

## 안센 메커니즘을 적용한 보행 로봇 다리의 운동학 해석

김영두<sup>1</sup> · 방정현<sup>2†</sup>

중앙대학교 기계공학부<sup>1</sup>, 중앙대학교 전자전기공학부<sup>2</sup>

### Kinematic Analysis of A Walking Robot Leg Based on Jansen Mechanism

YOUNG-DOO KIM<sup>1</sup>, JEONG-HYUN BANG<sup>2†</sup>,

<sup>1</sup> School of Mechanical Engineering Chung-Ang Univ.,

<sup>2</sup> Dept. of Electrical & Electronic Engineering Chung-Ang Univ.

Received 0 xxxx 0000; received in revised form 0 xxxx 0000; accepted 0 xxxx 0000 [학회작성]

#### ABSTRACT:

This paper presents the kinematics of a walking robot leg based on Jansen mechanism. By using simple mathematics, all trajectories of walking robot leg links can be calculated. A foot point trajectory is used to evaluate the performance of a walking robot leg. Trial and Error method is used to find a best combination of link lengths under certain restrictions. All simulations are performed by Matlab. Ground score, drag score, step size, foot lift, instant speed, and average speed of foot point trajectories are used for selecting the best one.

**Key Words :** Jansen mechanism, Kinematics, Restrictions, Simulation, Trial and Error, walking robot

### 1. 서 론

평탄한 지형에서 사용 가능한 바퀴와는 다르게, 동물은 다리를 이용하여 평탄한 지형뿐만 아니라 굴곡진 지형에서도 수월하다. 바퀴를 이용에 비해 다리를 이용한 움직임은 다음과 같은 이점이 있다: 에너지 절약, 장애물 극복에 용이함, 다양한 크기 조절 등이다.<sup>[1]</sup>

네덜란드 물리학자인 테오 안센(Theo Jansen)은 2007 년 12 개의 바(Bar)로 이루어진 역학적 조형물을 제시하였다.

안센 메커니즘에 대한 많은 연구가 진행되고 있다. Ingram<sup>[2]</sup>은 안센 메커니즘을 이용한 보행 로봇의 장점과 운동학적 분석을 하였으며, 효율 평가 기준을 제시하였다. 김성욱<sup>[3]</sup>은 PSO

알고리즘(Particle Swarm Optimization Algorithm)을 이용하여 최적의 안센 메커니즘을 제시하였다. Patnaik<sup>[4]</sup>은 Ingram 의 모델을 토대로 바의 스트레인 값과 응력 값을 구하였다.

본 연구는 안센 메커니즘을 이용한 보행 로봇의 다리를 운동학적으로 분석한 후, 주어진 조건 하에 시행착오법(Trial and Error)을 이용하여 최적의 모델을 도출한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2.1 장에서 안센 메커니즘을 모델을 설명한다 2.2 장과 2.3 장에서는 삼각형의 기구학적 특성을 이용하여 각 꼭지점의 좌표를 도출해내는 과정을 설명한다. 2.4 장에서는 매트랩(Matlab, Natick, Massachusetts, United States) 시뮬레이션을 이용해 최적의 값을 구하는 방법을 설명한다. 마지막으로 결론에 대해 기술한다.

† Corresponding Author, yykim@snu.ac.kr

© 0000 Society of CAD/CAM Engineers

## 2. 본론

### 2.1 안센 메커니즘을 이용한 보행 로봇 다리

안센 메커니즘은 총 11 개의 절(linkage, L)과 두 개의 고정 점으로 가진다. [2] Fig. 1[5]과 같이,  $P_1$  와  $P_0$  는 고정되어있는 질점(node)이며,  $P_2, P_3, P_4$  그리고  $P_5, P_6, P_7$  은 서로간의 상대운동이 없는 삼각형 꼭지점이다.

