

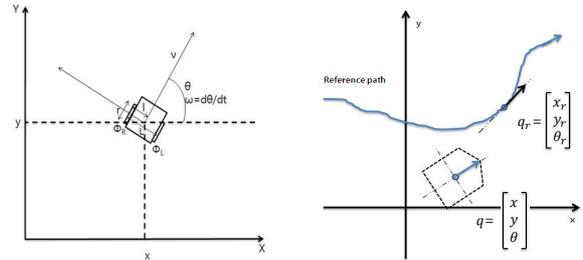
하중적분 PDC와 ISMC를 이용한 이동 로봇의 궤도 추적 제어 시스템

백두산*, 박승규*, 윤태성*
 창원대 전기공학과*

Trajectory Tracking Control System Design of Mobile Robot Based on WIPDC and ISMC

Du-San Baek*, Seung-Kyu Park*, Tae-Sung Yoon*
 Department of Electrical Engineering, Changwon National University*

Abstract - In this paper, a new control technique using WIPDC(Weighted Integral Parallel Distributed Compensation) and ISMC(Integral Sliding Mode Control) is proposed for high performance and robust trajectory tracking control of a wheeled mobile robot. The WIPDC reduces the steady-state error by adding a weighted integral controller to the PDC. So, the trajectory tracking control using the WIPDC can obtain more accurate control performance than the PDC. And the ISMC based control input gives the mobile robot to preserve the system dynamics controlled by the WIPDC control input in spite of external disturbances. Therefore, the proposed control method shows a robust and precise trajectory tracking performance.



〈그림 1〉 이동 로봇 기구학과 기준 궤도

여기서, v_r 과 ω_r 은 각각 기준 궤적을 생성하는 속도 입력 및 각속도 입력이고, u 는 이동로봇에의 입력 이다.

1. 서 론

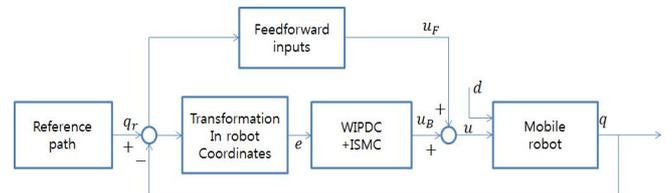
이동로봇의 궤도 추적 제어(trjectory tracking control)를 위하여 Lyapunov 함수를 이용해 안정도를 보장 받는 제어기가 제안되었고, 이동 로봇의 궤적과 기준 궤적 간의 오차 방정식을 제어 시스템으로 놓고 그 오차 값을 평형 상태로 보내어 오차를 0으로 만드는 궤도 추적 제어 방법이 제안되었다[1]. 그리고 제어 입력이 피드포워드 입력과 피드백 입력으로 구성되어진 구조의 제어 시스템을 가지며, 기준 궤도 주위에서 선형화된 에러 동특성을 가지는 모델에 선형 예측 제어 기법을 적용하여 제어를 설계하는 궤도 추적 제어 방법이 제안되었다[2]. 이동 로봇의 기준 궤도 추적이 있어 제어 대상이 되는 기준 궤적과 이동로봇의 오차 방정식은 비선형 성분을 가지는 비선형 시스템인데, 이러한 비선형 시스템의 제어에 현재 많이 사용되는 방법 중 하나가 T-S 퍼지 제어 기법이다. T-S 퍼지 기법 중에 PDC(Parallel Distributed Compensation) 기법[3]은 다른 제어 기법에 비해 상대적으로 간단하고 사용하기 쉽지만, 제어 성능에 있어서는 다른 복잡한 제어 기법에 비하여 다소 부족하다. 제어 오차를 줄여주는 가장 일반적이고 간단한 제어 방법의 하나로서 적분 제어가 있는데, 적분 제어를 일반적인 PDC기법과 결합한 하중적분 PDC(Weighted Integral PDC : WIPDC) 기법이 제시되었다[4]. 한편, ISMC(Integral Sliding Mode Control)는 초기 시간부터 오차 동력학에서의 궤적이 슬라이딩 평면에 있게 하며, 적절한 제어입력에 의해 지속적으로 그 평면상에 머물러 있도록 하여 외란이 있는 경우에도 공칭계통의 동특성을 유지할 수 있도록 한다[5]. 본 논문에서는 WIPDC 기법에 ISMC 기법을 추가하는 강인 제어 방법을 제안하고, 이를 이동 로봇의 궤도 추적 제어 문제에 적용함으로써 외란에 강인하면서도 궤도 추적 성능이 우수한 이동 로봇의 궤도 추적 제어 시스템을 제시한다. 또한, 시뮬레이션을 통하여 제안한 방법의 우수성을 증명하기로 한다.

