

홀수 짝수 분해법에 기초한 CCI 변형

조현지 *유훈

상명대학교 디지털미디어학과

*hunie@smu.ac.kr

Modification of Cubic Convolution Interpolation
Based on Even-Odd Decomposition

Hyun-Ji Cho *Hoon Yoo

Dept. Digital Media, Sangmyung University

요약

본 논문에서는 짝수 홀수 분해법(even-odd decomposition; EOD)에 기초한 CCI (cubic convolution interpolation) 변형된 방법을 제안한다. CCI는 선형보간법과 더불어 영상 보간에서 가장 많이 사용되는 보간법이다. 선형보간법과 비교하여 우수한 화질을 제공하지만, 복잡도 상당히 증가하는 문제점을 갖고 있다. 따라서, 본 논문은 최근 제안된 짝수 홀수 분해법을 활용하여 CCI에 대한 새로운 보간 방법을 제시한다. 제안된 방법의 성능을 검증하기 위해서 실험이 수행되었고 실험결과는 변형된 CCI 보간 방법이 복잡도를 줄이고 동시에 영상 화질을 개선할 수 있음을 보여 주었다.

1. 서론

영상 보간은 많은 응용 프로그램에 쓰인다. 따라서 많은 보간 방법이 있는데 그 중에서 선형 보간 방법(linear interpolation; LI)과 3차 보간 방법(cubic convolution interpolation; CCI)이 가장 보편적인 기술이다. LI와 CCI보다 화질이 개선된 보간 기술들이 있지만 연산 능력이 많이 요구된다.

하지만 최근에 CCI와 화질은 비슷하지만 복잡도를 낮춘 짝수 홀수 분해법(even-odd decomposition; EOD)이 연구되었다 [18]. EOD는 신호분해법으로 입력 벡터를 짝수 벡터와 홀수 벡터로 나누어 각각 부합하는 보간법을 통해 나온 보간된 함수를 합치면 전체 보간된 함수가 되는 방법이다. EOD는 대칭의 속성을 갖기 때문에 보간 과정에서 연산 비용이 절감된다.

본 논문에서는 한 단계 더 나아가서 EOD를 CCI에 적용시키는 방법을 제안하였다. 홀수 함수는 노이즈에 취약하고 짝수 함수에 비해 보간 과정에 미치는 영향도 미비하다. 따라서 제안된 방법은 홀수 함수의 식의 수정을 통해 화질을 개선하고 복잡도도 떨어뜨린다. 또한 짝수 함수에는 가중치 값을 두어 화질을 개선한다. 본 논문에서는 제안된 방법이 어떻게 화질을 개선시키고 복잡도를 떨어뜨리는지 보여주고 실험을 통해 제안된 방법이 화질과 복잡도면에서 기존의 방법보다 우월하다는 것을 증명한다.

2. 기존의 보간법

컨볼루션(convolution)에 기초한 보간법에서 $f(x_k)$ 는 연속 함수 $f(x)$ 의 샘플과 같다. 사논의 정리에 따르면 만약 샘플링 주파수가 함수 $f(x)$ 의 최대 주파수보다 2배 크다면 sinc 보간법은 완벽하게 $f(x_k)$ 의 샘플로부터 연속 함수 $f(x)$ 를 복원한다. $f(x)$ 와 그것의 샘플인 $f(x_k)$ 사이의 관계는 식 (1)과 같다. $\beta(x)$ 는 보간 커널이다.

$$f(x) = \sum_k f(x_k) \beta(x - x_k) = \sum_k f(k) \beta(x - k) \quad (1)$$

구간별 보간법(piecewise interpolation)은 입력 벡터의 정규화된 범위인 $0 \leq s \leq 1$ 에서 연속 함수 $f(s)$ 의 한 부분을 복원한다. 샘플로부터 연속 함수의 한 부분을 복원한 후에 구간별 보간법은 다음 샘플로부터 함수의 다음 부분을 복원한다. 그래서 이 과정은 보간된 함수가 s 에 한 함수로 되게끔 한다. 보간 과정(1)을 다시 쓰면 식 (2)와 같다.

