

## 대리 모델을 이용한 새로운 다중목적함수 최적화 알고리즘

임동국\*, 여한결\*, 정현교\*  
서울대학교\*

### A New Surrogate-Assisted Multi-Objective Optimization Algorithm

Dong-Kuk Lim\*, Han-Kyeol Yeo\*, and Hyun-Kyo Jung\*  
Seoul National University\*

**Abstract** - 본 논문에서는 다양한 설계변수와 목적함수를 동시에 고려해야 하는 전기기기 설계에 적용하기에 적합한 대리 모델을 이용한 새로운 최적화 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 적은 함수 호출 횟수만으로도 정확하고 고르게 분포한 Pareto front set을 구현 할 수 있어 유한요소 해석을 이용하는 전기기기 설계에 매우 유용하게 사용될 수 있다. 제안한 알고리즘의 뛰어난 성능을 기존 알고리즘들과의 비교를 통해 입증하였다.

### 1. 서 론

전기기기 설계는 효율, 사이즈, 제작비용 등 다양한 목적함수들을 동시에 고려해야 한다. 이러한 다양한 목적함수들에 대해 동시에 고려해야 하는 문제를 다중 목적함수문제라 한다. 다중 목적함수 문제를 해결하기 위해 기존에 많은 연구가 진행되었으나 기존 알고리즘들은 문제를 풀기 위해 많은 함수 호출 횟수를 필요로 하였다 [1]-[4]. 해석시간이 오래 걸리는 유한요소법을 이용한 전기기기 설계에서는 많은 함수 호출 횟수는 많은 설계 소요 시간이 필요하다는 것을 의미한다. 특히 다양한 목적함수와 다양한 설계변수를 동시에 고려하는 경우에는 설계에 소요되는 시간이 심각하게 증가하는 문제가 있었다.

본 논문에서는 이러한 문제를 해결하기 위해 대리 모델을 이용한 새로운 다중목적함수 최적화 알고리즘을 제안하였다. 대리 모델을 만들고 그것을 이용하면 단순히 알고리즘과 해석 툴을 연결하여 사용하는 것보다 계산 시간을 줄일 수 있기 때문에 근사 모델을 이용하면 설계에 소요되는 시간을 크게 줄일 수 있다 [5]. 제안한 알고리즘은 적은 함수 호출 횟수만으로 정확하고 고르게 분포한 Pareto front set을 만들 수 있다. 제안한 알고리즘과 기존 다중 목적함수 최적화 알고리즘을 시험함수에 적용하여 제안한 알고리즘의 뛰어난 성능을 검증하였다.

### 2. 대리 모델을 이용한 다중 목적함수 최적화 알고리즘

다중목적함수 최적화 알고리즘의 성능은 세 가지 기준으로 평가가 될 수 있다. 세 가지 기준은 구현한 Pareto front set의 solution과 실제 Pareto front set의 solution의 가까운 정도, 고르게 분포한 정도, 그리고 함수 호출 횟수이다. 특히 유한요소법을 이용하는 전기기기 설계에 적용되는 다중 목적함수 최적화 알고리즘은 함수 호출 횟수가 적어야 하는데 이는 함수 호출 횟수가 설계 소요시간과 직결되기 때문이다.

