

복소지수함수 응답을 이용한 시스템 추정과 제어

안현진*, 심관식*, 임영철*, 최준호*, 김의선**
전남대학교*, 신경대학교**

Estimation and Control of System Using Response of Complex Exponential Function

Hyun-Jin Ahn*, Kwan-Shik Shim*, Young-Cheol Lim*, Joon-Ho Choi*, Eui-Sun Kim**
Chonnam National University*, Shinkyong University**

Abstract - 본 논문은 시스템의 출력 신호가 복소지수함수의 형태인 경우 시스템을 추정하고 이를 이용한 제어에 관한 논문이다. 제안한 방법은 시스템의 출력 신호가 복소지수함수의 형태라면 이산푸리에변환을 통하여 중요모드에서의 첨두주파수와 제동계수를 추정하고, 이를 이용하여 시스템의 전달함수를 2차의 표준형 전달함수를 이용하여 간단하게 추정한다. 그리고 제어기는 이 추정된 전달함수를 이용하여 사용자가 원하는 응답을 나타내도록 설계하였다. DC모터의 위치제어 시스템의 실험을 통하여 제안한 방법의 타당성과 효율성을 검증하였다.

$$X(s)|_{s=\sigma \pm j\omega} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-st}dt = \mathcal{L}[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-\sigma t}e^{\mp j\omega t}dt \quad (3)$$

$$= \mathcal{F}[x(t)e^{-\sigma t}] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-\sigma t}e^{\mp j\omega t}dt = X(\omega)$$

2.2 제안한 시스템 모델링 추정 개요

본 논문은 복소지수함수의 응답을 나타내는 시스템의 출력신호를 계측하여 이산푸리에 변환을 이용하여 시스템 모델링을 추정하게 되며, 아래 그림과 같이 총 5단계로 구성한다.

1. 서 론

일반적으로 제어란 시스템의 출력을 사용자가 원하는 사양에 맞추도록 하는 것으로 정의 할 수 있고, 제어기 설계는 시스템의 모델을 기반으로 한 해석에 의해 이루어진다. 그러나 현대 사회는 첨단 과학기술의 발달로 인해 시스템은 더욱 집적화되고, 복잡하게 구성된다. 시스템 모델링은 미분방정식으로 표현되며, 이를 라플라스 변환과 상태변수를 이용하여 전달함수나 상태변수 모델로 나타낸다. 하지만 위에서 언급한 복잡한 시스템의 경우 기존의 모델링을 적용하기에 상당히 어려운 실정이다.

그래서 기존의 방법이 아닌 실험에 의한 데이터를 이용하여 모델링을 하는 방법이 대두되었다. 대표적인 방법으로 SI(System Identification)를 들 수 있다. 본 논문에서 제안한 방법도 SI와 유사한 방법이다.

또한, 시스템은 미분방정식으로 표현되고, 이 미분방정식의 해는 복소지수함수의 형태를 나타낸다. 따라서 본 논문은 시스템의 출력신호가 복소지수함수의 응답을 나타내는 경우 시스템의 모델링을 추정하는 방법을 제시하고, 추정된 모델링의 해석을 기반으로 직접 제어기를 설계한다. 그리고 제안한 방법을 적용한 DC 모터의 위치제어 실험의 결과를 통하여 타당성과 효율성을 검증한다.

2. 수학적 배경

2.1 라플라스 변환과 푸리에 변환의 관계

주파수영역에서 시스템 모델링은 전달함수로 표현한다. 전달함수는 라플라스 변환을 이용하여 입력과 출력의 비로 나타내는데 제안한 방법의 모델링은 이산 푸리에 변환을 이용하여 전달함수를 도출하였다. 아래 식 (1)은 임의의 복소지수함수를 나타낸다.

$$x(t) = A e^{-\alpha t} \cos \omega_1 t \quad (1)$$

그리고 라플라스 변환과 푸리에 변환은 임의의 코사인 함수 $x(t)$ 에 대해 식 (2)과 같은 유사한 특징을 가지고 있기 때문에 가능하다.