$$f(s) = \sum_k f(k) \beta(s - k) \quad (2)$$

식 (2)에 CCI 커널을 적용시키고 a 에 $-1/2$ 을 대입시키면 식 (3)과 같다.

$$f(s) = f(-1)(-s^3 + 2s^2 - s)/2 + f(0)(3s^3 - 5s^2 + 2)/2 + f(1)(-3s^3 + 4s^2 + s)/2 + f(2)(s^3 - s^2)/2 \quad (3)$$

$f(-1), f(0), f(1), f(2)$ 는 구간별 보간 과정에 대한 입력 벡터이다.

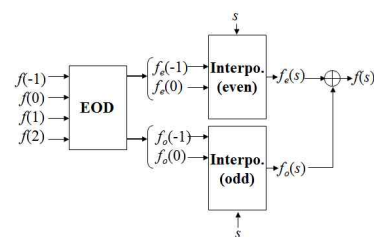


그림 1. EOD의 기본 개념

EOD의 이해를 돕기 위해 4개의 보간 커널을 적용시킨다 [18]. 구

간별 보간 과정을 위해 입력 벡터 $f = \{f(-1), f(0), f(1), f(2)\}$ 를 샘플로 둔다. 입력 벡터는 짝수 벡터 f_e 와 홀수 벡터 f_o 로 나뉜다. 각 벡터는 식 (4)과 같다.

$$f_e(i) = \frac{f(i) + f(1-i)}{2} \quad (4)$$

$$f_o(i) = \frac{f(i) - f(1-i)}{2} = f(i) - f_e(i)$$

3. 제안하는 방법

본 논문에서는 CCI에 EOD를 적용시키는 방법을 제안한다. 제안된 방법에서 짝수 함수 $f_e(s)$ 는 식 (5)와 같다.

$$f_e(s) = \sum_k f_e(k) \beta_{CCI}(s-k)$$

$$= f_e(-1) \{ \beta_{CCI}(s+1) + \beta_{CCI}(s-2) \} +$$

$$f_e(0) \{ \beta_{CCI}(s) + \beta_{CCI}(s-1) \}$$

$$= \left\{ -\frac{1}{2}(f_e(0) - f_e(-1)) \right\} s^2 +$$

$$\left\{ \frac{1}{2}(f_e(0) - f_e(-1)) \right\} s + f_e(0)$$

$$= -\frac{1}{2}(s^2 - s) \{ f_e(0) - f_e(-1) \} + f_e(0) \quad (5)$$

하지만 본 논문에서는 가중치 값을 포함시켰다. 그 이유는 보간법을 여러번 수행하게 되면 고주파성분을 약화시켜서 영상이 흐려지는 블러링 현상이 발생하는데 이러한 현상을 개선하기 위해서이다. 가중치 값을 둔 짝수 함수는 식 (6)과 같다.

$$f_e(s) = -\frac{1}{2}(s^2 - s) \{ f_e(0) - f_e(-1) \} w + f_e(0) \quad (6)$$

여러 차례의 실험을 거친 결과 가중치 값은 5/4를 권장한다.

처음의 짝수 함수와 비슷한 논리로 홀수 함수 $f_o(s)$ 는 식 (7)과 같다.