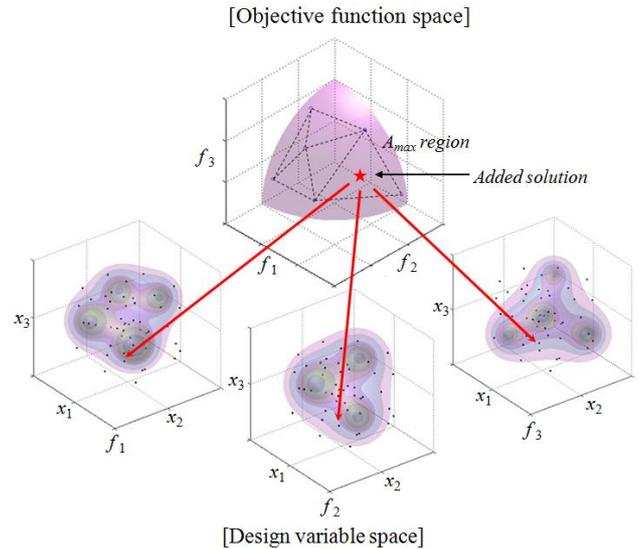
이러한 이유로, 우리는 대리 모델을 이용한 다중 목적함수 최적화 알고리즘을 제안하였다. 구체적으로, 수렴 성능 개선과 비지배해의 균일한 분포를 위하여 Kriging 보간 함수와 Added solution의 설계변수 역탐색 방법을 이용하였고, 해의 다양성을 높이기 위하여 Fill blank 기법을 이용하였다. 자세한 알고리즘의 구성은 다음과 같다.

#### 2.1 Kriging 대리 모델 생성

대리 모델을 이용하여 알고리즘의 방향성을 결정하면 계산시간을 줄일 수 있다 [5]. 본 연구에서는, Kriging 대리 모델을 이용하였는데 Kriging은 복잡한 비선형 함수를 근사하는 효과적인 방법으로 알려져 있다.

#### 2.2 대리 모델을 이용한 설계변수 역탐색

다중목적함수 최적화 알고리즘의 가장 핵심적인 전략은 적은 함수 호출 횟수를 가지고 균일한 비지배해들을 찾아 낼 수 있도록 Pareto front set의 빈 곳에 solution을 추가하는 것이다. 기존 알고리즘들이 Pareto front set의 비지배해들의 적합도를 높여 비지배해 주위에 새로운 해가 추가될 확률을 높이거나 빈 곳의 비지배해에게 우선순위를 부여하는 간



<그림 1> 대리 모델을 이용한 Added solution의 설계변수 역탐색

접적인 방법을 이용했다면 [1], [2], 제안한 알고리즘은 Pareto front set의 빈곳에 직접적으로 접근하는 방법을 이용하였다.

#### 2.2.1 Pareto front set에서의 빈 공간에 대한 정의

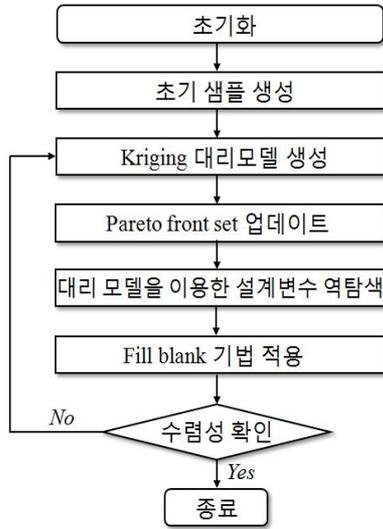
목적함수가 3개인 문제에서는 Pareto front set의 solution들이 3차원 공간에 분포한다. Pareto front set의 빈곳을 우선적으로 탐색하기 위해서는 빈 공간에 대한 정의가 필요하다. 이를 위해 3차원 공간에 분포한 비지배해들을 대상으로 Delaunay 삼각법을 이용하여 Pareto front set 내부의 region을 정의하였다. 그리고 Pareto front set 내부의 region들 중에서 가장 넓은 면적을 가지는 region을 빈 공간을 의미하는  $A_{max}$  region으로 정의하였다.  $A_{max}$  region의 무게 중심이 새로운 비지배해가 추가되어야 할 Added solution의 목적함수 영역에서의 위치이다.

