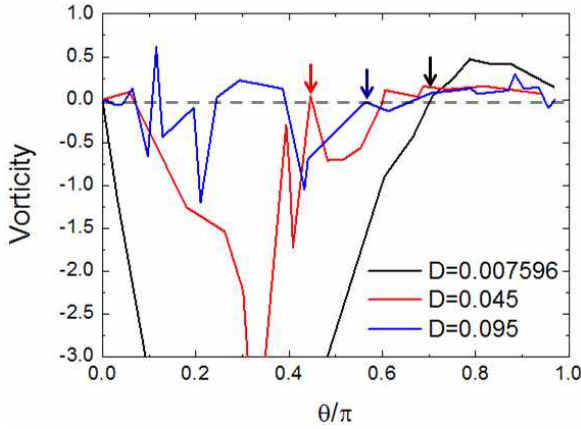


Fig.7 박리 각도 구간 확대

Fig.6과 Fig.7을 보면 각 케이스의 표면 와도 분포를 볼 수 있는데, 와도가 0이 되는 부분을 유동이 물체에서 박리되는 지점으로 볼 수 있다. 이를 보면 정체점(stagnation point) 기준에서 봤을 때 박리각도의 크기가 $D=0.045 < D=0.095 < D=0.007596$ 순으로 나타남을 알 수 있다. 따라서 물체에 가해지는 압력저항은 반대의 부등호를 가질 것이라고 예측 할 수 있다.

Fig.8는 각 모델의 저항을 형상저항과 마찰저항으로 나눈 그래프이다. 각도별 와도 분포를 통해 예측한 바와 같이 형상저항은 $D=0.045$ 에서 최대값을 가지는 것을 볼 수 있다. 그럼에도 불구하고 C_D 는 $D=0.045$ 에서 가장 작는데 이는 여기서 마찰저항이 가장 작기 때문이다. 이의 원인을 자세히 보기 위해 각 케이스의 유동 가시화를 실시하였다.

Fig.9을 보면, (a)일 때와 (b)일 때는 유동이 물체 표면을 충실히 따라 흐른다. 이 과정에서 선인장 모형 표면의 상대적

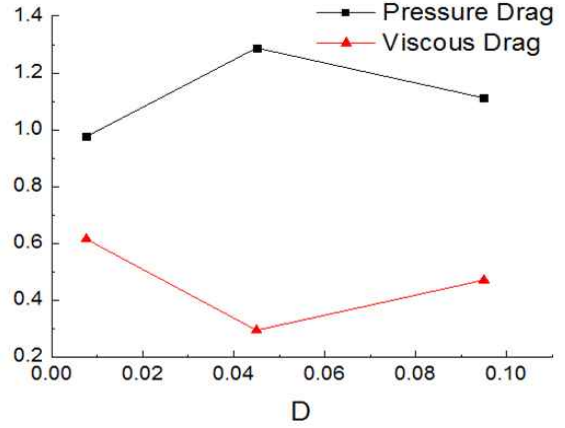


Fig.8 케이스 별 항력분포 (Re=40)

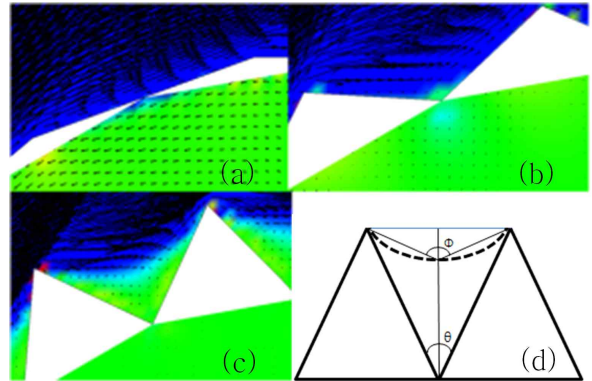


Fig.9 유동 가시화 (Re=40)와 박리 된 유동의 도식 (a): $D=0.007596$, (b): $D=0.045$, (c): $D=0.095$ 이다.

