

# 노치필터를 이용한 PMSM의 진동 억제 위치 제어에 대한 연구

권기현, 정성철, 고종선\*

\*단국대학교 전기전자공학부(TEL : 031-8005-3618 ; E-Mail : reinheit14@dankook.ac.kr)

## A Study of Reduction Vibration Position Control of PMSM Using Notch Filter

Ki hyun Kwon, Sung chul Jung, Jong sun Ko

Department of Electronics and Electrical Engineering, Dankook University

### ABSTRACT

PMSM(Permanent Magnet Synchronous Motor)은 가공기, 로봇, 공장 자동화 등 현재까지도 산업 시스템 전반에 널리 쓰이고 있으며, 그에 대한 연구도 활발히 진행되고 있다. 하지만 PMSM에 부하를 인가하거나 혹은 기계 몸체와의 결합 과정에서 기구부가 가지고 있는 고유진동 주파수에 의해 동력 전달 부분에 있어 기계계의 응답 특성은 불안정해지고, 떨림 현상이 발생된다.

본 논문에서는 PMSM을 이용한 회전 운동 시스템에서 출력되는 전류에 기구부가 가지고 있는 특정 영역의 고유진동 주파수를 제거한 전류를 적용 노치필터를 통해 내보낸다. 그 결과 기계부의 떨림 현상을 제거하고, 안정적인 제어 시스템을 제안한다. 이 제어알고리즘을 가상실험으로 필터 통과 전과 후의 결과를 비교 및 분석하도록 한다.

### 1. 서론

PMSM은 높은 토크와 가감속 특성 등 고정밀 제어를 요구하는 전동기 응용시스템 분야에 현재까지도 널리 사용되고 있다[1]. 하지만 기계가 가지는 공진주파수를 포함하는 전체 제어 시스템에서 공진 주파수를 억제하기 위한 문제는 아직까지 존재하며 활발히 연구 중이다[2].

본 논문에서는, 공진을 유발하는 영역의 주파수만을 노치필터를 통해 차단하는 방법을 제안한다. 제안된 시스템은 출력 전류에 노치필터를 적용하여 기구부가 가지는 공진주파수를 사전에 제거하고, 근본적으로 진동의 원인을 없애는 데 그 목적이 있다. 제안된 시스템은 모의실험을 통해 검증하였다.

### 2. 제어 알고리즘

#### 2.1 상태 궤환 제어기

일반적으로 단일 입력 단일 출력 시스템의 상태 방정식은 식 (1) ~ 식 (2)와 같이 표현된다[3].

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$y = Cx(t) \quad (2)$$

여기서 A, B, C는 각각  $n \times n$ ,  $n \times 1$ ,  $1 \times n$  행렬이다. 일반적

으로 선형 2차 최적제어(Linear Quadratic Control)는 상태변수를 궤환하여 앞서 나온 레귤레이터 문제를 해결하는 용도로 사용된다. 식 (3)은 추적 문제를 해결하기 위한 제어 명령에 해당한다[4].

$$u(t) = -Kx(t) + \tilde{u}_c(t) \quad (3)$$

위 식에서 K는 궤환 이득 행렬(Feedback gain Matrix)이고,  $\tilde{u}_c(t)$ 는 보상 입력이다. 레귤레이터는 출력 값을 0으로 보내야 하기 때문에,  $\tilde{u}_c(t) = 0$ 이고  $\tilde{u}_c(t)$ 를 구하기 힘들기 때문에 새로운 오차를 적용하면 식 (4)와 같다.

$$\dot{z} = y - y_r \quad (4)$$

여기서 식 (1)에 식 (4)를 적용한 개루프 추적 시스템은 식 (5) ~ 식 (6)과 같다.

$$\dot{x} = A'x' + B'u - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} y_r \quad (5)$$

$$y = [c \ 0]x' = c'x' \quad (6)$$

위치제어를 위한 PMSM의 추가상태 시스템의 방정식은 식 (7) ~ 식(8)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{w}_r \\ \dot{\theta} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B}{J} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_r \\ \theta \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_t \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} i_{qs} - \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T_L - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \theta_r \quad (7)$$

$$y = [0 \ 1 \ 0]x' \quad (8)$$

가제어성 행렬이 최대 계수를 가지면 해당 시스템은 제어 가능한데 위 시스템의 가제어성 행렬의 계수는 3이므로 제어 가능하다[5][6].