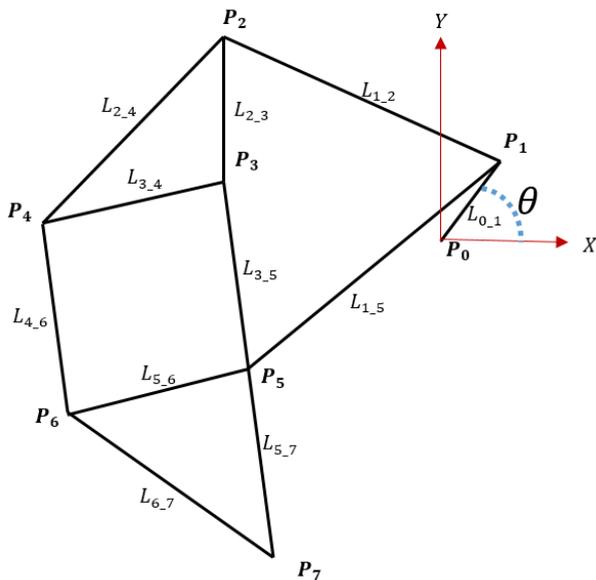


Fig. 1 Structure of a walking robot based on Jansen mechanism

보행 로봇 다리의 운동은  $\overline{P_0P_1}$ 와 X 축 사이의 각  $\theta$ 의 변화에 따른 각 질점의 궤적에 따라 정의된다. 각 질점의 위치는 11 개 절의 길이,  $\theta$ ,  $P_3$ 의 좌표를 변수로 한다. 2.2 절에서는 세 변의 길이와 두 점의 좌표점 이용하여 각 질점의 좌표를 구하기 위해, 삼각형의 기구학적 분석을 내용을 다룬다.

### 2.2 삼각형의 기구학적 분석을 통한 질점의 좌표값 계산

#### 2.2.1 세 점이 시계방향으로 배치되어 있는 경우

Fig. 1 와 같이, 삼각형을 이루고 있는 3 개의 꼭지점  $P_1, P_2, P_3$ 가 시계방향으로 배치되었다.

여기에서  $(x_1, y_1)$ 과  $(x_2, y_2)$ 의 값을 알고 있다면,  $\overline{P_1P_2}$ 이 X 축과 이루는 각  $\gamma$ 는 식 (1)로 나타낸다.

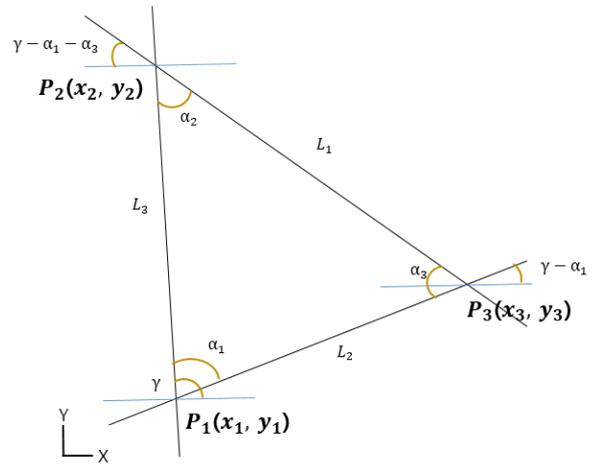


Fig. 2 Coordinates and angles of a triangle in clockwise direction

$$\gamma = \text{atan}\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right), \quad 0 \leq \gamma < \pi(\text{rad}) \quad (1)$$

$L_1$ 과  $L_2$  사이의 끼인각  $\alpha_3$ 는 코사인 제 2 법칙에 의해 식 (2)와 같이 구할 수 있으며,

$$\alpha_3 = \text{acos}\left(\frac{L_1^2 + L_2^2 - L_3^2}{2L_1L_2}\right) \quad (2)$$

$\alpha_1$ 과  $\alpha_2$ 도 동일한 방법으로 계산 가능하다.

