주성분 분석을 활용한 Non-local means 에서의 효율적인 공분산 행렬 계산 연구

김정환 이민정 정제창
한양대학교 전자컴퓨터통신공학과
jhkim07@hanyang.ac.kr aeca2002@gmail.com jjeong@hanyang.ac.kr

A Study to Calculate an Efficient Covariance Matrix of Non-local Means with Principal Components Analysis

Jeonghwan Kim Minjeong Lee Jechang Jeong
Department of Electronics and Computer Engineering, Hanyang University

요 약

본 논문에서는 먼저 주성분 분석 (Principal components analysis, PCA) 을 활용한 Non-local means (NLM) 을 소개하고, 주성분 분석을 하기 위해 필수적인 공분산 행렬 계산을 효율적으로 하는 방법을 제안한다. NLM 에서의 Neighborhood patch 의 크기를 $S \times S = S^2$, 이미지 전체의 픽셀 수를 Q 일 때 공분한 행렬을 계산 하기 위해서는 $S^2 \times Q$ 크기를 가지는 행렬간의 곱 연산이 필요하다. 결론적으로 본 논문에서는 이 행렬의 크기를 줄임으로써 PSNR (Peak signal-to-noise ratio) 의 손실 없이 NLM 의 복잡도를 줄일 수 있음을 보여준다.

1. 서론

Non-local means (NLM) [1] 은 이미지가 가지는 특성 중 하나인 self-similarity 를 이용하여 이미지에 존재하는 노이즈를 제거 하는 방법으로 Bilateral filtering[3], BM3D[4] 등과 함께 널리 쓰이는 이미지 제거 (Image denoising) 기법 중 하나이다.

NLM 의 장점으로는 비교적 구현이 쉽다는 점이 있으나 그에 비해 많은 연산 량을 요구한다. 이 연산 량을 줄이기 위해서 [2]은 주성분 분석 (Principal components anlyasis, PCA)를 활용하여 NLM 의 복잡도를 줄였고 PCA 를 활용한 방법이 기존의 NLM 에 비해서 더 효율적인 노이즈 제거 방법임을 보여주었다.

PCA 를 활용하기 위해서는 공분산 행렬 (Covariance matrix)을 구하기 위한 추가적인 연산이 필요하다. 따라서 본 논문에서는 이 연산을 줄이기 위한 방법을 제안하고 그에 따른 PSNR (Peak signal-to-noise ratio)가 어떻게 변화하는지를 실험을 통해서 보여준다.

본 논문의 구성을 다음과 같이 이루어져 있다. 2 절에서는 NLM 을 소개한 후, 3 절에서는 PCA 를 이용하여 NLM 의 복잡도를 줄이는 방법에 대해서 소개한다. 4 절은 PCA 를 하기 위해 필수적으로 구해야 하는 공분산 행렬을 효율적으로 계산하는 방법을 제안하고 실험을 통해서 확인한다.

2. Non-local means

Additive Gaussian white noise (AGWN) 에 의해 오염된 이미지의 i 번째 픽셀에서의 관측 값을 $v(i) = u(i) + \eta(i)$ 라고 정의하자. $u(i)$ 는 우리가 측정하고자 하는 원본 값, $\eta(i)$ 는 AGWN 항이다. NLM 알고리즘[1] 은 픽셀 주변 값들을 이용하여 일정 범위 안에 있는 모든 픽셀들의 가중 평균을 취하여 노이즈를 제거 하는 방식이다. N_i 을 i 번째 픽셀을 중심으로 $S \times S$ 크기를 가지는 주변 픽셀들 (Neighborhood patch)이라고 정의하자. 또한 Ω_i 을 i 번째 픽셀을 중심으로 $R \times R$ 범위 안에 있는 픽셀들의 집합 (Searching window) 이라고 한다면 NLM 은 다음과 같은 식에 의해서 정의된다.

$$\tilde{u}(i) = \sum_{j \in \Omega_i} \frac{1}{Z(i)} e^{-\frac{\|v(\mathrm{N}_i) - v(\mathrm{N}_j)\|^2}{h^2}} v(j) \tag{1}$$

$Z(i) = \sum_{j \in \Omega_i} e^{-\|v(\mathrm{N}_i) - v(\mathrm{N}_j)\|^2 / h^2}$ 은 normalizing 항이고, $\tilde{u}(i)$ 는 원본 값의 추정치 이다. h 는 가중 평균 합을 조절하는 parameter 로 [1]에서는 neighborhood patch 의 크기가 7×7 이고 AGWN 의 표준편차가 σ 일 때 대략적으로

