

성덕대왕신종의 등가 종과 맥놀이 주기 조절

An Equivalent Bell and Beat Period Control in the Sacred Bell of the Great King Seongdeok

이중혁† · 김석현*

Joong-hyeok Lee, Seock-hyun Kim

Key Words : Great King Seongdeok (성덕대왕), Beat (맥놀이), Mode pare (모드 쌍)

ABSTRACT

This study proposes an equivalent bell model for the Sacred Bell of the Great King Seongdeok. An equivalent bell model has the modal property of the real bell and it consists of an axi-symmetric bell body and a point mass. The bell model is constructed by the finite element analysis based upon the theory of a revolutionary shell. Using the equivalent bell model, the beat period can be controlled by decreasing the thickness of local area. This study aims at showing a beat period control method for a large bell having the similar size to the Sacred Bell of the Great King Seongdeok.

1. 서 론

동양 종은 서양종과 달리 한 개의 종을 1회 타격한 후, 소리가 완전히 사라지는 긴 시간 동안 다양한 느낌을 준다. 이러한 상황에서 소리가 단조롭게 사라지는 대신, 소리의 에너지에 변화를 줌으로써 역동적인 느낌을 만들어 내는 것이 맥놀이 현상이다. 성덕대왕신종에서 맥놀이는 천지를 진동시키는 타격음의 웅장함과, 끊어질듯 이어지는 중간음의 애절함, 그리고 살아서 숨을 쉬는 듯 여음을 만들어낸다. 맥놀이는 주조과정에서 발생하는 구경 및 두께 오차와 복잡하게 분포하는 문양에 의한 비대칭성이 종체의 거시적 축대칭성과 어우러져 발생한다. 이러한 비대칭성은 예측 및 인위적 설계가 어려우므로, 주조 후에 종 내부를 국부적으로 연삭하여 비대

칭성을 변경시키는 조절과정을 거친다. 소형 종은 연삭이 용이하나, 대형종의 경우 종래의 시행오차적인 연삭 방법으로는 시간이 너무 오래 소요된다. 이에 대한 대책으로 Park 등은 등가 링 이론을 사용하여 맥놀이의 강도와 주기를 조절하는 방법을 제시한 바 있으며^(1,2) 저자들은 실제종의 맥놀이 특성을 갖는 등가 종 모델을 구성하고, 전산해석상에서 연삭하여 맥놀이를 조절하는 방법을 소형 종을 대상으로 검증한 바 있다⁽³⁾. 본 연구에서는 성덕대왕신종과 같은 대형 종을 대상으로 이 방법을 적용해본다. 적용을 위해서는 신종의 맥놀이 특성에 대한 기준의 측정 데이터를 사용한다. 본 방법은 향후 주조되는 대형종의 주조현장에서 맥놀이 주기를 조절하는 것을 목표로 수행 되었다.

2. 성덕대왕신종의 등가 종

2.1 신종의 모드 쌍 데이터

종의 기본 구조는 축대칭 회전 셀에 다양한 비대칭 요소들이 부가된 구조로 볼 수 있다.

Donnel-Mushtary-Vlasov 셀 이론에 근거하면, 회전 셀에서 소리를 방사하는 반경방향 진동성분의 직

† 교신저자; 정회원, 강원대학교 대학원 기계메카트로닉스 공학과

E-mail : storm0203@kangwon.ac.kr

Tel : 033-252-2595, Fax : 033-257-4190

* 강원대학교 기계메카트로닉스공학과

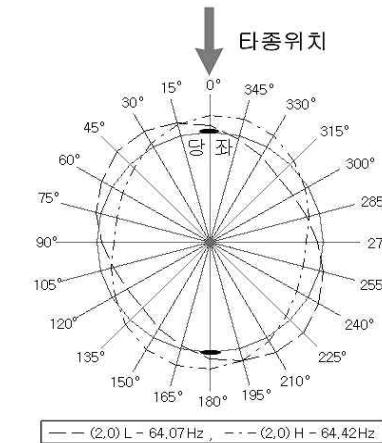


Fig. 1 1st mode pair and beat of the Sacred Bell of the Great King Seongdeok

교 모드 쌍 모델은 다음과 같이 표시 가능하다⁽⁴⁾.

$$U_{mn}(z, \theta, t) = H_m(z) \cos n(\theta - \phi_i) \cos 2\pi f_i t \quad (i = L, H) \quad (1)$$

$$\phi_H = \phi_L + \pi/2n \quad (2)$$

여기서, $H_m(z)$ 는 회전 쉘의 높이 축에 따른 진동형이고, $\cos n(\theta - \phi_i)$ 는 원주상에서의 진동형이다. 본 연구에서 맥놀이를 만드는 1차 진동모드에서는 $n=2$ 이다. 완전 축대칭일 경우 위상 ϕ_i 에 무관하게 하나의 고유진동수를 가지나, 미세한 비대칭성이 있을 때는 ϕ_L , ϕ_H 의 절점 위상을 갖는 L, H 모드 쌍과 f_L , f_H 의 주파수 쌍으로 분리된다. 여기서 L 모드는 진동 모드 쌍 가운데에서 낮은 고유진동수를 갖는 진동모드이고, H 모드는 높은 고유진동수를 갖는 모드를 의미한다.