으로 긴 마찰 길이 때문에 (a)보다 (b)의 박리 각도가 작고 총 마찰저항이 줄어드는 것이다. (c)일 때는 주 유동이 가시 길이 끝까지 따라가지 못하여 중간에 국부적인 유동 박리가 일어나며 이 현상이 실린더의 박리 각도를 다시 증가시키고 마찰 저항 또한 증가시킨다.

3.1.3 항력 변화 원인의 이론적 검증

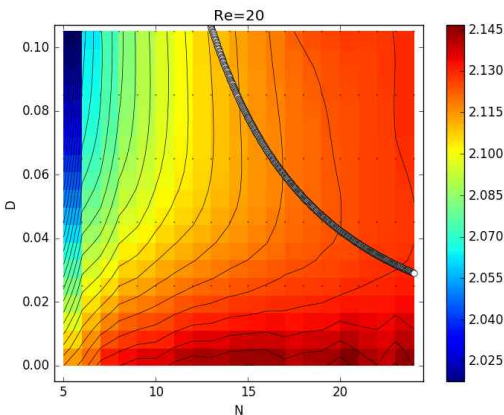
최적화된 가시의 길이(D_{op})를 구하는 것은 결국 유동이 박리 되지 않고 물체 표면을 쫓아오는 최대의 D 를 찾는 문제로 귀결된다. Fig.9의 (d)를 보면 가시와 가시가 이루는 각도가 θ 라고 할 때 θ 는 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$\theta = 2 \tan^{-1} \frac{0.5 \sin \frac{\pi}{N}}{D - 0.5(1 - \cos \frac{\pi}{N})} \quad (4)$$

가시의 꼭지점들을 기준으로 주 유동이 가시 사이로 내려오는 최대선이 현수선 형태라고 가정 했을 때 현수선의 최하부와 가시의 양쪽 꼭지점이 이루는 각도를 Φ 라고 하자. Φ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\Phi = 2 \tan^{-1} \frac{0.5 \sin \frac{\pi}{N}}{\alpha \left(\cosh \frac{\pi}{2\alpha} - 1 \right)} \quad (5)$$

유동이 박리될 조건은 $\Phi > \theta$ 이므로 식(4)=식(5)를 적용해 N과 D에 대해 정리하면 최적화된 가시의 길이(D_{op})에 대한 다음과 같은 최종식을 얻을 수 있다.



(a) Re=20, $\alpha=0.087$

Fig.10 굵은 선으로 표시된 박리 조건. 박리 조건이 N이 클 때는 잘 맞으나 N이 작을 때는 잘 설명되지 않는 것을 볼 수 있는데 이는 N이 작으면 가시의 꼭지점 사이의 거리가 늘어나고 이 사이를 지나가는 유동에 가해지는 힘을 등분포하중으로 근사하기 힘들기 때문에 주 유동의 형태를 현수선으로 표현할 수 없기 때문이다.

$$D_{op} = \alpha \left(\cosh \frac{\pi}{2\alpha} - 1 \right) + 0.5 \left(1 - \cos \frac{\pi}{N} \right) \quad (6)$$

이 조건을 Fig.4에 적용하고 가우스-뉴턴 방법을 이용한 비선형 최소자승법을 통해 적절한 α 를 찾으면 Fig.10과 같은 경향성을 확인할 수 있다.