$h = 10\sigma$ 정의 했으나 이는 PSNR 관점에서 좋은 선택은 아니며 다른 방법이 필요하다 [2]. 또한 [1]에서는 searching window 의 크기를 제한하지는 않았으나 일반적으로 계산 복잡도를 위하여 일정 범위를 정하여 알고리즘을 수행하게 된다. [5]에 의하면 일반적인 경우에는 $R \geq 15$ 가 되면 오히려 PSNR 이 감소한다는 것을 알 수 있다.

서론에서도 언급했듯이 NLM 의 단점은 연산 량이 많다는 점이다. 이미지 전체의 픽셀 수를 Q 라고 하면 NLM 의 복잡도는 $O(Q \times S^2 \times R^2)$ 가 된다.

3. Non-local means with principal components analysis

따라서 이러한 NLM 의 복잡도를 줄이기 위해서 [2]에서는 neighborhood patch 들 간의 L2 거리 $\|v(N_i) - v(N_j)\|^2$ 를 계산하는 것이 아니라 PCA 를 활용하여 neighborhood patch $v(N_i)$ 의 차원을 축소한 후 계산을 하였다.

PCA 를 하기 위해서 먼저 neighborhood patch 들의 공분산 행렬을 구해야 하는데 $v(N_i)$ 의 평균값을 $\bar{v}(N_i)$ 라고 하자. $v(N_i) - \bar{v}(N_i)$ 을 $S^2 \times 1$ 의 크기를 가지는 열 벡터로 나타낸 것을 $v(P_i)$ 라고 하고, 이미지 전체 픽셀 중에서 임의의 픽셀 집합을 Ψ 라고 하자. 이 픽셀 집합을 이용하여 만든 neighborhood patch 행렬을 M 이라고 할 때 이 행렬은 $S^2 \times |\Psi|$ 크기를 가진다. $|\Psi|$ 은 집합 Ψ 의 원소의 개수이다. 이 행렬을 이용하여 neighborhood patch 들의 공분산 행렬 C 는 다음과 같이 정의 된다.

$$C = \frac{1}{|\Psi|} M \times M^T \tag{2}$$

좀 더 자세한 PCA 방법은 [6]을 참조하자. C 를 이용하여 $v(N_i)$ 에 PCA 를 수행하여 차원을 축소한 결과를 $v_d(\mathrm{N}_i)$ 라고 하자. d 는 PCA 에 의해서 축소된 차원을 나타낸다. 만약 neighborhood patch 의 크기가 7×7 일 때 $1 \leq d \leq 49$ 가 되고 $d = 49$ 일 때는 원래의 NLM 과 똑 같은 결과를 얻게 된다. 결과적으로 PCA 를 이용한 NLM 은 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{u}(i) = \sum_{j \in \Omega_i} \frac{1}{Z_d(i)} e^{-\frac{\|v_d(\mathrm{N}_i) - v_d(\mathrm{N}_j)\|^2}{h^2}} v(j) \tag{3}$$

여기서 $Z_d(i) = \sum_{j \in \Omega_i} e^{-\|v_d(\mathrm{N}_i) - v_d(\mathrm{N}_j)\|^2 / h^2}$ 은 새로운 normalizing 항이 된다. 수정된 NLM 의 복잡도는 $O(Q \times d \times R^2)$ 로 줄어들게 된다.

4. 공분산 행렬 계산

공분산 행렬 계산은 기존 NLM 에 존재하지 않았던 연산으로 공분산 행렬의 크기가 가능한 작게 하는 것이 바람직하다. [2]에서는 전체 픽셀 수의 10%정도를 사용 하다는 것이 바람직하다고 되어있다. 따라서 집합 Ψ 의 크기에 따라서 PCA 과정의 연산 수행 속도와 수정된 NLM 의 PSNR 이 어떻게 변하는지 실험을 해 보았다.

전체 이미지 픽셀에서 샘플링을 하는 방법은 [2]에서는 랜덤 샘플링 과정을 하라고 되어있지만 본 논문에서는 좀 더 구체적으로 그림 1 과 같은 방법을 이용해 샘플링을 하였다.