#### 2.2 노치필터 설계

##### 2.2.1 아날로그 노치필터

노치필터란 특정한 영역의 주파수를 차단하거나 통과시키는 회로를 의미한다. 제어를 함에 있어 진동 유발의 원인이 되는 원치 않는 특정 주파수 성분을 제거하는데 목적이 있다[7]. 일

반적으로 기구부와 결합 시 진동이 발생하는 고유주파수는 50Hz ~ 150Hz 사이로 알려져 있다[8][9]. 본 논문에서는, 임의로 50Hz의 필터를 설계하여 그 결과를 확인해 볼 것이다.

기본적인 2pole-2zero의 2차 전달함수식은 식 (9)와 같다.

$$H_n(s) = \frac{s^2 + 2\zeta_z w_0 s + w_0^2}{s^2 + 2\zeta_p w_0 s + w_0^2} \quad (9)$$

여기서  $w_0$ 는 공진 주파수이고  $\zeta_z, \zeta_p$ 는 각각 필터의 깊이와 폭을 조절 하는 계수이다. 위 식을 설계의 편의를 위해 다시 나타내면 식 (10)과 같다.

$$H_n(s) = \frac{s^2 + 2\frac{d}{c}w_0 s + w_0^2}{s^2 + 2\frac{1}{c}w_0 s + w_0^2} \quad (10)$$

표 1과 그림 1은 설계의 편의를 위해 c값은 고정을 해두고 d값의 변화에 따른 결과를 나타낸 것이다.

표 1 d값의 변화에 따른 결과표

Table 1 the result of depth according to the change of d

	$f_0$	d	c	depth
$H_{n1}$	50Hz	0.1	1.0	20dB
$H_{n2}$	50Hz	0.05	1.0	26dB
$H_{n3}$	50Hz	0.01	1.0	40dB
$H_{n4}$	50Hz	0.005	1.0	46dB
$H_{n5}$	50Hz	0.001	1.0	60dB

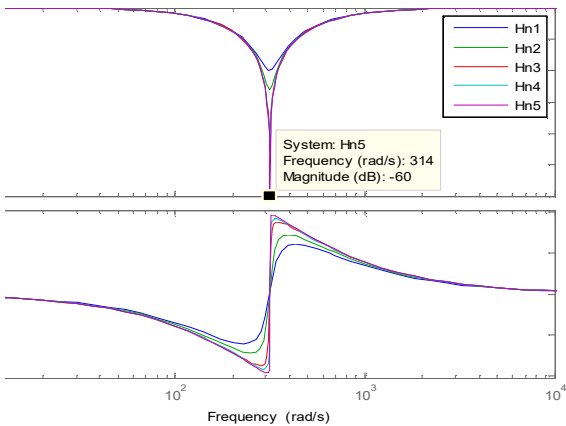


그림 1 d값의 변화에 따른 노치필터의 보드선도

Fig. 1 Bode plots of notch filter according to the change of d

여기서 -60depth를 가지는 d값을 선택하기로 하며 마찬가지로 d값을 고정해 채 c값을 변경하도록 한다. 다음 표 2와 그림 2는 c값의 변화 따른 결과를 나타낸다.

표 2 c값의 변화에 따른 결과표

Table 2 the result of depth according to the change of c

	$f_0$	d	c	depth	width	Q factor
$H_{n1}$	50Hz	0.001	1.0	60dB	101Hz	0.495
$H_{n2}$	50Hz	0.001	2.0	60dB	50Hz	1.000
$H_{n3}$	50Hz	0.001	3.0	60dB	33Hz	1.515
$H_{n4}$	50Hz	0.001	4.0	60dB	25Hz	2.000
$H_{n5}$	50Hz	0.001	5.0	60dB	20Hz	2.500

표 2에 의하면 c값의 변화는 width를 결정짓는 요소임을 확인할 수 있다.