$\overline{P_1P_3}$ 의 기울기는  $\tan(\gamma - \alpha_1)$ 이며, 직선의 방정식은 식(3)으로 나타낸다.

$$y - y_1 = \tan(\gamma - \alpha_1)(x - x_1) \quad (3)$$

동일한 방법으로  $\overline{P_2P_3}$ 의 직선의 방정식은 식 (4)로 나타낸다.

$$y - y_2 = \tan(\gamma - \alpha_1 - \alpha_3)(x - x_2) \quad (4)$$

이때, 식 (3)과 (4)의 교점은  $P_3$ 의 좌표이며,  $(x_3, y_3)$ 은 식 (5)와 (6)으로 나타낸다.

$$x_3 = \frac{-y_2 + y_1 + x_2 \tan(\gamma - \alpha_1 - \alpha_3) - x_1 \tan(\gamma - \alpha_1)}{x_2 \tan(\gamma - \alpha_1 - \alpha_3) - x_1 \tan(\gamma - \alpha_1)} \quad (5)$$

$$y_3 = y_1 + x_1 \tan(\gamma - \alpha_1)(x_3 - x_1) \quad (6)$$

#### 2.2.2 세 점이 반시계방향으로 배치되어 있는 경우

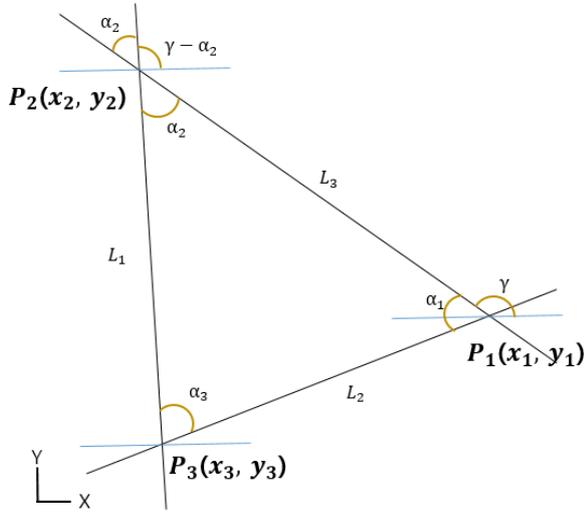


Fig. 3 Coordinates and angles of a triangle in counter-clockwise direction

Fig. 2 와 같이, 삼각형을 이루고 있는 3 개 꼭지점  $P_1, P_2, P_3$ 가 반시계방향으로 배치되었다.

식(1), (2)를 이용하여  $\gamma, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 를 계산한다.  $\overline{P_1P_3}$ 와  $\overline{P_2P_3}$ 의 직선의 방정식과  $P_3$ 의 좌표는 각각 식 (7), (8), (9), (10)로 나타낸다.

$$y - y_1 = \tan(\gamma + \alpha_1)(x - x_1) \quad (7)$$

$$y - y_2 = \tan(\gamma - \alpha_2)(x - x_2) \quad (8)$$

$$x_3 = \frac{-y_2 + y_1 + x_2 \tan(\gamma - \alpha_2) - x_1 \tan(\gamma + \alpha_1)}{x_2 \tan(\gamma - \alpha_2) - x_1 \tan(\gamma + \alpha_1)} \quad (9)$$

$$y_3 = y_1 + x_1 \tan(\gamma + \alpha_1)(x_3 - x_1) \quad (10)$$

### 2.3 각 질점의 좌표 계산 및 제한 조건

$P_1$ 의 좌표는 식 (11), (12)로 나타낸다.

$$x_1 = x_0 + L_{0,1} \cos\theta \quad (11)$$

$$y_1 = y_0 + L_{0,1} \sin\theta \quad (12)$$

Fig. 4 는 크랭크가 1 회전 할 때에, 각 질점의 좌표가 실수가 되도록 하는 L 의 조합을 구하는 순서와 제한조건을 나타낸다. 좌표 계산에 제한되는 조건은 Table 1 과 같다.