2. 본 론

2.1 이동로봇의 궤도 추적 제어 시스템

아래 <그림 1>의 좌측은 이동로봇의 기구학, 그리고 우측은 이동로봇과 기준 궤적을 나타낸 것이다. $q = [x, y, \theta]^T$ 는 이동로봇의 좌표이며, $q_r = [x_r, y_r, \theta_r]^T$ 는 기준 궤적의 좌표이다. 이를 이용해 기준 궤적의 오차 방정식을 도출해내면 식 (1)과 같다[1],[2].

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \\ \dot{e}_{ix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos e_\theta & 0 \\ \sin e_\theta & 0 \\ 0 & 1 \\ g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_y \\ 0 & -e_x \\ 0 & -1 \end{bmatrix} u \quad (1)$$



〈그림 2〉 전체 궤도 추적 제어 시스템

<그림 2>는 본 논문에서 사용된 궤도 추적 제어시스템의 전체 구조이며, u 는 식(2)와 같이 기준 입력을 넣어주는 피드포워드 입력 u_F 와 오차를 없애주는 피드백 입력 u_B 로 구성된다[2].

$$u = [v \ \omega]^T = u_F + u_B = [v_r \cos e_\theta \ \omega_r]^T + [v_c \ \omega_c]^T \quad (2)$$

식 (1)에 적분항을 추가하고, 식 (2)를 대입하면 제어 입력 설계를 위한 전체 오차 방정은 다음 식(3)과 같이 된다[4].

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \\ \dot{e}_{ix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_r & 0 & 0 \\ -\omega_r & 0 & \frac{v_r \sin e_\theta}{e_\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ g & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \\ e_{ix} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_y \\ 0 & -e_x \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 g 는 적분항의 하중치(weight) 이다.

2.2 하중적분 PDC에 의한 제어 입력 설계

위의 식 (3)을 식 (4)의 T-S 퍼지 모델링 규칙에 따라 $\omega_r, v_r \sin e_\theta / e_\theta, e_x, e_y$ 를 전건부 변수로 하여 이에 대한 소속 함수를 각각 max인 경우와 min인 경우로 해서 $n = 16$ 개의 규칙을 갖는 T-S 퍼지 모델을 만들었다.

$$\begin{aligned} & \text{Plant rule } i : \\ & \text{IF } w_1(t) \text{ is } F_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } w_l(t) \text{ is } F_{il} \\ & \text{Then } \dot{e}(t) = A_i e(t) + B_i u_n(t) \end{aligned} \quad (4)$$

최종 T-S 퍼지 모델링 식은 다음 식 (5)처럼 얻어진다. 여기서, $u_n(t)$ 는 외란이 없는 공칭계통에 대한 WIPDC에 의한 제어 입력을 나타낸다.

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^n h_i(w(t))A_i e(t) + \sum_{i=1}^n h_i(w(t))B_i u_n(t) \quad (5)$$

위의 식 (5)에 다음 식 (6)에 의해 주어지는 상태 궤환 제어입력을 대입하면, 식 (7)과 같이 된다.

$$u_n(t) = - \sum_{i=1}^n h_i(w(t))F_i e(t) \quad (6)$$

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n h_i(w(t))h_j(w(t))\{A_i - B_i F_j e(t)\} \quad (7)$$

식 (7)을 Lyapunov 안정도 조건에 대입하여 정리하면 F_i 에 대한 LMI(선형행렬부등식)이 얻어지고, 이를 Matlab LMI toolbox로 계산하여 안정도를 보장받을 수 있는 이득 F_i 를 구한다.