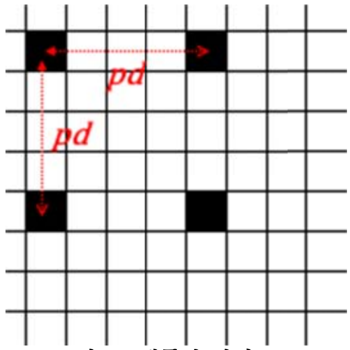

그림 1. 샘플링 방법

즉 neighborhood patch $v(N_i)$ 들 간의 correlation 을 줄이기 위해서 일정한 픽셀 간격 pd 을 두고 샘플링을 하였다. 만약 $pd = 1$ 인 경우에는 이미지 전체 픽셀을 대상으로 공분산 행렬을 계산하게 된다. 표 1 은 512×512 *Lena* 이미지를 사용하여 pd 에 따른 수정된 NLM 의 PSNR 과 공분산 행렬의 계산 시간을 나타낸다. 계산은 Intel® i5-2500, 4GB RAM, MATLAB R2011a 환경에서 진행되었고 수행속도는 자세한 비교를 위해 수정된 NLM 이 모든 과정을 수행하는데 걸린 시간이 아닌 오직 공분산 행렬을 구하는 시간만을 측정하였다.

표 1. 공분산 행렬에 따른 계산 속도와 PSNR 비교
512×512 *Lena*, $\sigma = 10$, $S = 7$, $R = 13$, $h = 42$, $d = 6$

픽셀 간격 pd	PSNR	Time (s)
1	34.62	0.27318
2	34.62	0.10419
4	34.62	0.02343
8	34.60	0.00318
16	34.60	0.00119
32	34.57	0.00074
64	34.70	0.00059
128	34.01	0.00051

Parameter h 와 d 는 [2]에서 제안한 방법을 이용하여 선택하였다. 표에서 보듯이 $1 \leq pd \leq 16$ 일 경우에는 PSNR 값은 모두 큰 변화가 없었지만 계산 시간은 큰 차이를 보였다.

오히려 전체 픽셀 개수의 1%도 되지 않는 $pd = 64$ 인 경우에 PSNR 이 소폭 상승하였는데 이는 적절한 샘플링을 통해서 더 효율적인 주축 (Basis)을 구할 수 있음을 알 수 있다. 따라서 적절한 샘플을 취함으로써 PSNR 과 계산 속도 시간 모두 향상시킬 수 있음을 알 수 있다. 다만 노이즈 레벨이 더 높아질수록 더 정확한 주축을 구하기 위해서는 많은 픽셀들이 필요하다. 그림 2 는 표 1 의 결과를 포함한 몇 개의 표준 테스트 이미지를 대상으로 실험한 결과인데 (h 는 위의 실험과 마찬가지로 [2]에서 제안된 방법에 따라 높은 PSNR 을 얻기 위해서 σ 에 따라 바꿔주었다) $\sigma = 50$ 일 경우에는 *House* 이미지를 제외하고는 샘플 수가 적어질수록 PSNR 이 감소하는 경향을 볼 수 있다.

5. 결론

PCA 를 활용한 NLM 에서 중요한 요소 중 하나는 공분산 행렬을 어떻게 구하느냐 일 것이다. 사실, 수정된 NLM 에서 수행속도에 가장 큰 영향을 미치는 것은 공분산 행렬을 구하는 과정 보다는 이미지 크기이다. 그럼에도 불구하고, 모바일 시장이 커짐에 따라서 모바일 환경에서의 알고리즘 구현도 중요한데, 모바일 환경에서는 계산 시간이 곧 전력 효율을 나타내는 것이므로 작은 양의 시간이라도 줄이는 것이 최선일 것이다. 또한 일정 수준의 노이즈 레벨에서는 적절한 샘플링을 통해서 오히려 PSNR 도 높아질 수 있음을 실험을 통해서 밝혀졌다.

본 논문에서는 간단한 픽셀간의 거리를 통해서 샘플링을 하였지만 간단하면서도 더 효율적인 공분산 행렬을 구하는 방법이 더 연구되어야 할 것이다.

감사의 글

"본 연구는 미래창조과학부 및 정보통신기술진흥센터의 대학 ICT 연구센터 육성지원사업의 연구결과로 수행되었음" (IITP-2015-H8501-15-1005)

참고 문헌

[1] A. Buades, B. Coll, and J.-M. Morel, "A non-local algorithm for image denoising," *CVPR*, 2005, vol. 2, pp. 60-65.

