

## 공간고조파법을 이용한 동축 마그네틱 기어 자계 해석

신호민\*, 장정환\*  
동아대학교

### Analysis of magnetic field of coaxial magnetic gear using space harmonic analysis

Ho-Min Shin\*, Jung-Hwan Chang\*  
Dong-A University\*

**Abstract** - 본 논문에서는 스칼라포텐셜을 계변수로 하는 2차원 공간고조파법을 이용하여 동축 마그네틱 기어의 자계 특성을 해석하였다. 공극자속밀도는 중첩의 원리에 의해 얻어지며 표면 부착형 영구자석을 가지는 고속 회전자 모델과 Inset type의 자속 집중형 저속 회전자 모델로 구분되었다. 공간고조파법에 의한 결과는 유한요소해석과의 비교를 통해 타당성을 검증하였다.

### 1. 서 론

마그네틱 기어는 입력 축과 출력 축의 비접촉 구조로 인하여 과부하 보호기능, 저진동, 저소음 등의 장점을 지니며 기계식 기어에 비해 유지보수가 편리하다. 그러나 기계식 기어에 비해 상대적으로 낮은 토크전달밀도로 인해 실제 산업 시스템으로의 적용은 이루어지지 않고 있다. 2001년 토크전달밀도를 향상시키기 위해 동축의 표면 부착형 영구자석 회전자를 가지는 마그네틱 기어가 제안되었다[1]. 그 이후 영구자석 및 회전자 형상, 자화 패턴, 고정부 구조 등을 변경하여 토크 특성을 향상시키기 위한 연구가 계속되어 왔다. 본 저자 또한 자속 집중형 자화를 가지는 외측 회전자를 제안하여 단위 부피당 전달 토크 12%, 단위 영구자석 사용량 당 전달 토크 37%를 향상시켰다[2]. 그러나 마그네틱 기어의 자계 및 토크 특성을 해석하는데 있어 유한요소 해석은 형상변화에 대한 특성 분석에 많은 시간이 소요되는데 반해 공간고조파법은 파라미터 변화에 대해 직관적인 해석이 가능하며 해석 시간 또한 줄일 수 있다.

이에 본 논문에서는 스칼라포텐셜을 계변수로 하는 2차원 공간고조파법을 이용하여 동축 마그네틱 기어의 자계 특성을 분석하였다. 자속밀도분포는 중첩의 원리에 의해 각 회전자 영구자석에 의해 발생하는 성분의 합으로 주어지며 반경 자화를 가지는 고속 회전자 모델과 자속 집중형 자화를 가지는 저속 회전자 모델로 구분하였다. 지배방정식과 자기경계조건을 이용하여 일반해의 및 미정계수 계산을 시행하였고 완성된 일반해를 통해 계산된 공극자속밀도 성분은 유한요소해석 결과와 비교하여 타당성을 검증하였다.

## 2. 공간고조파법(Space Harmonic Analysis)

### 2.1 해석모델

그림 1은 동축 마그네틱 기어의 형상을 나타낸 것으로 내측 고속 회전자, 외측 저속 회전자, 자계를 변조시키는 고정 자극편으로 구성되어 있다. 내측 회전자 표면과 외측 회전자 슬롯에는 각각 반경방향으로 자화된 영구자석과 자속 집중형으로 자화된 영구자석이 부착되어 있다. 각 회전자 영구자석에서 발생한 자계는 고정 자극 편에 의해 변조되어 상대방 회전자 극상수에 대응하는 고조파 성분을 만들어낸다. 저속 회전자 또는 고속 회전자의 극상수가 정해질 때, 변조되어 발생하는 극상수 성분은 다음 수식에 의해 주어지며 이는  $m' = 1, k' = -1$ 의 고조파 성분에서 가장 큰 값을 가진다.

$$p_{m',k'} = m'p + k'N_s \quad (1)$$

이 때  $N_s$ 는 고정 자극 편 수이며  $m'$ 는 자속밀도분포 수식의 공간 고조파 차수,  $k'$ 는 변조 함수에서의 공간 고조파 차수이다. 자계변조를 위해 자극 편의 수가 회전자 극상수 보다 크게 설계되어야 하며 이로 인해 변조되는 극상수 성분은 항상 (-)부호를 가지게 된다. 즉, 변조되어지는 극상수 성분은 반대방향으로 회전하게 되며 동축 마그네틱 기어의 두 회전자는 상반회전하게 된다. 해석모델은 고속 회전자 극상수 4, 고정 자극 편 수 26, 저속 회전자 극상수 22(4-26)로 선정하였고 주요 파라미터는 표 1에 제시하였다.