3.2 비정상(Unsteady) 유동

3.2.1 항력 변화 분석

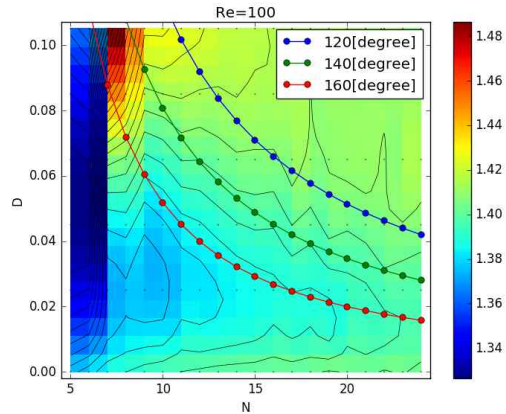
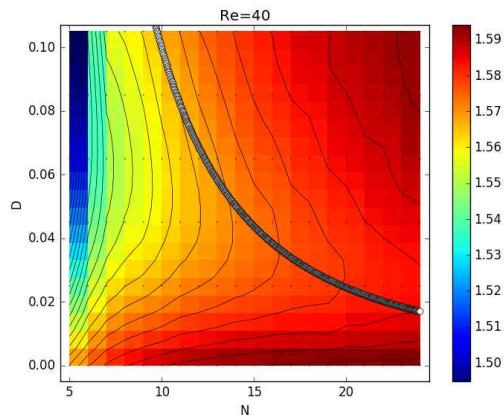


Fig.11 Re 100에서 C_D (rms)의 컨투어와 가시 사이에 특정 각도를 가지는 N과 D의 집합들을 나타낸 그래프. C_D 와 비슷한 경향성을 보이는 것을 알 수 있다.



(b) Re=40, $\alpha=0.17$

비정상 유동에서는 정상 유동처럼 N에 분명한 경향성을 보이지는 않는다. 심지어 매끄러운 표면의 원형실린더보다 더 큰 공력을 가지는 모델도 존재하고 원형실린더에 비해 항력의 최대 감소율도 1.4% 밖에 되지 않는다. D가 증가하면 항력이 증가하는 것은 맞지만 정상 유동처럼 최적점이 존재하지 않는다. 다만, C_D 가 크게 변하는 방향이 존재하는데 작은 N과 D에서 큰 N과 D로 변하는 대각선 방향의 변화이다. 이는 항력이 N과 D에 독립적으로 영향 받는 것이 아니라 N과 D가 동시에 영향을 주는 어떤 다른 변수에 의존 한다는 뜻이

다. Fig.11를 통해 이 변수가 가지끼리 이루는 각도라고 가정할 수 있다. 그리고 이것의 원인을 알아보기 위해 Fig.12의 세 가지 케이스를 선택해 보다 자세한 해석을 진행하였다.

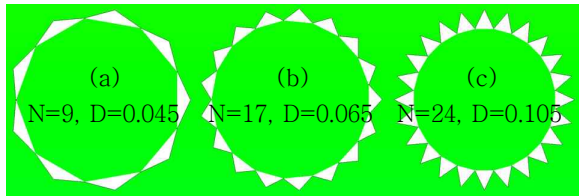


Fig.12 추가적인 해석이 진행된 선인장 모델들

3.2.2 항력 변화의 원인

Fig.13을 보면 실린더 뒤쪽에 와도가 박리되며 실린더 표면에 역와도가 발생하는 것을 볼 수 있다. 이 지점에서 가지 사이의 각도가 충분히 큰 경우 정상 유동의 경우처럼 유동이

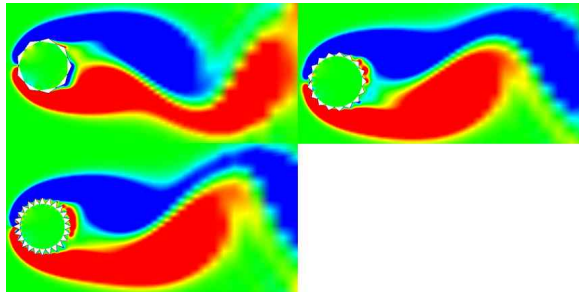


Fig.13 와도(Vorticity) 분포 (Re=100)
왼쪽 위부터 순서대로 (a), (b), (c) 이다.