Fig. 1은 신종의 여음의 맥놀이를 만드는 1차 고

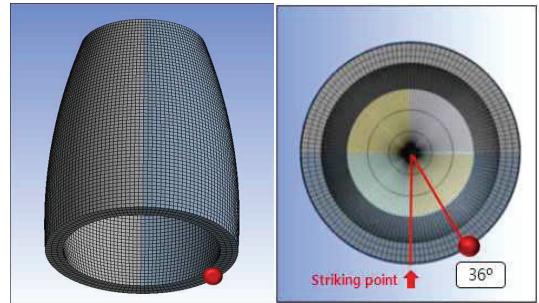


Fig. 2 Finite element model of the Sacred Bell of the Great King Seongdeok.

Table 1 Specification of the bell.

Mass	18900 kg
Density	8200 kg/m ³
Young's Modulus	90.08 GPa
Poisson's ratio	0.34
1 st low frequency	64.07 Hz
1 st high frequency	64.42 Hz

모드 쌍을 보인다. 기존의 신종 연구결과⁽⁵⁾에 근거하면, 1차 진동모드 쌍은 64.07Hz와 64.42Hz의 L, H 주파수를 가지며, 맥놀이 주기는 이 두 주파수 차이의 역수인 2.9초로 적절하다. L 모드의 배는 당좌 우측 36° 부근이며, H 모드의 절점이기도 하다. 따라서 타격점(당좌)을 기준(0°)으로, $\phi_L = 0.628(rad)$, $\phi_H = 1.414(rad)$ 이다. L, H 모드의 절점(또는 배)은 각 모드별로 90° 간격으로 위치한다.

2.2 등가 종의 유한 요소 모델

성덕대왕신종을 대상으로, ANSYS 13.0을 사용하여 유한요소해석을 수행하였다. 축대칭 유한요소 모델을 구성은 기존의 측정 자료⁽⁶⁾를 근거로 하였다. Fig.2 와 같이 표면의 문양은 무시하고, 종 높이를 58등분, 원주상을 136등분하여 총 23,953개의 3차 유효면체 요소(HEX20)를 사용하여 축대칭 기본 구조를 결정하였다. 청동의 탄성계수는 재료 핸드북 데이터⁽⁷⁾에 근거하되, 맥놀이를 만드는 1차 고유진동수 해석치가 측정치에 근사하도록 미세하게 조정하였다. Table 1에 신종의 축대칭 모델의 주요 제원을 표시한다.

등가 종의 구성은 Rourke 등⁽⁸⁾과 박한길 등⁽²⁾에 의하여 제시된 등가 링 이론에 근거한다. 등가 종이

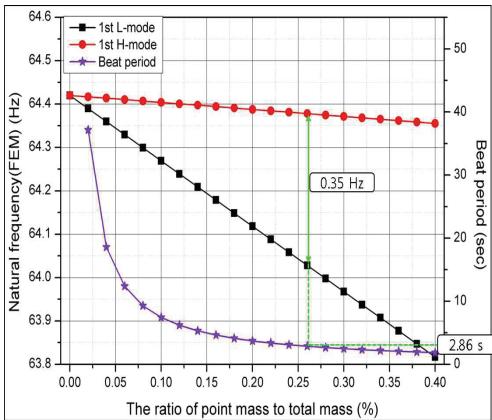


Fig. 3 1st Frequency pair vs. the mass ratio.

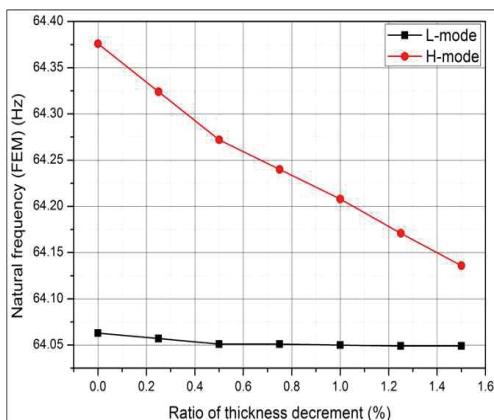


Fig. 4 Frequency change by local thickness decrement.

실제 종과 동일한 모드 쌍의 배치를 갖도록, 집중질량을 L 모드의 배인 $\phi_L = 36^\circ$ 에 부착하여, 그크기는 측정된 맥놀이 주기와 동일한 값을 갖도록 유한요소해석을 통하여 찾았다. Fig. 3은 종의 총질량에 대한 집중질량의 비를 증가시키면서 L, H 모드 진동수 변화와 맥놀이 주기를 유한요소해석으로 구한 결과이다. 질량비 증가에 따라 H 모드와 L 모드의 주파수 차이는 거의 선형적으로 증가하고, 이에 따라 맥놀이 주기는 감소한다. 해석으로부터 총질량의 0.26%인 48kg의 집중질량을 $\phi_L = 36^\circ$ 에 부착할 때, 모드 쌍의 분포는 측정결과와 일치하고, 맥놀이도 실제 종에 근사한 2.9초의 주기를 갖는 등가종이 되는 것을 확인하였다. Fig. 2는 완성된 등가 종 모델을 보인다.