[2] T. Tasdizen, "Principal neighborhood dictionaries for nonlocal means image denoising," *IEEE Trans., Image processing*, 2009, vol. 18, no. 12, pp. 2649-2660.

[3] C. Tomasi and R. Manduchi, "Bilateral filtering for gray and color images," *ICCV*, 1998, pp. 839-846.

[4] K. Dabov, A. Foi, V. Katkovnik, and K. Egiazarian, "Image denoising by sparse 3D transform-domain collaborative filtering," *IEEE Trans., Image processing*, 2007, vol. 16, no. 8, pp. 2080-2095.

[5] J. Salmon, "On two parameters for denoising with non-local means," *IEEE Signal processing letters*, 2010, vol. 17, no. 3, pp. 269-272.

[6] L. I Smith, "A tutorial on principal components analysis," 2002.

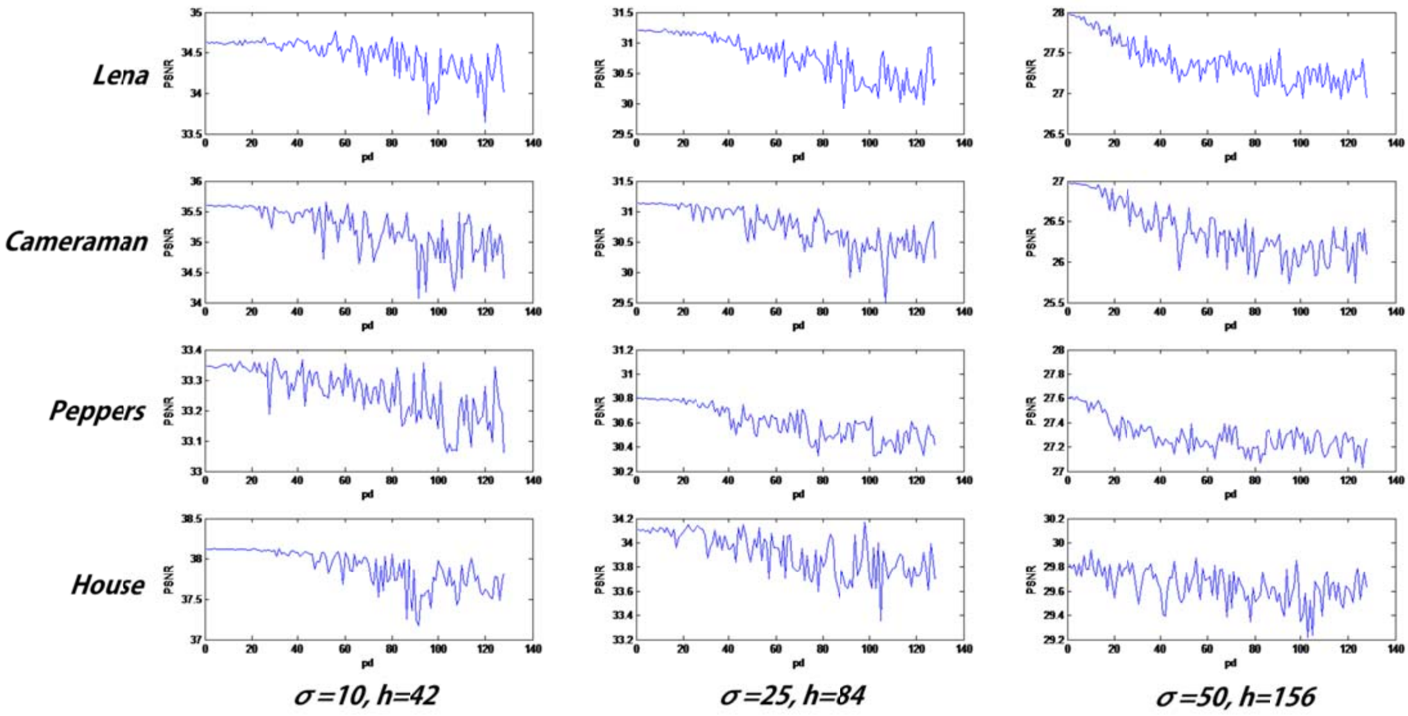

그림 2. pd 에 따른 PSNR 비교. $S=7,\ R=13,\ d=6$