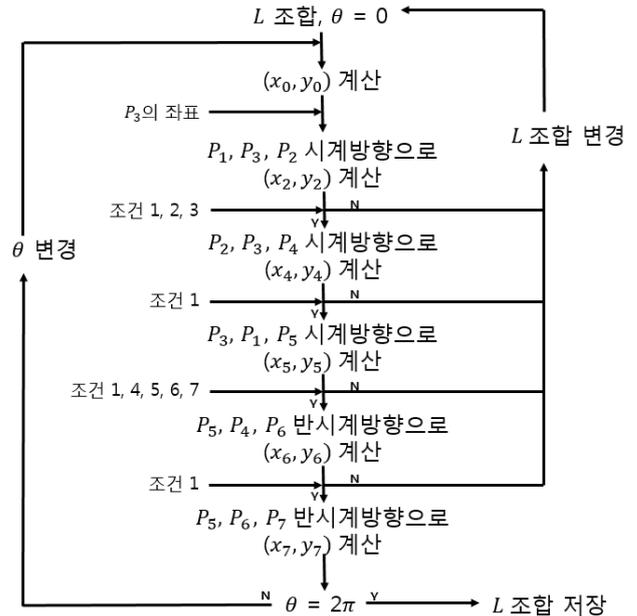


Fig. 4 Calculation order of coordinates of a walking robot

조건 1 은 삼각형의 기본 조건이며, 조건 2 와 6 은  $P_2$ 과  $P_5$  이  $P_1$ 을 회전시키고 있는 크랭크와 충돌을 방지하기 위한 조건이다. 조건 3 과 7 은 크랭크의 회전이 가능하게 하기 위한 조건이다. 조건 4 와 5 는 질점  $P_5$ 가 삼각형  $P_2P_3P_4$  및 직선  $\overline{P_1P_2}$ 와 충돌을 방지하기 위한 제한 조건이다.

Table 1 Restriction conditions on calculation of nodes

조건 1	삼각형의 가장 큰 변의 길이는 나머지 두 변의 길이 합보다 작다.
조건 2	$L_{0,1}$ 는 $L_{1,2}$ 보다 작다 $L_{0,1} < L_{1,2}$
조건 3	$\overline{P_0P_3}$ 과 $L_{0,1}$ 의 합은 $L_{1,2}$ 과 $L_{2,3}$ 의 합보다 작다 $\overline{P_0P_3} + L_{0,1} < L_{1,2} + L_{2,3}$
조건 4	$P_5$ 은 $\overline{P_1P_3}$ 직선의 밑에 위치한다. $y_5 < \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}(x_5 - x_1) + y_1$
조건 5	$P_3$ 은 $\overline{P_4P_5}$ 직선의 위에 위치한다. $y_3 < \frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4}(x_3 - x_4) + y_4$
조건 6	$L_{0,1}$ 는 $L_{1,5}$ 보다 작다 $L_{0,1} < L_{1,5}$
조건 7	$\overline{P_0P_3}$ 과 $L_{0,1}$ 의 합은 $L_{1,5}$ 과 $L_{3,5}$ 의 합보다 작다 $\overline{P_0P_3} + L_{0,1} < L_{1,5} + L_{3,5}$

2.4 시뮬레이션

Table 2 과 같이, 길이 조합 L과 변수를 정의하였다.  $L_{0,1}$ ,  $L_{1,2}$ ,  $L_{3,5}$ 와  $P_3$ 의 좌표는 과학상자(제일과학, 파주, 경기도, 대한민국)에서 제공하는 에디슨 경진대회 전용 부품의 규격에 맞추었고,  $\theta$  값에 따라 각 질점의 궤적을 계산한다.

Table 2 Combination Lengths of nodes, mm

$L_{0,1}$	25.4
$L_{1,2}$	88.9
$L_{1,5}$	60 : 0.4 : 100
$L_{2,3}$	60 : 0.4 : 100
$L_{2,4}$	60 : 0.4 : 100
$L_{3,4}$	60 : 0.4 : 100
$L_{3,5}$	38.1 : 12.7 : 88.9
$L_{4,6}$	$L_{3,5} + 0, 0.2, 0.4, 0.6$
$L_{5,6}$	60 : 0.4 : 100
$L_{5,7}$	60 : 0.4 : 100
$L_{6,7}$	60 : 0.4 : 100
$x_3$	-63.5
$y_3$	-12.7
$\theta$	$\pi/36 : \pi/36 : 2\pi$ (rad)
$\dot{\theta}$	$2\pi$ (rad/s)

2.4.1 매트랩을 이용한 시뮬레이션

Ingram 에 의하면<sup>[6]</sup>, 양센 메커니즘의 수학적 모델은 길이 조합 L 에 선형적이지 않으며, 미분가능하지 않다. 따라서 원하는 질점의 궤적을 얻기 위해 유전자 알고리즘(GA : Genetic Algorithm), PSO 알고리즘, 그리고 시행착오법 등이 사용된다. 본 논문에서는 시행착오법으로 최적의 길이 조합 L 을 구한다.