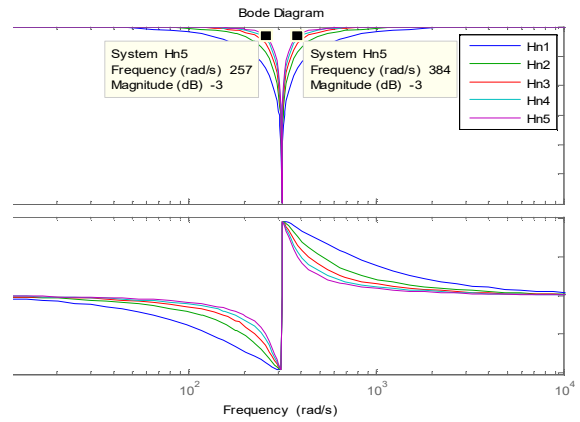


그림 2 c값의 변화에 따른 노치필터의 보드선도

Fig. 2 Bode plots of notch filter according to the change of c

여기서 Q factor는 공진에서 주파수 선택 특성품질을 의미하는 값으로 공진주파수 지점에서 양쪽으로 3dB로 감쇄되는 지점의 주파수간의 차이를 나타내는 값을 의미하고 수식으로 나타내면 식 (11)과 같다.

$$Q\text{-factor} = \frac{\text{resonance frequency}}{3dB \text{ Bandwidth}} \quad (11)$$

결과적으로 노치필터를 사용한다면 원하는 부분의 주파수를 제거하여 진동을 효과적으로 제거 가능하다.

## 2.2.2 디지털 노치필터

설계된 필터를 적용하기 위해서는 기존에 설계된 필터를 디지털 필터로 전환하여야 한다. 아날로그 디지털 변환에 사용되는 방법 중 오차가 가장 적고 현재까지 널리 쓰이는 수치적분법의 한 방법인 Tustin's Method를 적용하였다[10]. 이 방법은 라플라스 변환형태의 전달함수 H(s)에 식 (12)로 정의된 s를 대입하여 z에 대해 정리하면 된다.

$$s = \frac{2}{T_s} \cdot \frac{z-1}{z+1} \quad (12)$$

여기서  $T_s$ 는 샘플링 시간(Sampling Time)이다. 식 (12)를 식 (10)에 적용하면 식 (13)과 같다.

$$H_n(s) = \frac{s^2 + 2\zeta_s w_0 s + w_0^2}{s^2 + 2\zeta_p w_0 s + w_0^2} \Bigg|_{s = \frac{2}{T_s} \cdot \frac{z-1}{z+1}} \quad (13)$$

위 식을  $z$ 에 대해 정리하면 식 (14)와 같다.

$$H(z) = \frac{z^2 \left( \frac{T_s^2 w_0^2}{4} + \frac{T_s D_s}{2} + 1 \right) + z \left( \frac{T_s^2 w_0^2}{4} - 2 \right) + \left( \frac{T_s^2 w_0^2}{4} - \frac{T_s D_s}{2} + 1 \right)}{z^2 \left( \frac{T_s^2 w_0^2}{4} + \frac{T_s D_p}{2} + 1 \right) + z \left( \frac{T_s^2 w_0^2}{4} - 2 \right) + \left( \frac{T_s^2 w_0^2}{4} - \frac{T_s D_p}{2} + 1 \right)} \quad (14)$$

여기서  $D_s, D_p$ 는 각각  $2\zeta_s, 2\zeta_p$ 이다. 기존에 설계된 샘플링 타임  $T_s$ 는  $0.2ms$ 이기 때문에 필터의 샘플링 타임  $T_s$  또한  $0.2ms$ 로 설계한다.

차단주파수  $50Hz$ 에서  $depth = -60dB$ ,  $width = 20Hz$ 를 가지는 노치필터의 전달함수를 식 (14)를 바탕으로 *MATLAB*을 통해 구해보면 식 (15)와 같다.

$$H(z) = \frac{0.9876z^2 - 1.971z + 0.9876}{z^2 - 1.971z + 0.9752} \quad (15)$$

sampling time :  $0.2ms$

### 3. 전체 시스템 구성

그림 3은 노치 필터를 적용한 보상기를 가지는 제어 시스템의 블록선도에 해당한다.