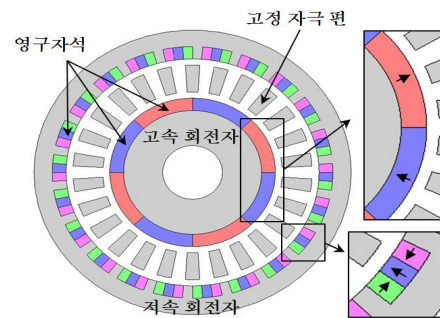
### 2.2 일반해(General solution)

공간 고조파법을 적용하기 위해 축방향에 대한 성분 변화는 무시하며 두 회전자의 철심과 고정 자극 편의 투자율은 무한대로 가정한다. 또한 중첩의 원리에 의해 공극에 존재하는 자계성분은 각 회전자 영구자석에서 발생한 자계의 합으로 정의한다. 그림 2는 고속 회전자에 의해 발생하는 자계를 얻기 위한 해석적 모델이며 저속 회전자 영구자석은 공극의 투자율을 가지는 슬롯 영역으로 대체되었다. 고속 회전자 모델은 총 5개의 영역으로 구분되며 영구자석(Region I), 고속 회전자 축 공극(Region II), 고정부 슬롯(Region III,  $j = 1 - N_s$ ), 저속 회전자 축 공극(Region IV), 저속 회전자 슬롯(Region V,  $i = 1 - N_{so}$ )으로 이루어져 있다. 각 영역에서의 지배방정식은 자화 벡터의 유무에 따라 라플라스 방정식 또는 포와송 방정식의 형태로 주어지며, 변수분리법을 적용하여 해를 구하게 된다. 푸리에 급수 형태로 정의된 각 영역에서의 일반해는 다음과 같다.

$$(n = 1) \quad \varphi_1^I(r, \theta) = \left( A_{1n}r + B_{1n}r^{-1} + \frac{M_{c1}r \ln r}{2\mu_r} \right) \cos \theta + \left( C_{1n}r + D_{1n}r^{-1} + \frac{M_{s1}r \ln r}{2\mu_r} \right) \sin \theta \quad (2)$$

$$(n \neq 1) \quad \varphi_n^I(r, \theta) = \sum_{n=2}^{\infty} \left[ \left( A_n^I r^n + B_n^I r^{-n} + \frac{M_{cn}}{\mu_r(1-n^2)} r \right) \cos n\theta + \left( C_n^I r^n + D_n^I r^{-n} + \frac{M_{sn}}{\mu_r(1-n^2)} r \right) \sin n\theta \right] \quad (3)$$

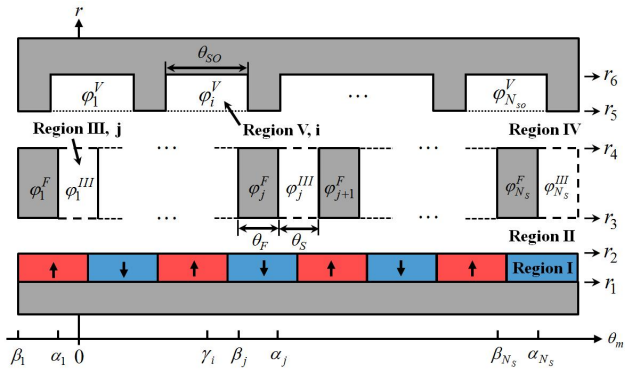
$$\varphi_n^{II}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( A_n^{II} r^n + B_n^{II} r^{-n} \right) \cos n\theta + \left( C_n^{II} r^n + D_n^{II} r^{-n} \right) \sin n\theta \right] \quad (4)$$