실린더 벽면을 타고 흐르며 마치 레이놀즈 수의 크기가 커진 것 같은 효과를 준다. 따라서 총 항력이 줄어드는 것이다. 그러나 가지 사이의 각도가 줄어들면 점점 주 유동이 가지 사이에 개입할 수 있는 깊이가 줄어들고 마치 부드러운 표면의 원형 실린더에 가깝게 행동하게 된다. 따라서 항력도 다시 커진다. 결국 항력 변화의 원인은 정상 유동과 같고 레이놀즈 수가 정상 유동보다 커짐으로 인해 전체적인 항력의 변화 추세는 가지 사이의 각도에 따른 경향성을 띤다. 항력 변화의 원인이 정상 유동과 비슷한 것으로 미루어 보아 최적점인 D_{op} 도 식(6)을 따를 것으로 예상되고 Fig.14을 통해 그 예상이 타당하다는 것을 알 수 있다. 따라서, Fig.10과 Fig.14 그리고 선형 회귀 분석을 통해 식(6)의 α 가 Re에 대한 1차함수라고 판단할 수 있고 이를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\alpha = 0.00423Re, (20 \leq Re \leq 100) \quad (7)$$

5. 결 론

본 연구에서는 저 레이놀즈 수에서 여러 가지 조건을 가진 선인장 단면 모양 실린더의 항력 특성을 연구하였다. 연구 결과 정상 유동에서는 가시의 개수(N)가 증가 할수록 항력이 증가하지만 매끄러운 표면의 원형실린더 보다는 항상 작은 값이다. 또한, 같은 N에서 항력을 최소화 하는 가시의 길이(D_{op})가 있는데 이것이 나타나는 원인은 D가 계속 증가하면 처음에는 주 유동이 실린더 표면을 따라가나 어느 순간 주 유동이 실린더 표면을 따라오지 못하고 국부적인 유동 박리가 나타나기 때문이다. 이 D_{op} 는 식(6)으로 나타낼 수 있고 이를 통해 가지 사이의 끝에서 나타나는 국부적인 유동 박리가 항력 증가의 원인임을 확인할 수 있다. 한편, 비정상 유동은 N에 눈에 띄는 경향성을 가지지 않는다. C_D 의 전체적인 경향성은 N과 D로 표현할 수 있는 또 다른 변수인 가지 사

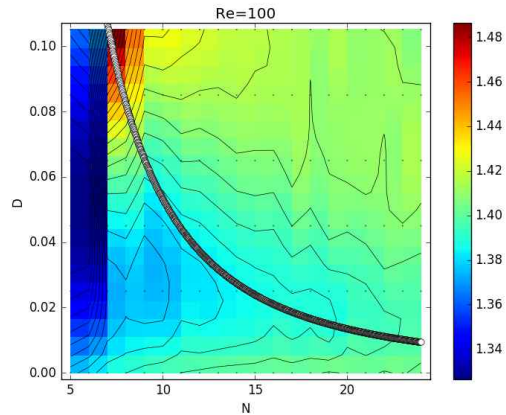


Fig.14 굵은 선으로 표시된 박리 조건. (Re=100 $\alpha=0.42$)

이 각도에 밀접한 영향을 받고 그 원인은 정상 유동과 같다. 따라서, 비정상 유동에서도 식(6)을 적용할 수 있어 이 공식을 $20 \leq Re \leq 100$ 의 범위에서 일반화시킬 수 있다.

후 기

본 논문은 2015년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단 첨단 사이언스·교육 허브 개발 사업의 지원을 받아 수행된 연구임(No. NRF-2011-0020557)

References

- [1] 2008, H. Kim, MS Thesis, Seoul Nat. Univ.
- [2] 2007, Jung-Il Choi et al., "An immersed boundary method for complex incompressible flows," Computational Physics, pp.757-784
- [3] 2002, D. Calhoun, "A Cartesian grid method for solving the two-dimensional stream function-vorticity equations in irregular region," J. Computational Physics Vol.176 pp.231-275
- [4] 2003, D. Russell, Z.J. Wang, "A Cartesian grid method for modeling multiple moving objects in 2D incompressible viscous flow," J. Computational Physics Vol.191 pp.177-205
- [5] 2001, S. Talley, G. Iaccarino, F. Mungai, and N. Mansour, "An experimental and computational investigation of flow past cacti," Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford University, pp.51-63