$$X(s)|_{s=j\omega} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt = X(\omega) \quad (2)$$

그러나 푸리에 변환은 주파수성분을 효율적으로 분석할 수 있지만, 적분가능한 신호에만 적용이 된다. 따라서 푸리에 변환은 식 (3)와 같이 라플라스 변환의 실수지수함수인 $e^{-\sigma t}$ 를 이용하여 감쇠복소지수함수인 e^{-st} 특징을 가지는 모든 종류의 신호에 적용이 가능하게 해야하는 필요성이 있다. 즉, 코사인 함수 $x(t)$ 와 지수함수 $e^{-\sigma t}$ 의 곱에 푸리에 변환은 라플라스 변환과 같게 된다.

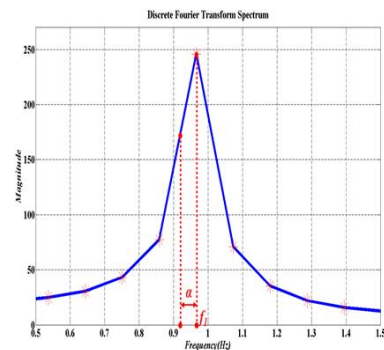


〈그림 1〉 제안한 시스템 모델링 개요

2.3 이산푸리에변환을 이용한 시스템 파라미터 추정

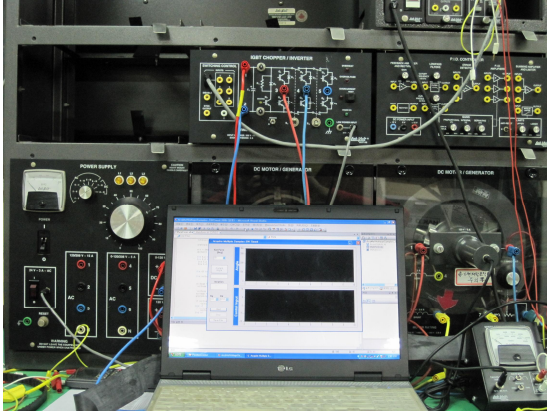
시간영역의 계측된 시스템의 복소지수함수응답을 이산푸리에 변환을 하게 되면, 주파수영역에서 주파수와 크기로 표현된다. 그리고 표준 2차 시스템의 전달함수는 제동비와 고유진동주파수로 이뤄져 있다. 제안된 방법은 이산푸리에변환의 크기 스펙트럼의 분석을 통하여 제동비와 고유진동주파수를 추정한다. 복소지수함수의 크기스펙트럼은 시스템의 주요한 특징이 포함되어 있다. 중요모드에서의 첨두주파수는 크기 스펙트럼의 최댓값을 갖는 주파를 의미하며, 이는 시스템의 고유진동주파수와 관련이 있다. 그리고 최댓값의 0.707되는 지점의 주파수와 첨두주파수의 차이는 제동비와 관련이 있다.

따라서 이산푸리에변환의 크기스펙트럼으로부터 시스템의 전달함수를 추정할 수 있고, 그 내용은 아래 그림 2와 같다. f_1 은 첨두주파수를 나타내며, α 는 주파수의 차를 의미한다.