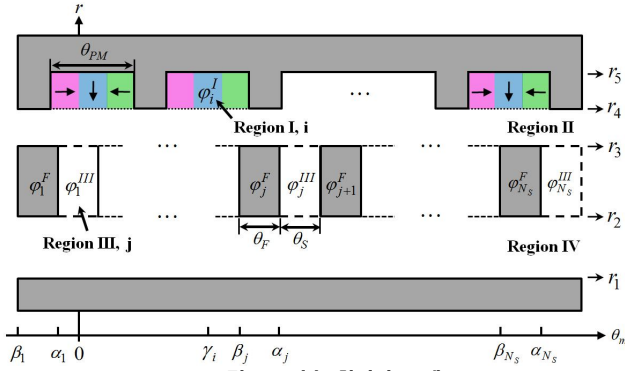
〈그림 1〉 자속 집중형 외측 회전자를 가지는 동축 마그네틱 기어

〈표 1〉 해석 모델 주요 파라미터

변 수	값
고속 회전자 극상수	4
저속 회전자 극상수	22
고정 자극 편 수	26
외측 지름 [mm]	117
영구자석 두께 [mm]	6
영구자석 잔류자속밀도 [T]	1.25
공극 길이 [mm]	1
축방향 길이 [mm]	30



〈그림 2〉 고속 회전자 모델



〈그림 3〉 저속 회전자 모델

$$\varphi_j^{III}(r, \theta) = a_j \theta_m + b_j + \sum_{m=1}^{\infty} [A_j^{III} r^{\lambda_m} + B_j^{III} r^{-\lambda_m}] \sin \lambda_m (\theta - \alpha_j) \quad (5)$$

$$\varphi^{IV}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ (A_n^{IV} r^n + B_n^{IV} r^{-n}) \cos n\theta + (C_n^{IV} r^n + D_n^{IV} r^{-n}) \sin n\theta \right] \quad (6)$$

$$\varphi_i^V(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} A_i^V \left[ \left( \frac{1}{r_6} \right) r^{\lambda_k} - \left( \frac{1}{r_6} \right) r^{-\lambda_k} \right] \sin \lambda_k \left( \theta - \gamma_i + \frac{\theta_{so}}{2} \right) \quad (7)$$

여기서,  $n, m, k$  은 각 일반해의 고조파 차수를 의미하고  $A_n^I, B_n^I, C_n^I, D_n^I, A_n^{II}, B_n^{II}, C_n^{II}, D_n^{II}, A_n^{III}, B_n^{III}, A_n^{IV}, B_n^{IV}, C_n^{IV}, D_n^{IV}, A_i^V$ 는 일반해의 미정계수로서 경계조건을 적용하여 구하는 값이다. 또한  $a_j, b_j, \lambda_m, \lambda_k$ 는 다음과 같다.

$$a_j = \frac{\varphi_j^{j+1} - \varphi_j^j}{\theta_s}, \quad b_j = \frac{\varphi_j^j \beta_{j+1} - \varphi_j^{j+1} \alpha_j}{\theta_s}, \quad \lambda_m = \frac{m\pi}{\theta_s}, \quad \lambda_k = \frac{k\pi}{\theta_{so}} \quad (8)$$

그림3은 저속 회전자 영구자석에 의해 발생하는 자계를 구하기 위한 해석모델이며 고속 회전자의 영구자석은 공기영역으로 대체되었다. 이 경우 일반해의 정의는 고속 회전자 해석모델과 동일하며 영구자석(Region I,  $i = 1 - N_{PM}$ ) 영역만 다음과 같이 재정의 된다[3].

$$\varphi_i^I(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ (A_i^V r^{\lambda_k} + B_i^V r^{-\lambda_k}) \sin \lambda_k \left( \theta - \gamma_i + \frac{\theta_{PM}}{2} \right) + \frac{r(M_{rn} - \lambda_k M_{\theta n})}{\mu_r (1 - \lambda_k^2)} \sin \lambda_k \left( \theta - \gamma_i + \frac{\theta_{PM}}{2} \right) \right] \quad (9)$$

### 2.3 공극자속밀도 분포

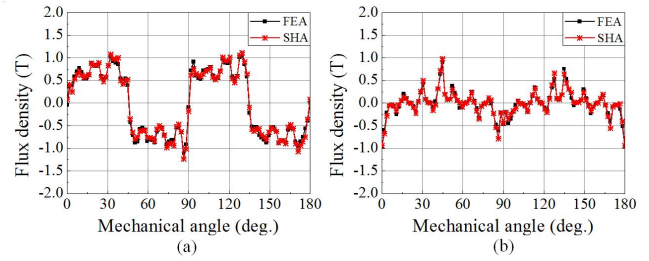
자기경계조건을 적용하여 각 일반해의 미정계수를 구한 후 완성된 일반해를 통해 각 영역에서의 자속밀도분포를 계산한다.

