

## 쿼드로터를 위한 노이즈 저감 및 PID 제어기 설계

하상욱\*, 김종영\*, 박봉석\*  
조선대\*

### PID Controller Design with Noise Reduction for Quad-rotor

Sang-Wook Ha\*, Jong-Young Kim\*, Bong Seok Park\*  
Chosun University\*

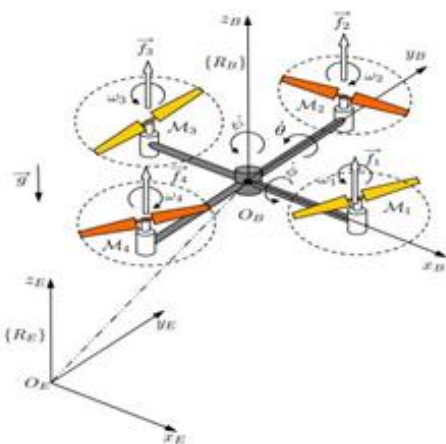
**Abstract** - In this paper, we propose a PID control scheme with noise reduction for attitude control of quad-rotor. To reduce the measurement noise, the disturbance observer with noise reduction is employed and then the PID controller is designed to control the attitude of quad-rotor. Finally, simulation results are provided to verify the effectiveness of the designed control scheme.

#### 1. 서 론

쿼드로터(quad-rotor)는 4개의 로터를 포함한 비행체를 뜻하며 각 로터에 프로펠러가 부착되어 회전에 의한 추력과 토크를 통해 수직이착륙 및 자유비행이 가능하다. 하나 비행 추력을 로터에 의존하며 4개나 달려있기 때문에 토크에 의한 진동이 발생하며 이는 각속도 및 가속도 센서의 기존 오차에 더해져 센서의 정확도를 낮추게 된다. 일반적으로 칼만필터나 상보필터를 이용하여 데이터의 정확도를 높이거나 추가적인 설계를 요구한다. 본 논문에서는 노이즈 저감 기능을 갖는 외란 관측기 기반 PID 제어기 설계를 이용하여 센서의 정확도를 높이는 동시에 자세제어를 하는 방식에 대하여 서술하였으며 모의실험을 통하여 성능을 검증하였다.

#### 2. 쿼드로터 모델링

쿼드로터는 몸체로부터 X자 혹은 +자 형태로 다리를 뻗어있으며 다리 끝에는 프로펠러가 부착된 로터가 장착되며 그림 1과 같다. 프로펠러는 시계 방향(Clockwise) 2개와 반시계방향(Counter Clockwise) 2개를 사용하며 마주보는 로터는 같은 방향의 프로펠러를 사용하며 같은 방향으로 회전한다. 이를 통해 쿼드로터는 호버링 도중에 비행체가 향하는 방향을 제어할 수 있다. 비행체의 각 축에 대한 회전을 각각 Roll, Pitch, Yaw로 정의하며 이를 제어함으로써 자세제어가 가능하다.



<그림 1> 쿼드로터 모델

자세제어를 위한 쿼드로터의 상태벡터 X는 3개의 상태를 가지며 다음과 같이 가정한다.

$$X = [\phi, \theta, \psi]^T \quad (1)$$

왼쪽에서 부터 몸체의 x, y, z축에 해당하는 회전성분과 각속도의 순서로 존재한다.  $\tau$ 는 비행체의 각 축의 회전에 대한 모멘트

이며 같이 정의된다.

$$\tau = [\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]^T = [(f_4 - f_2)l, (f_3 - f_1)l, \sum_{n=1}^4 \tau_{Mn}]^T \quad (2)$$

여기서  $l$ 은 무게중심으로부터 프로펠러까지의 길이를 의미하며  $\tau_{Mn}$ 은 n번째 모터의 토크를 의미한다.  $f_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ )는 각 모터의 회전에 의해 발생하는 추력이다. 이를 통해 오일러-라그랑제 방정식(Euler-Lagrange equation)을 재정의 할 수 있다.

$$J\ddot{X} + \mathcal{J} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X} (\dot{X}^T J \dot{X}) = \tau \quad (3)$$

이때 코리올리스(Coriolis) 벡터는 다음과 같이 정의할 수 있으며

$$F_c(X, \dot{X}) = \mathcal{J} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial X} (\dot{X}^T J) \quad (4)$$

식 (4)를 이용하면 식 (3)은 다음과 같은 표현할 수 있다.