$$f_o(s) = \sum_k f_o(k) \beta_{CCI}(s-k)$$

$$= f_o(-1) \{ \beta_{CCI}(s+1) - \beta_{CCI}(s-2) \} +$$

$$f_o(0) \{ \beta_{CCI}(s) - \beta_{CCI}(s-1) \}$$

$$= ((-2f_o(-1) + 6f_o(0))s^3)/2 + ((3f_o(-1) - 9f_o(0))s^2)/2$$

$$+ ((-f_o(-1) - f_o(0))s)/2 + f_o(0)$$

$$= f_o(-1)(-2s^3 + 3s^2 - s)/2 + f_o(0)(6s^3 - 9s^2 - s + 2)/2$$

하지만 홀수 함수는 보간 과정에서 미치는 영향이 미비하고 특히 짝수 함수의 식 중에서 식 $f_o(-1)(-2s^3 + 3s^2 - s)/2$ 부분은 영향을 거의 미치지 못하므로 본 논문에서는 이 부분을 제거한 방법(cubic convolution interpolation even-odd decomposition reduction; CCI-EOD-R)을 제안하였다. CCI-EOD-R은 식 (8)과 같다.

$$f_o(s) = f_o(0)(6s^3 - 9s^2 - s + 2)/2 \quad (8)$$

4. 실험 및 결과

LI나 CCI와 같은 기존의 방법과의 비교를 통해 그 성능을 분석하고 제안된 방법이 기존의 방법보다 성능 면에서 우월함을 보이는지에 대한 실험을 수행하였다. 실험에서는 512X512 크기의 흑백 영상 7장에

대한 테스트를 수행하였다.

표 1. 실험 영상을 0.707로 축소 시킨 후 다시 1/0.707로 확대한 영상의 PSNR결과

Images	Linear	CCI	CCI-EOD	CCI-EOD-R ($w=5/4$)
Lena	35.43	38.42	38.42	38.62
Peppers	33.99	35.71	35.71	35.72
Baboon	25.04	26.38	26.38	26.52
Airplane	32.78	35.06	35.06	35.16
Goldhill	33.44	35.47	35.47	35.66
Barbara	27.18	29.08	29.08	29.38
Finger	30.47	34.74	34.74	35.04
AVERAGE	31.19	33.55	33.55	33.73

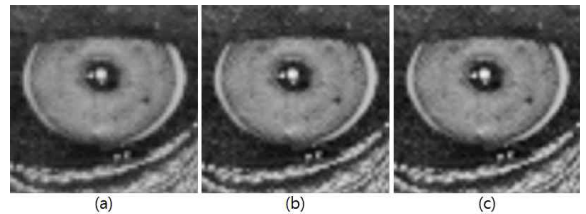


그림 2. 2π 만큼 확대한 Baboon의 눈 부분
(a) Linear Interpolation (b) Cubic Convolution Interpolation
(c) CCI-EOD-R

표 1은 실험 결과에 대한 PSNR 이고 그림 2는 영상을 2π 만큼 늘린 확대 영상의 일부분이다. CCI-EOD-R의 PSNR 평균이 CCI의 PSNR 평균보다 높다는 것을 알 수 있고 확대 영상을 확인 했을 때 CCI와 CCI-EOD-R은 화질면에서 대동소이하다는 것을 알 수 있다. CCI-EOD-R방법은 주관적으로 눈에 띄는 개선의 부분은 보이지 않지만 복잡도를 줄였다는 점에서 CCI보다 우월하다는 것을 증명한다.

5. 결론

본 논문에서는 기존의 보간법인 LI방법과 CCI방법과 EOD방법에 대해 소개하고 EOD방법의 대칭성에 대해 설명하였다. 또한 기존 방법의 효율성을 높이기 위한 방법으로 CCI-EOD-R을 제안하였고 제안된 방법과 기존의 방법과의 비교를 통해 객관적인 성능의 향상과 주관적인 화질의 개선을 보였고 복잡도도 상당히 떨어진 것을 확인하였다.