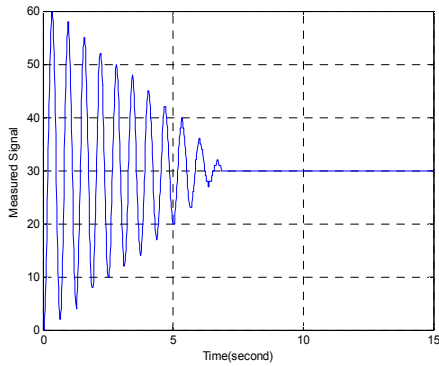
〈그림 2〉 크기 스펙트럼과 파라미터 추정

3. 실험 및 결과



〈그림 3〉 DC모터 위치제어 시스템

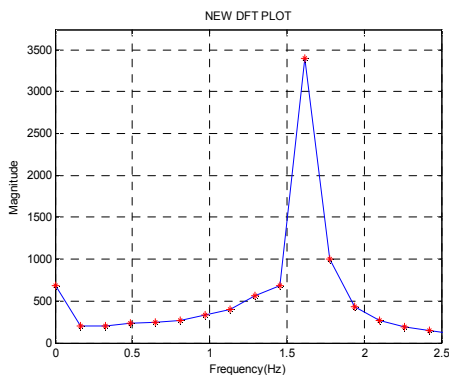
그림 3은 제안한 방법을 적용하기 위해 구성된 DC모터 위치제어 시스템이다. Lab-volt 시스템을 이용하여 구성하였다. 그리고 표 1은 부품 종류와 주요 사양을 나타낸다. 시스템의 출력은 NI 카드를 이용하여 취득하고, 이를 바로 이산푸리에 변환을 통하여 분석하였다. 그림 4는 계측한 DC 모터의 위치정보를 나타낸다.



〈그림 4〉 취득한 DC모터의 위치정보

그림 5는 그림 4의 계측데이터의 이산푸리에 변환의 결과를 나타낸다. 이 크기 스펙트럼의 첨두주파수를 구하여 제동비를 추정한다.

식 (4)는 추정한 전달함수를 나타낸다. 그림 6은 추정한 전달함수의 응답과 계측한 신호의 비교를 나타내며, 실험결과 추정한 전달함수가 비교적 정확함을 알 수 있다.



〈그림 5〉 크기 스펙트럼과 파라미터 추정

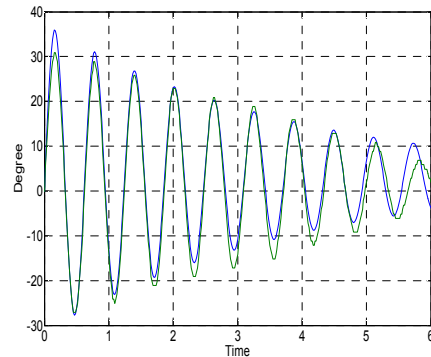
〈표 1〉 DC모터 위치제어시스템의 부품 종류 및 주요사양

부품 종류	주요 사양
DC Motor (Model 8211-00)	175[W], 120[V], 1800[rpm], Max Current 2.8[A]
Power Supply (Model 8821-20)	Const. Mode : 120[V], 2[A] Vari. Mode : 0 ~ 120[V], 8[A]
Inverter (Model 8837-B)	DC-bus Max. 420[V], 6[A]
Control Unit (Model 9029)	- 10 ~ 10[V], 0.1 ~ 2[kHz]
Encoder (ENP-110R-360-N)	출력 방식 : NPN Open Collector, 전원 전압 : 5 ~ 12[V] 분해능 : 360[°], BCD Code
NI-DAQ Card (6024E)	AI : 16[Ch], 16[bit], 200[kS/s]
	AO : 2[Ch], 12[bit], 1[kS/s]
	DI/O : 8[Ch] C/T : 2[Ch], 24[bit]

〈표 2〉 추정한 전달함수 파라미터

ALPHA(α)	첨두주파수(Hz)	첨두치
0.25949	1.61616	34.54335

$$\hat{G}(s) = \frac{\hat{\omega}_n^2}{s^2 + 2\zeta\hat{\omega}_n s + \hat{\omega}_n^2} = \frac{102.2283}{s^2 + 5.2475s + 102.2283} \quad (4)$$



〈그림 6〉 추정치와 계측치 비교

4. 결 론

본 논문은 시스템의 출력이 복소지수함수의 응답을 갖는 경우 표준2차 전달함수를 이용하여 간단하게 시스템을 추정하는 방법에 대해 설명하고 있다. 실험결과 비교적 정확하게 시스템을 추정함을 확인할 수 있었고, 제안한 방법이 타당함을 입증할 수 있었다. 또한 추정된 모델링이 비교적 정확하기 때문에 간단하게 제어를 설계할 수 있다.

[참 고 문 헌]

- [1] L. L. Scharf, Statistical Signal Processing : Detection, Estimation, and Time Series Analysis, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1991.