3. 등가 종을 이용한 맥놀이 조절

종의 맥놀이 주기를 변화시키기 위해서는 하대내부의 적절한 위치를 연삭해서 두께를 국부적으로 감소시키는 방법이 보편적이다. 국부적 요소 단면의 굽힘 강성은 두께의 3승에 비례하나 질량은 두께에 비례한다. 따라서 H 모드 배(L 모드의 절점)의 요소 두께를 감소시키면 H 모드는 강성 감소 효과로 진동수가 감소한다. 반면에 L 모드의 강성은 거의 변하지 않으므로 L 모드 주파수는 유지된다. 그 결과 두 진동수의 차이는 작아지고, 맥놀이 주기가 길어진다. 반대로 L 모드 배 위치의 두께를 줄이면, 맥놀이 주기는 짧아진다. 본 연구에서는 당좌(0°) 우측 81° 에 위치한 H 모드의 배에서 하단으로부터 높이 200mm, 폭 241mm(원주반경 15° 에 해당) 요소의 두께를 단계적으로 감소시켰다. 이에 따른 맥놀이 주기의 변화를 유한요소해석을 통하여 예측하였다. Fig. 4에서 보듯이, H 모드 배에서의 두께 감소로 H 주파수는 감소하고, L 주파수는 유지된다. 그 결과 L,H 진동수 쌍의 차이는 감소하고 맥놀이 주기는 길어진다. 이러한 시뮬레이션을 통하여 요구되는 맥놀이 주기를 얻기 위하여 필요한 연삭량을 추정할 수 있다. 본 방법은 대형종의 맥놀이 조절에 더 효과적이다. 무게가 십 톤이 훨씬 넘는 대형 종의 맥놀이 조절 시에는 연삭량이 상당하므로 긴 시간이 필요하고, 연삭에 오류가 발생하면 바로 잡기가 매우 어렵다. 본 방법에 근거하여 등가 종을 구성한 후 시뮬레이션을 통하여 소요되는 연삭량을 추정하여 조금씩 단계적으로 연삭량을 늘려 간다면, 오류를 피하고 적절한 주기의 맥놀이를 만드는데 소요되는 시간과 비용을 크게 줄일 수 있을 것이다.

4. 결 론

성덕대왕신종을 대상으로 여음의 맥놀이를 만드는 1차 진동모드의 모드 쌍 조건을 만족시키는 등가 종을 구성하였다. 등가 종은 축대칭 종형 구조물에 하나의 집중 질량을 갖는 모델로 구성하였다. 등가 종은 당좌 우측 36° 위치에 총질량의 0.26%인 48kg 정도의 집중 질량을 갖는 것으로 결정되었다. 등가 종을 이용한 시뮬레이션을 통하여, 종 하대의

요소 두께를 국부적으로 감소시켰을 때 맥놀이 주기의 변화를 예측하였고, 이로부터 요구되는 맥놀이 주기를 얻기 위한 연삭 위치와 연삭량의 정보를 구할 수 있었다. 제시된 방법을 연삭량이 상당히 큰 대형 종의 맥놀이 조절에 적용한다면 연삭에 소요되는 시간을 크게 줄일 수 있을 것이다.

후 기

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구 (No.2011-0014645)임.

참고문헌

1. H. G. Park, S. H. Kim, Y. J. Kang, "Analytical method of beat tuning in a slightly asymmetric ring", Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 21, No. 8, 2005
2. H. G. Park, Y. J. Kang, and S. H. Kim, "Dual mode tuning strategy of a slightly asymmetric ring," Journal of Acoustical Society of America, Vol. 123, No. 3, pp. 1383-1391, 2008.
3. S. H. Kim, J. H. Lee, "Beat Period Tuning Method Using an Equivalent Bell Model", Journal of Acoustical Society of Korea, Vol. 31, No. 8, pp.561-568, 2012.
4. W. Soedel, Vibrations of Shells and Plates, New York: Marcel Dekker, Inc. 1993.
5. S. H. Kim, C. W. Lee, J. M. Lee, 2005, "Beat characteristics and beat maps of the King Seong-deok Divine Bell", Journal of Sound Vibration, Vol. 281, pp.21~44.
6. 염영하, "한국종의 연구", 한국정신문화연구원 연구논총 84-14, 1984.
7. http://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d_773.html : ASTM B31.1-1995.
8. A. K. Rourke, S. McWilliam, C. H. J. Fox, "Multi-mode trimming of imperfect rings", Journal of Sound and Vibration, Vol. 248, No. 4, pp.695-724, 2001.