2.4.2 최적화를 위한 변수

위 데이터와 Fig. 4 의 방법을 통해  $P_7$ 의 궤적을 구한다.  $P_7$ 의 궤적에서 보행보폭(Step Length)를 정의하는 다양한 방법이 있다.<sup>[3] [6] [7]</sup> 하지만 5mm 의 턱을 감지해야 하기 때문에, 가장 낮은 지점에서 1mm 이내의 연속적인 궤적을 지면에 접촉해 있다고 정의하며, 그 시간동안 움직인 X 축 길이를 보행보폭으로 정의한다.  $P_7$ 이 1 회전시,  $t_1$ 에서  $t_2$ 까지 지면과 접촉해 있을 때, Ground score 는 식(13)으로 나타낸다.<sup>[8]</sup>

$$\text{Ground score} = \frac{t_2 - t_1}{1 \text{ cycle time}}, t_1 \leq t_2$$

임의의 시간  $t(t_1 \leq t \leq t_2)$ 에서  $P_7$ 의 X 축 방향

의 속력을 순간속력(X Velocity( $t$ )), 순간속력간 가장 큰 차이를 Drag score,<sup>[8]</sup> 순간속력의 평균을 평균속력(Average Velocity)으로 정의한다.<sup>[6]</sup> 보행높이(Foot Lift)는  $P_7$ 의 높이의 가장 큰 차이로 정의한다.

Ground score 가 0.5, 보행높이가 15mm 이상  $P_7$  궤적을 가진 조합 L 과  $P_3$  을 추출한다. 이렇게 추출된 조합 중 평균속력에 대한 순간속력의 표준편차(STD)의 비가 가장 작은 조합을 최적의 조합으로 선택한다.

2.4.2 시뮬레이션 결과

계산된 최적의 조합 L 과  $P_3$ 는 Table 3 과 같다.

Table 3 A Calculated best combination, mm

Link	Length	Link	Length
$L_{0,1}$	25.4	$L_{3,5}$	63.5
$L_{1,2}$	88.9	$L_{4,6}$	63.5
$L_{1,5}$	100	$L_{5,6}$	64
$L_{2,3}$	60	$L_{5,7}$	68
$L_{2,4}$	76	$L_{6,7}$	96
$L_{3,4}$	64	$P_3$	(-63.5,-12.7)

Table 4 는 Table 3 를 토대로 계산된 변수를 나타낸다. Ground score 는 0.500 로, 게 로봇이 4 족 보행을 할 경우, 운동 중 게 로봇은 지속적으로 지면과 접촉한다. 또 1mm 이내를 지면으로 감지하고 보행높이가 27.8mm 이기 때문에, 높이 1mm 이상의 언덕을 감지하며 넘을 수 있을 것이다.

Table 4 A Calculated variables based on a best combination

Variable	Value
Ground score	0.500
Step Length	93.9 mm
Foot Lift	27.8 mm
Drag Score	105.1 mm/s
Average Velocity	30 mm/s
STD	0.157
Average Velocity	

Fig. 5 는 크랭크가 1 회전 할 때,  $P_7$ 의 궤적을 나타낸 것이다. 1mm 가 지면과 크랭크 사이의 거리에 비해 작기 때문에( $\approx 1/135$ ), 게 로봇의 보행 중 게 로봇의 크랭크 위 아래 움직임은 크지 않다.