$$\ddot{X} = \mathcal{J}^{-1} \tau - F_c(X, \dot{X}) \dot{X} \quad (5)$$

$F_c(X, \dot{X}) \dot{X}$ 를 비구조적 불확실성(unstructured uncertainty)으로 가정한다면 이는 외란과 같으므로 식(5)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\tau}_\phi \\ \tilde{\tau}_\theta \\ \tilde{\tau}_\psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_{d,\phi} \\ \tau_{d,\theta} \\ \tau_{d,\psi} \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서  $\tilde{\tau} = \mathcal{J}^{-1} \tau$ 이며,  $\tau_{d,\phi}, \tau_{d,\theta}$ 와  $\tau_{d,\psi}$ 는 외란을 나타낸다.

#### 3. 제어기 설계

##### 3.1 PID 설계

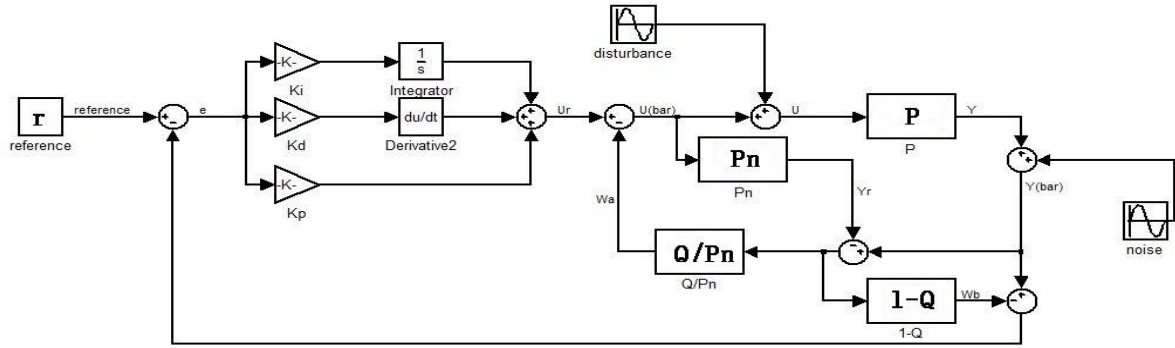
쿼드로터의 자세제어 모델은 모터의 동역학 모델과 몸체의 회전 운동학 모델이 합쳐진 형태로써 PD제어기로도 제어가 가능하나 모터의 모델에 따라 원하는 성능을 만족하지 못하는 경우가 생긴다. 이를 해소하기 위해 PID 제어기를 사용하여 설계한다. 제어입력  $\tilde{\tau}_\phi$ 와  $\tilde{\tau}_\theta$ 는 비행체의 roll과 pitch 제어를 위해 사용되며  $\tilde{\tau}_\psi$ 는 비행체의 yaw 제어를 위해 사용된다. 제어 목표치  $X_d$ 에 대하여 상태 오차값  $X - X_d$ 를  $X_e$ 라고 가정할 때 PID 제어기의 형태는 다음과 같이 정의된다.

$$U_r = K_d \dot{X}_e + K_p X_e + K_i \int X_e \quad (7)$$

여기서  $K_d, K_p, K_i$ 는 제어 이득값을 의미한다.

##### 3.2 노이즈 저감 필터 설계

센서의 노이즈 저감을 위해 안정된 저역 통과 필터(low-pass filter)를 포함한 노이즈 저감 외란 관측기(disturbance observer with noise reduction)[1]를 추가하여 센서의 정확도를 높여 정확한 제어를 목표로 한다. 그림 2는 노이즈 저감 외란 관측기를 포함한 전체 시스템이다.  $Q(s)$ 는 저역 통과 필터이며, 다음과 같



**<그림 2> 제어기와 외란 관측기를 포함한 시스템 블록도**

이 정의된다.

$$Q(s) = \frac{1}{(a_1 s + a_2)^l} \quad (8)$$

이때 필터의 시정수  $a_1 > 0$ 이고  $l$ 은 양수이며 모델의 최고지수보다 커야한다.  $Q(s)$  필터는  $[0, w_L]$ 의 저주파 통과대역을 가지며 다음과 같은 성질을 가진다.

$$\begin{aligned} |Q(jw)| &\approx 1, w \in [0, w_L] \\ |Q(jw)| &\approx 0, w \in (w_L, \infty) \end{aligned} \quad (9)$$

필터와 제어기를 포함한 시스템의 입력  $U$ 를 다음과 같이 정의된다.

$$U = K_d s E(s) + K_p E(s) + K_i \frac{E(s)}{s} - Q(s) P_n^{-1}(s) \{ \bar{y}(s) - y_r(s) \} \quad (10)$$

여기서  $E(s) = r(s) - \bar{Q} \bar{y}(s) - (1-Q)y_r(s)$ 이다.