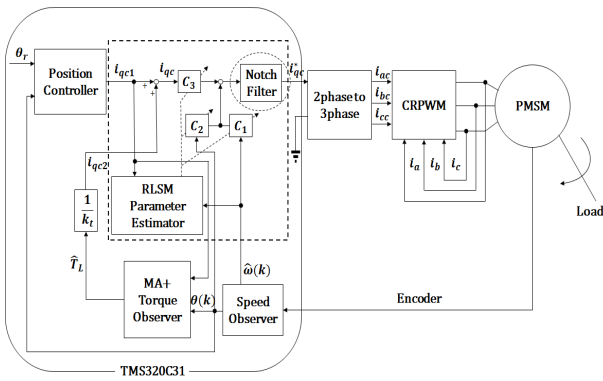


그림 3 노치필터를 사용한 위치 제어기의 블록 다이어그램  
Fig. 3 Block diagram of the proposed precision position control system using Notch filter

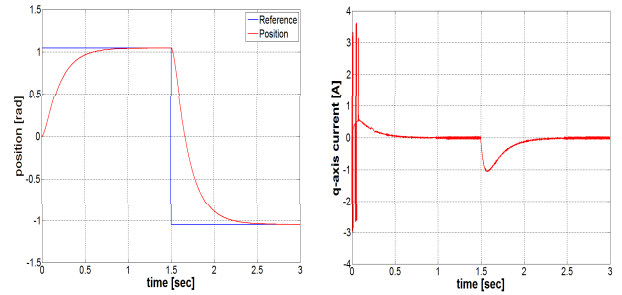
### 4. 모의실험 결과

모의실험에서 사용한 PMSM의 파라미터는 표 3과 같으며, 이 값은 전동기 제조사에서 제공하는 Manual 값에 해당한다.

표 3 PMSM의 파라미터  
Table 3 Parameters of PMSM

파라미터	값	단위
Rated Output	2,300	[W]
Rated Torque	8.1	[Nm]
Rated Current	8.79	[A]
Torque Constant	0.977	[Nm/A]
Time Constant	9.66	[ms]
Stator Resistance	0.93	[Ω/phase]
Phase Inductance	8.99	[mH]
B(viscous friction)	$10.6 \times 10^{-4}$	[kgm <sup>2</sup> /s]
Poles	8	

모의실험에서 사용한 히스테리시스 간격은 0.05이고 샘플링 주기는  $0.2ms$ 이고, 시스템의 구성은 *runge-kutta* 4차 방법을 이용하였다. 그림 4는 무부하 상태의 회전자위치 및 q상전류명령에 대한 결과이다.



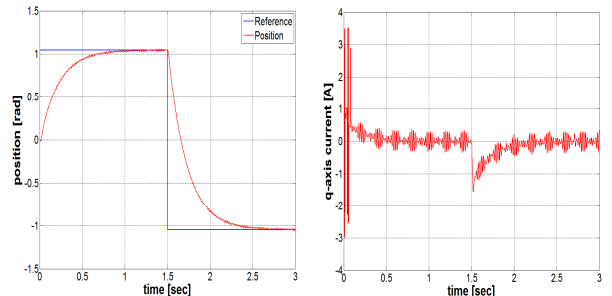
(a) 회전자 위치

(b) q상 전류명령

그림 4 무부하에 대한 필터 적용 전 회전자위치 및 q상 전류명령 모의실험

Fig. 4 Simulation results of the rotor position and q-phase current command without load and filter

그림 5는 정현파의 부하 인가 후의 회전자 위치 및 q상전류명령 결과이다. 그림에서 보듯 정현파가 인가되면 진동을 유발하는 성분으로 인하여 진동함을 알 수 있다.



(a) 회전자 위치

(b) q상 전류명령

그림 5 정현파 부하에 대한 필터 적용 전 회전자위치 및 q상 전류명령 모의실험

Fig. 5 Simulation results of the rotor position and q-phase current command with sine load and no filter

그림 6은 정현파 인가 후 노치필터를 통과하였을 때의 회전자위치 및 q상전류의 결과이다. 그림 6에서 알 수 있듯이 주파수 성분이 사라져 진동 요소가 해결되는 것을 확인할 수 있다.