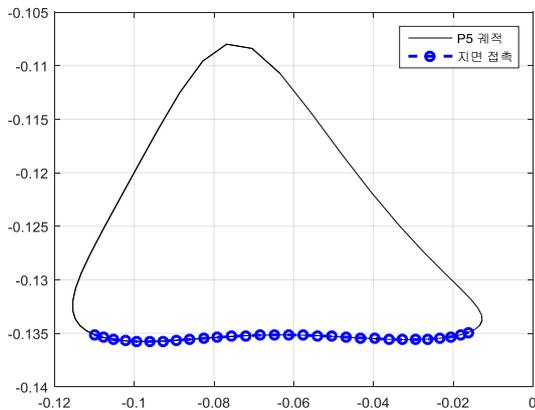


Fig. 5 A trajectory of the foot point,  $P_7$ , mm

Fig. 6 은 크랭크 1 회전 시 모든 질점의 궤적을 나타낸 것이다. 모든 질점이 충돌 없이 회전한다.

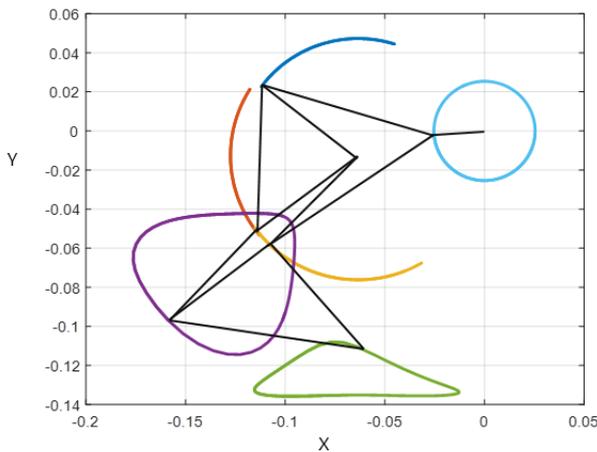


Fig. 6 Trajectories of every node, mm

### 3. 결론

본 논문은 안센 메커니즘을 적용한 보행 로봇의 다리의 구조와 움직임에 대해 기구학적으로 분석하였다. 간단한 수학적 모델을 이용하여 크랭크의 회전따라 모든 질점의 좌표를 계산하였다. 이렇게 계산된 질점에 제한 조건을 적용하여, 보행 로봇 다리의 부분이 서로 충돌하지 않도록 설계하였다. 이후, Ground score, Drag score 등 5 가지의 평가 기준을 통해 주어진 조건에서 가장 높은 효율을 가진 조합 L 을 찾았다.

바퀴가 아닌 다리는 사용하는 보행 로봇은 에너지 효율이 좋고, 장애물 극복이 용이하며 다양한 크기로 제작이 가능하다. 따라서 평탄하지 않

는 지형뿐 아니라, 습지, 해안가에서 이동 및 운송 등 다양한 장소에서 다양한 용도로 사용될 수 있다.

### 감사의 글

본 논문은 2015 년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단 첨단 사이언스·교육 허브 개발 사업의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2014M3C1A6038793)

### 참고문헌

1. Moldovan, F. Dolga, V., Ciontos, O. & Pop,3. 2011. Cad design and analytical model of a twelve bar waling mechanism. *Scientific Bulletin, Series D*, 73(2).
2. Ingram, A.J 2006, Phd thesis : *A new type of mechanical walking machine*, University of Johannesburg, RSA, pp.34 - 47.
3. S.W KIM, D.H KIM, 2011, Kinematic Analysis of a Legged walking Robot Based on Four-bar Linkage and Jansen Mechanism, *Journal of Korean Institute of Intelligent System*, 21(2), pp.437 – 446
4. Patnaik, S. 2015, Analysis Of Theo Jansen Mechanism (Strandbeest) And Its Comparative Advantages Over Wheel Based Mine Excavation System, *IOSR Journal of Engineersing*, Vol. 05, Issue 07, pp. 43-52
5. Ghassaei, Amanda. 2011, The Design and Optimization of a Crank-Based Leg Mechanism, Master thesis, Pomona Colleege, Department of Physics and Astronomy, USA, pp. 30.
6. Ingram, A.J 2006, Phd thesis : *A new type of mechanical walking machine*, University of Johannesburg, RSA, pp.41.
7. Amanda Ghassaei, 2011, The Design and Optimization of a Crank-Based Leg Mechanism, pp. 37.
8. <http://garethrees.org/2011/07/04/strandbeest/>