#### 2.2.2 Added solution의 설계변수 역탐색

Added solution의 목적함수 영역에서의 위치는 결정되었고 이제 Added solution의 설계변수를 역으로 탐색해야 한다. 이를 위해 앞서 구 생성한 Kriging 대리 모델의 추정된 목적함수 값과 Added solution의 목적함수 값을 비교하여 가장 작은 차이를 차지하는 설계변수를 역으로 탐색한다. 수식은 다음과 같다.

$$e_{\min} = \min_{i, j, k} \sum_{l=1}^{N_{ob}} |f_{l, Add} - f_l(x_1(i), x_2(j), x_3(k))| \quad (1)$$

여기서  $N_{ob}$ 는 목적함수의 개수를,  $f_{l, Add}$ 는 Added solution의 l번째 목적함수 값을,  $x_1, x_2, x_3$ 은 각각 설계변수를 의미한다. 역탐색에 사용된 설계변수의 목적함수는 대리 모델을 통해 얻어낸 추정 값이므로 실제 값과는 차이가 있다. 따라서 역탐색된 설계변수를 실제 목적함수에 대입하여 실제 목적함수 값을 계산한다.



〈그림 2〉 제안한 알고리즘의 순서도

대리 모델을 이용한 설계변수 역탐색 방법은 목적함수 영역에서 빈 공간인  $A_{\max}$  region의 무게중심점에 직접적으로 비지배해를 추가할 수 있기 때문에, 기존의 간접적인 방법에 비해 적은 함수 호출 횟수를 가지고 고도 비지배해가 균일하게 분포된 Pareto front set을 구현할 수 있다.

### 2.3 Fill blank 기법 적용

Mutation은 기존 다중 목적함수 최적화 알고리즘에서 설익은 수렴을 막고 해의 다양성을 높이기 위해 사용된 방법이다. 그러나 Mutation을 이용하는 경우에는 샘플들이 문제영역에서 무작위로 생성되기 때문에, 전체영역을 고르게 탐색하지 못하거나 중복된 영역을 탐색하게 된다.

Fill blank 기법은 문제영역에서 sample들과 교차하는 원을 그렸을 때 가장 큰 원의 중심에 새로운 sample을 추가하는 방법으로 미탐색 영역을 탐색하는 기법이다. Sample들과 교차하는 가장 큰 원은 탐색이 되지 않은 영역을 나타내기 때문에 중복된 영역을 탐색하는 문제를 해결할 수 있다. 그림 2는 제안한 알고리즘의 순서도를 나타낸다.

## 3. 알고리즘 성능 검사

본 논문에서는, 제안한 알고리즘의 성능을 검사하기 위하여 Nondominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II)와 Multi-Objective Particle Swarm Optimization (MOPSO) 그리고 제안한 대리 모델을 이용한 다중목적함수 최적화 알고리즘을 test 함수에 적용하였다. 알고리즘의 성능은 다음 세 가지 기준에 대해서 평가하였다.

### 3.1 성능 평가 기준

#### 3.1.1 Generational distance (GD)

GD는 실제 Pareto front set과 알고리즘을 통해 구현한 Pareto front set 간의 거리를 나타낸다. 따라서 GD값이 작을수록 알고리즘이 정확한 Pareto front set을 구현하는 것이다 [3], [4]. 계산 수식은 다음과 같다.

$$GD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_p} d_i^2}{N_p}} \quad (2)$$

여기서  $d_i$ 는 목적함수 영역에서 구현한 Pareto front set과 실제 Pareto front set의 가장 가까이 있는 비지배해들 간의 거리이다. 따라서 GD값이 0이면 구현한 Pareto front set과 실제 Pareto front set이 동일하다는 것을 의미한다.

#### 3.1.2 Spacing

Spacing은 Pareto front set의 비지배해들이 얼마나 균일하게 분포하였는지를 나타낸다 [3], [4]. 계산 수식은 다음과 같다.

$$Spacing = \sqrt{\frac{1}{N_p - 1} \sum_{j=1}^{N_p - 1} [\bar{d} - \{(f_1 - f_{1j+1})^2 + (f_2 - f_{2j+1})^2\}]^2} \quad (3)$$

〈표 1〉 함수호출 500회 적용시 시험 결과

구분	NSGA-II	MOPSO	제안한 알고리즘
GD	0.0179	0.0212	0.0145
Spacing	0.1347	0.1467	0.0712

〈표 2〉 100회 반복 적용시 시험 결과

구분	GD	Spacing	함수 호출 횟수
NSGA-II	0.0172	0.1257	689
MOPSO	0.0168	0.1292	742
제안한 알고리즘	0.0142	0.0715	513

여기서  $\bar{d}$ 는 목적함수 영역에서 인접한 비지배해 사이의 거리를 나타낸다. Spacing이 작은 값을 가질수록 Pareto front set의 비지배해들이 균일하게 분포한다는 것을 알 수 있다.