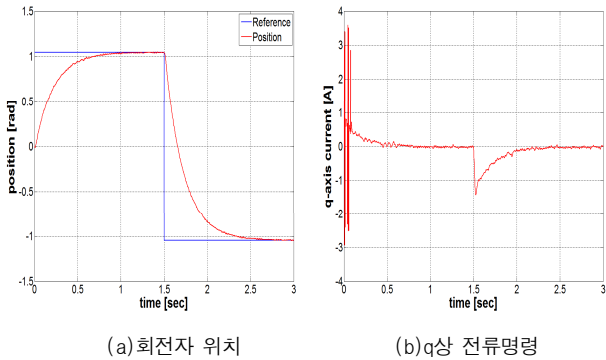


그림 6 정현파 부하에 대한 필터 적용 후 회전자위치 및 q상 전류명령 모의실험

Fig. 6 Simulation results of the rotor position and q-phase current command with sine load and filter

그림 7은 위 모의실험 결과의 q상전류에 대한 FFT 결과이다. 주파수 영역에서 확인해보면 마찬가지로 필터를 통과하였을 때 해당되는 주파수가 제거되는 것을 알 수 있다.

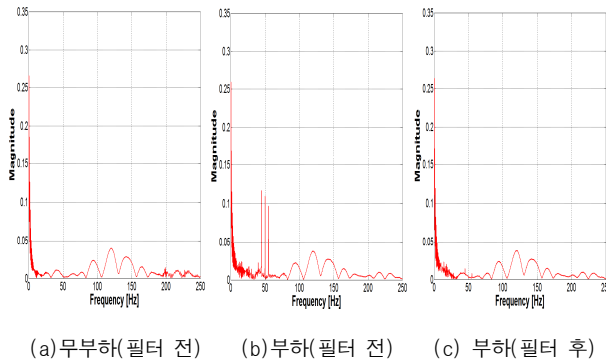


그림 7 q상 전류에 대한 모의실험 FFT 결과

Fig. 7 Simulation results of FFT about q-phase current command

## 5. 결론

본 논문에서는 산업계에서 많이 사용되고 있는 PMSM이 기구부와 결합 시 발생될 수 있는 고유 주파수성분을 제거하는 노치필터를 적용한 위치 제어기를 설계하였다. 모의실험결과에서 노치필터가 주파수 성분을 차단하는 효과를 확인하였고 제안한 노치필터는 PMSM과 로봇 등에서와 같이 기구부의 결합 과정에서 발생하는 기계적 진동을 억제할 수 있게 된다. 그리고 해당 주파수를 차단하는 원천적인 방법을 사용하여 다른 진동기에도 쉽게 적용할 수 있는 이점을 지닌다.

## 참고 문헌

- [1] J. S. Ko, J. H. Lee, S. K. Chung, "A robust position control of brushless DC motor with dead beat load torque observer", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 40, No. 5, pp512 520, 1993
- [2] Hori, Y., Swanda, H., Chun, Y., "Slow Resonance Ratio Control for Vibration Suppression and Disturbance Rejection in Torsional System", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, Vol. 46, No. 1, pp. 162 168, 1999, February
- [3] J. Y. Hung, "Control of industrial robots that have transmission elasticity" *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. 38, 38, pp. 421 427, 1991, December
- [4] R. Dhauadi et al., "Robust speed control of rolling mill drive systems using the loop transfer recovery design methodology", *IEEE Trans, Ind. Electron.*, Vol. 42, pp. 564 571, 1995, December
- [5] Paul C. Krause, "Analysis of Electric Machinery", McGraw Hill, 1984
- [6] J. S. Meditch and G. H. Hostetter, "Observer for systems with unknown and inaccessible inputs", *Int'l. J. Control*, Vol. 19, No. 3, pp473 480, 1974
- [7] Kotato Hirano, "Design of Digital Notch Filters" *IEEE Transactions on communications*, Vol. 22, No. 7, 1974, July
- [8] William Singhose, "Reducing Vibration by Digital Filtering and Input Shaping", *IEEE transactions on control systems*, Vol. 19, No. 6, pp. 1410 1420, 2011, November
- [9] Slobodan N., "Suppression of Torsional Oscillations in a High Performance Speed Servo Drive", *IEEE Transactions on industrial*, Vol. 45, No. 1, 1998, February
- [10] Dragan S. Maric, "An Application of a Constrained Adaptive Lattice Structure Allpass Based Notch Filter for Advanced Control of Surface Mounted Permanent Magnet Synchronous Drives", *IEEE Trans, Ind. Systems*, Vol. 46, No. 12, 1999, December