참고 문헌

- [1] R. G. Keys. "Cubic convolution interpolation for digital image processing." *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 29, pp. 1153 - 1160, Dec. 1981.
- [2] T. M. Lehmann, C. Gönner, and K. Spitzer. "Survey: Interpolation methods in medical image processing" *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 18, pp. 1049 - 1075, Nov. 1999.
- [3] M. Unser. "Splines: A perfect fit for signal and image processing" *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 16, pp. 22 - 38, Nov. 1999.
- [4] H. Yoo. "Closed-form least-squares technique for adaptive linear image interpolation" *IET Electronics Letters*, vol. 43, no. 4, Feb. 15, 2007.
- [5] X. Zhang and X. Wu. "Image Interpolation by adaptive 2-d autoregressive modeling and soft-decision estimation" *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 17, no. 6, pp. 887-896, Jun. 2008.

- [6] H. Yoo and I. Jeong. "Direction-oriented interpolation and its application to de-interlacing" *IEEE Trans. Consumer Electronics*, vol. 48, no. 4, pp. 954-962, 2002.
- [7] F. H. W. Meiering. "A chronology of interpolation: From ancient astronomy to modern signal and image processing" *Proc. IEEE*, vol. 90, no. 3, pp. 319-342, Mar. 2002.
- [8] P. Thévenaz, T. Blu, and M. Unser. "Interpolation revisited" *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 19, pp. 739-758, July 2000.
- [9] H. S. Hou and H. C. Andrews. "Cubic splines for image interpolation and digital filtering" *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-26, pp. 508-517, Dec. 1978.
- [10] S. K. Park and R. A. Schowenherdt. "Image reconstruction by parametric cubic convolution." *Comput. Vis. Graph., Image Process.*, vol. 23, pp. 258-272, Sept. 1983.
- [11] J. K. Han and S. U. Baek. "Parametric cubic convolution scaler for enlargement and reduction of image." *IEEE Trans. Consumer Electron.*, vol. 46, no. 2, pp. 247-256, May. 2000.
- [12] G. Ramponi. "Warped distance for space-variant linear image interpolation" *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 8, pp. 629-639, May 1999.
- [13] J. W. Hwang and H. S. Lee. "Adaptive image interpolation based on local gradient features" *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 11, no. 3, pp. 359-362, Mar. 2004.
- [14] T. Blu, P. Thevenaz, and M. Unser. "Linear interpolation revitalized" *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 13, no. 5, pp. 710-719, May 2004.
- [15] H. Yoo and D-H Shin. "Image quality enhancement in 3D computational integral imaging by use of interpolation methods" *OSA Optics Express*, vol. 15, no. 19, pp. 12039-12049, Sep 2007.
- [16] D.-H. Shin and H. Yoo. "Computational integral imaging reconstruction method of 3D images using nixel-to-nixel mapping and image interpolation." *Elsevier Optics Communications*, vol. 282, no. 14, pp. 2760-2767, 15 July 2009
- [17] C.K.S. Pun, Y.C. Wu, S.C. Chan and K.L. Ho. "On the Design and Efficient Implementation of the Farrow Structure" *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 10, no. 7, pp. 189-192, July 2003.
- [18] H. Yoo, and B.D. Choi. "Design of Piecewise Weighted Linear Interpolation Based on Even-Odd Decomposition and Its Application to Image Resizing" *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, vol. 55, no. 4, pp. 2280-2286, Nov. 2009.
- [19] H. Yoo, S. P. Lee and B. C. Jang. "Design of Two-Point Interpolation Filters by Modifying Linear Interpolation Kernel" *Far East Journal of Electronics and Communications*, vol. 10, no. 2, pp. 131-139, 2013.
- [20] C. Candan. "An Efficient Filtering Structure for Lagrange Interpolation" *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 14, no. 1, pp. 17-19, Jan. 2007.
- [21] M. Abbas, O. Gustafsson, and H. Johansson. "On the Fixed-Point Implementation of Fractional-Delay Filters Based on the Farrow Structure" *IEEE Trans. Circuits Syst. I.* vol. 60, no. 4, pp. 926-937, Apr. 2013.
- [22] A. Föhbali, H. Johansson, and T. Saramäki. "A method for the design of Farrow-structure based variable fractional-delay FIR filters", *Signal Processing* 93, pp. 1341-1348, 2013.