#### 3.1.3 함수호출 횟수.

함수호출 횟수는 알고리즘의 수렴 속도를 의미한다. 특히 유한요소법을 사용하는 전기기기 설계에 최적화 알고리즘을 적용하는 경우에는 수렴 속도가 설계 시간과 직결되기 때문에 매우 중요한 성능이다.

### 3.2 시험함수를 통한 검증

제안한 알고리즘과 기존 알고리즘들을 시험함수에 적용하여 제안한 알고리즘의 성능을 평가하였다. 시험함수는 다음과 같다.

$$Maximize F = (f_1(x_1, x_2, x_3), f_2(x_1, x_2, x_3), f_3(x_1, x_2, x_3)),$$

$$f_1 = x_1 + x_2 + x_3, f_2 = \frac{x_2 + x_3}{x_1 + x_3}, f_3 = \frac{x_1 + x_2}{x_1 + x_2 + x_3} \quad (4)$$

여기서 설계변수 범위는  $1 < x_1, x_2, x_3 < 5$  이다. 표 1은 세 가지 알고리즘에 대해서 동일하게 함수호출 횟수 500회를 적용한 결과이다. 제안한 알고리즘이 기존 알고리즘들보다 좋은 성능을 보이고 있다. 표 2는 세 가지 알고리즘을 100회 반복 수렴시켜 평균한 값을 나타낸다. 역시 제안한 알고리즘이 우수한 성능을 나타내고 있다. 결과를 통해 제안한 알고리즘이 적은 함수 호출 횟수만으로 정확하고 균일하게 분포한 Pareto front set을 구현한다는 것을 검증하였다.

## 3. 결 론

본 논문에서는 다중 목적함수 다중 설계변수 문제를 적은 함수 호출 횟수만을 가지고 풀기 위해 새로운 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 기존의 다중목적함수 최적화 알고리즘들과 비교하였을 때 적은 함수 호출 횟수만을 가지고 정확하고 균일한 Pareto front set을 만들 수 있다는 점에서 주목할 만한 의미를 가진다. 제안한 알고리즘을 전기기기 설계에 적용할 경우 설계 시간을 획기적으로 줄일 수 있을 것으로 기대되며 향후 전기기기 설계에 적용하여 그 유용성을 검증할 것이다.

### [참 고 문 헌]

- [1] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II", *IEEE Trans. Evol.*, vol. 6, no. 2, pp. 182-197, Apr. 2002.
- [2] N. Srinivas and K. Deb, "Multiobjective optimization using nondominated sorting genetic algorithms", *Evolutionary Computation*, vol. 2, no. 3, pp. 221-248, 1994.
- [3] M. T. Pham, D. Zhang, and C. S. Koh, "Multi-guider and cross-searching approach in multi-objective particle swarm optimization for electromagnetic problems", *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 48, no. 2, pp. 539-542, Feb. 2012.
- [4] C. A. C. Coello, G. T. Pulido, and M. S. Lechuga, "Handling multiple objectives with particle swarm optimization", *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 8, no. 3, pp. 256-279, Jun. 2004.
- [5] D. K. Lim, D. K. Woo, I. W. Kim, J. S. Ro, and H. K. Jung, "Cogging torque minimization of a dual-type axial-flux permanent magnet motor using a novel optimization algorithm", *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 49, no. 9, pp. 5106-5111, Sep. 2013.