2.3 ISMC에 의한 제어 입력 설계

<그림 2>의 궤도 추적 제어 시스템에서, 외란 d 가 존재하는 경우 식 (3)의 에러 동특성 방정식에 대한 T-S 퍼지 모델링은 다음과 같이 된다.

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^n h_i(w(t))A_i e(t) + \sum_{i=1}^n h_i(w(t))B_i (u_B(t) + d) \quad (8)$$

ISMC의 슬라이딩 평면은 다음과 같이 선정한다[5].

$$S = e(t) + z(t) = 0 \quad (9)$$

$\dot{z}(t) = - \sum_{i=1}^n h_i(w(t))A_i e(t) - \sum_{i=1}^n h_i(w(t))B_i u_n(t)$ 이다. 이는 슬라이딩 평면 $S=0$ 일 때 다음과 같이 공칭계통의 동특성을 갖도록 한다.

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^n h_i(w(t))\{A_i e(t) + B_i u_n(t)\} \quad (10)$$

$S^T \dot{S} < 0$ 의 조건을 만족시키는 입력을 구하기 위해 아래와 같은 계산을 한다.

$$S^T \dot{S} = S^T \sum_{i=1}^n h_i(w(t))\{A_i e(t) + B_i (u_B(t) + d)\} - S^T \sum_{i=1}^n h_i(w(t))\{A_i e(t) + B_i u_n(t)\} \quad (11)$$

위에서 $u_B(t) = u_n(t) + u_s(t)$ 라고 하면 다음과 같이 된다.

$$S^T \dot{S} = S^T \sum_{i=1}^n h_i(w(t))B_i (u_s(t) + d) = S^T \sum_{i=1}^n h_i(w(t))B_i u_s + S^T \sum_{i=1}^n h_i(w(t))B_i d \quad (12)$$

식 (12)에서 외란의 크기를 $\|d(t)\| < d_{\max}$ 라고 놓고, $S^T \dot{S}$ 값을 0보다 작도록 하는 입력 u_s 를 구하면 다음과 같이 된다.

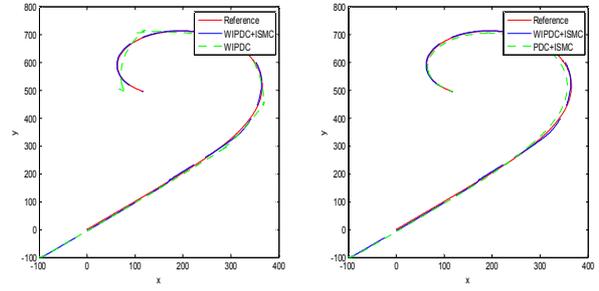
$$u_s = - \frac{\left(\sum_{i=1}^n h_i(w(t))B_i \right)^T S}{\left\| S^T \left(\sum_{i=1}^n h_i(w(t))B_i \right) \right\|} (d_{\max} + \eta), \quad \eta > 0 \quad (13)$$

여기서, η 는 양의 상수이다. 따라서, 공칭계통의 동특성을 유지할 수 있도록 슬라이딩 평면에 놓이도록 하는 입력은 식 (13)과 같다.