$$\vec{H} = -\nabla \phi \quad (10)$$

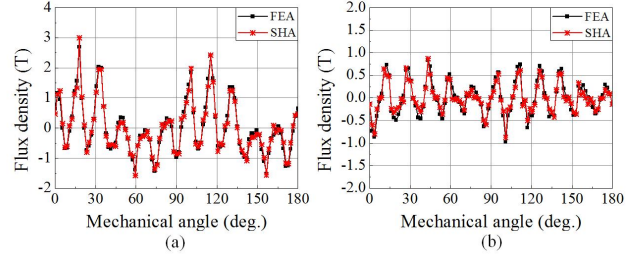
$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} + \mu_0 \vec{M}, \quad (\text{PM Region}) \quad (11)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}, \quad (\text{Air Region}) \quad (12)$$

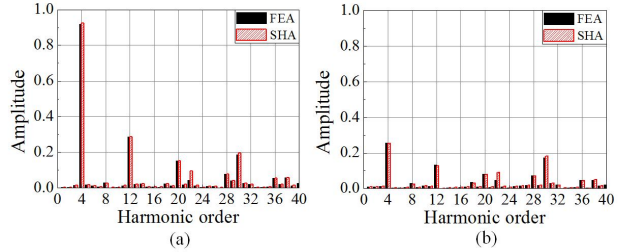
그림 4와 5는 유한요소해석과 공간고조파법에서 얻은 공극자속밀도 분포를 비교한 것으로 각각 고속 회전자 및 저속 회전자 측 공극에서의 반경방향 자속밀도(a)와 접선방향 자속밀도(b)를 나타내었다. 이는 두 해석모델의 값을 합하여 얻은 공극에서의 전체 자계에 해당한다. 또한



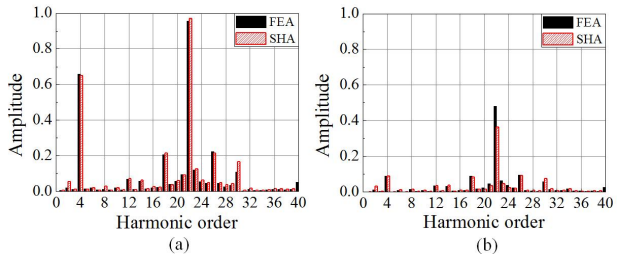
〈그림 4〉 고속 회전자 측 공극자속밀도 분포



〈그림 5〉 저속 회전자 측 공극자속밀도 분포



〈그림 6〉 고속 회전자 측 공극에서의 자속밀도 분포 고조파 성분



〈그림 7〉 저속 회전자 측 공극에서의 자속밀도 분포 고조파 성분

그림 6과 7은 각각 고속 회전자 측과 저속 회전자 측 공극에서의 자속 밀도 고조파 성분을 나타낸다. 고속 회전자 측 공극의 경우 4고조파, 저속 회전자 측 공극의 경우 22고조파가 가장 큰 것을 볼 수 있으며 이는 각 회전자의 극상수에 해당하는 성분이다. 저속 회전자 모델의 경우 일부 고조파에서 유한요소해석과의 오차가 발생하였으며 추후 연구에서 미정계수 계산의 정확성을 높여 오차를 줄일 것이다.

### 3. 결 론

2차원 공간고조파법을 이용하여 인셋 타입의 자속 집중형 외측 회전자와 표면 부착형 내측 회전자를 가지는 동축 마그네틱 기어의 공극자속밀도를 계산하였다. 중첩의 원리에 의해 내측 고속 회전자 모델과 외측 저속 회전자 모델로 구분하여 자계를 계산하였으며 두 해석모델의 자계분포를 더하여 전체 자계분포를 구하였다. 외측 저속 회전자 모델의 경우 유한요소 해석과의 오차가 존재하였으며 이는 추후 검토가 필요할 것으로 사료된다.

### [참 고 문 헌]

- [1] K. Atallah, S.D. Calverley, D. Howe, "Design, analysis and realization of a high-performance magnetic gear", IEE Proc-Electr. Power Appl., vol.151, no.2, pp. 135-143, Mar. 2004.
- [2] H. M. Shin, J. H. Chang, "Design of Coaxial Magnetic Gear for Improvement of Torque Characteristics", Journal of Magnetics, vol.19, no.4, pp.393-398, Sep. 2014.
- [3] L. Jian, K. T. Chau, Y. Gong, C. Yu, W. Li, "Analytical Calculation of Magnetic Field in Surface-Inset Permanent Magnet Motors" IEEE Trans. Magn., vol. 45, no. 10, pp. 4688-4691, Oct. 2009