#### 4. 모의 실험

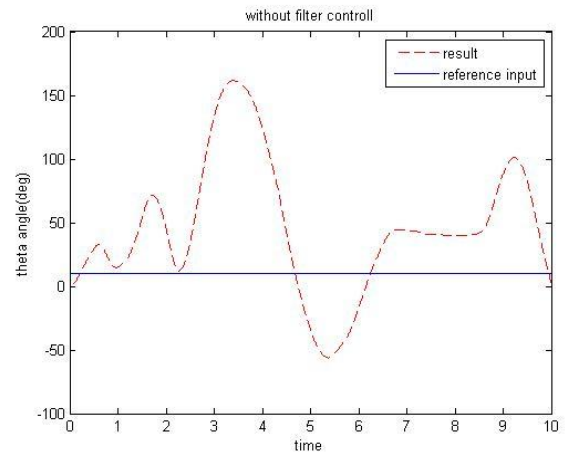
본 장에서는 설계된 제어 시스템의 성능을 검증하기 위해 다음과 같이 식 (6)과 모터 모델이 결합된 실제 쿼드로터의 모델을 이용하였다.

$$P(s) = \frac{1}{s^2} * \frac{0.08274}{0.2391s + 1} = \frac{0.08274}{0.2391s^3 + s^2} \quad (11)$$

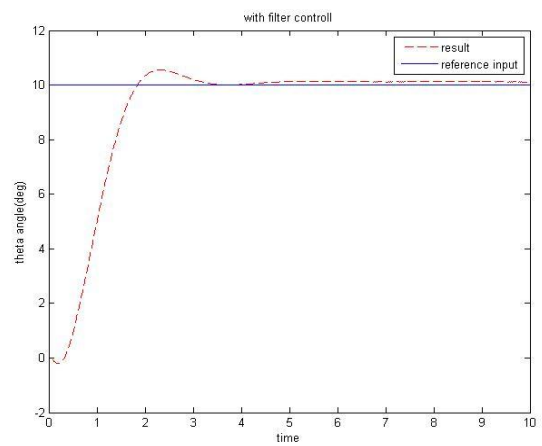
$P_n(s)$ 는  $P(s)$ 와 동일하며 제어기 이득값은  $K_p = 28.11$ ,  $K_i = 0.2783$ ,  $K_d = 27.85$ 로 설정하였다. 또한 외란과 노이즈와 필터의 시정수는 각각  $\tau_{d,i} = 40 \sin(15\pi t)$ ,  $a_{1,i} = 0.1$ ,  $n_i = 200 \sin(300\pi t + \pi/6)$ , ( $i = \phi, \psi$ )로 설정하였다. 모의실험은  $\theta$ 에 대해서만 적용하였으며  $\phi$ 와  $\psi$  또한 동일하게 적용할 수 있다. 그림 3과 4는 모의 실험 결과를 나타내며, 필터를 사용하지 않았을 경우 제어가 잘 이루어지지 않으나 필터를 사용한 경우에는 레퍼런스 입력을 잘 추종함을 볼 수 있다. 따라서 설계된 제어 시스템은 외란과 노이즈가 있는 경우에 주어진 레퍼런스 입력을 잘 추종함을 확인할 수 있다.

#### 5. 결 론

본 연구에서는 PID 제어기와 외란 관측기 $r$ 를 이용하여 외란과 센서 노이즈를 감쇠시키는 제어 시스템을 제안하였다. 기존에 노이즈를 감쇠시키기 위해 사용하던 칼만필터나 상보필터의 추가 설계의 문제점을 해결하기 위해 노이즈 저감 기능을 갖는 외란 관측기를 추가하였으며 모의 실험을 통해 제안된 시스템의 성능이 우수함을 검증하였다.



**<그림 3> 외란 관측기가 없는 경우 모의 실험 결과**



**<그림 4> 외란 관측기가 있는 경우 모의 실험 결과**

#### [참 고 문 헌]

[1] Jo, Nam H., and Hyungbo Shim. "Robust stabilization via disturbance observer with noise reduction." Control Conference (ECC), 2013 European. IEEE, 2013.