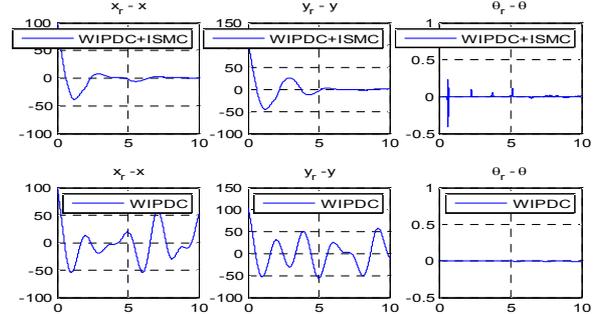
2.4 MATLAB/SIMULINK 시뮬레이션

여기서는 입력 v 에 대한 외란 d 를 고려하여 시뮬레이션을 수행하였다. 그리고, 기준 궤적을 생성하는 속도와 각속도를 각각 $v_r(t) = 100 + 500\exp(-2t)[mm/s]$, $\omega_r(t) = 10\sin(0.01t)[rad/sec]$ 로 하였다. 또한, 이동로봇의 초기 위치 $q(0)$ 는 $[-100[mm], -100[mm], 0[deg]]^T$, 기준궤적의 초기 위치는 $[0[mm], 0[mm], 45[deg]]^T$ 로 하였다[6]. 그리고 $d_{\max} = 100$, $\eta = 3$, $g = 2.8$ 으로 하였다. 외란은 정현파를 사용하였다.

아래 <그림 3>의 (a)는 <그림 2>에서 외란 d 가 존재할 때, WIPDC만의 제어 입력을 인가한 경우와 WIPDC와 ISMC를 혼합하여 구한 제어 입력을 인가한 경우의 시뮬레이션 결과이다. <그림 4>는 이 때의 q 와 \dot{q} 과의 오차를 나타낸다. WIPDC와 ISMC를 혼합하여 제어 입력을 구한 경우가 외란에 대해 더 강한 추적 성능을 보여줌을 알 수 있다.



<그림 3> 궤도 추적 결과



<그림 4> 오차 곡선

위의 <그림 3>의 (b)는 <그림 3>의 (a)와 같은 시뮬레이션 조건하에, PDC와 ISMC를 혼합하여 구한 제어 입력을 인가한 경우와 WIPDC와 ISMC를 혼합하여 구한 제어 입력을 인가한 경우의 시뮬레이션 결과이다. WIPDC와 ISMC를 혼합하여 제어 입력을 구한 경우가 PDC와 ISMC를 혼합하여 제어 입력을 구한 경우보다 더 우수한 추적 성능을 보여줌을 알 수 있다.

3. 결 론

본 논문에서는 바퀴형 이동 로봇의 궤도 추적 제어를 위하여, 일반적인 PDC 기법에 하중치를 가지는 하중적분제어기를 추가한 WIPDC 기법에 ISMC 기법을 추가하여, 외란에 강인하면서도 궤도 추적 성능이 우수한 이동로봇의 궤도 추적 제어 시스템을 제안하였다. 또한, Matlab 시뮬레이션을 통하여 제안한 방법의 우수성을 증명하였다

감사의 글

이 논문은 2013년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임. (NRF-2013R1A1A4A01013607)

[참 고 문 헌]

- [1] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi, "A stable tracking control method for an autonomous mobile robot", 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Cincinnati, Vol. 1, pp. 384-389, 1990.
- [2] G. Klancar and I. Skrjanc, "Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time", Robotics and Autonomous Systems Vol. 55, pp. 460-469, 2007.
- [3] K. Tanaka, H. O. Wang, 'Fuzzy Control Systems Design and Analysis'. John Wiley & Sons, Inc. 2001.
- [4] 이경재, 박민수, 윤태성, 박승규, "T-S 퍼지 및 하중적분제어를 이용한 이동로봇의 추적 제어," 2013 제 28회 ICROS 학술대회, pp.222-223, 창원컨벤션센터, May 2013.
- [5] Q. Gao, L. Liu, G. Feng, and Y. Wang, J. Qiu, "Universal fuzzy integral sliding-mode controllers based on T-S fuzzy models," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, vol. 22, no. 2, pp. 350-362, Apr. 2014.
- [6] C. J. Kim, J. W. Kwon and D. Chwa, "Polynomial fuzzy modeling and tracking control of wheeled mobile robots via sum of squares approach," in Proceeding of ICIT 2009, IEEE, Gippsland, pp. 973-977, Feb. 2009.