

# 정지홈과 회전홈을 갖는 저널베어링의 안정성 평가

## Stability analysis of the rotating and stationary grooved journal bearings

이민호\* · 이지훈\* · 장건희†  
**M. H. Lee, J. H. Lee and G. H. Jang**

**Key Words :** Fluid dynamics bearing(FDB), Stability Analysis, Dynamic coefficient, Hard disk drive, Stationary Groove, Rotating Groove, Hill's infinite determinant

### ABSTRACT

This research investigates the stability analysis for the rotating and the stationary grooved journal bearing. The dynamic coefficients of the journal bearing are calculated by using FEM and the perturbation method. When journal bearing is in whirling motion, the dynamic coefficients have time-varying components as a sine wave due to the reaction force of oil film toward the center of journal even in the steady state. The solutions for the equations of motion can be assumed as the Fourier series expansion. The equations of motion can be rewritten as the linear algebraic equations with respect to the Fourier coefficients. Then, stability of the grooved journal bearing can be calculated by Hill's infinite determinant. The periodic function of dynamic coefficients is derived using Fourier Fast Transform(FFT). The stability of journal bearing is determined as rotating speed increases and the stability of rotating grooved journal bearing is compared and discussed with the stability of stationary grooved journal bearing.

### 1. 서 론

유체동압베어링은 윤활 유체의 유막 반력을 통하여 회전부를 지지하고 회전부와 정지부 사이의 직접적인 접촉을 방지하여 저진동 및 저소음 특성을 갖는다. 그리고 HDD에 사용되는 유체동압베어링의 경우, 회전부와 정지부사이의 마이크론 단위의 간극을 유지하여 높은 부하용량과 강성 및 감쇠계수를 갖는다. 이러한 우수성으로 인하여 기존에 볼베어링으로 지지되던 HDD 스팬들 모터 대신 유체동압베어링으로 지지되는 HDD 스팬들 모터가 널리 사용되고 있다. 유체동압베어링은 홈의 위치에 따라 정지홈을 갖는 유체동압베어링과 회전홈을 갖는 유체동압베어링으로 나뉘며 유체동압베어링의 홈의 위치에 따라 성능 및 특성이 바뀐다. 유체동압베어링으로 지지되는 디스크 스팬들 시스템은 작동 시 유

체동압베어링의 회전부는 질량 불평형에 의해 선회 운동을 하게 되며 이에 따라 주기적인 유막 반력이 발생하여 동특성계수는 시변하는 주기함수를 갖게 된다. 따라서 유체동압베어링의 홈의 위치에 따라 주기성을 갖고 변화하는 동특성 계수에 대한 해석이 필요하며 주기함수를 갖는 동특성 계수를 이용한 안정성의 평가 및 비교가 이루어져야 한다.

많은 연구자들은 안정성 해석 방법과 유체동압베어링의 안정성을 높일 수 있는 연구를 진행하였다. Yoon과 Jang<sup>(1)</sup>은 2자유도 Hill's infinite determinant를 이용하여 회전홈을 갖는 저널베어링이 한 점을 중심으로 회전하는 것으로 가정하여 안정성 평가를 진행하였다. 하지만 선회 운동을 고려하지 않았으며 정지홈을 갖는 저널베어링에 대한 안정성 해석은 진행하지 않았다. Kim<sup>(2)</sup> 등은 5자유도 유체동압베어링의 임계질량을 이용하여 회전 좌표계에서 안정성을 평가하였다. 하지만 동특성 계수를 일정한 값으로 가정하고 임계질량을 이용하여 안정성을 해석하였다. Lee<sup>(3)</sup> 등은 회전홈을 갖는 유체동압베어링에 대한 선회운동을 고려한 안정성 평가를 진행하였으며 임계질량을 이용하여 안정성 평

\* 교신저자: 정희원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : ghjiang@hanyang.ac.kr

Tel : 02) 2220-0431 , Fax : 02) 2292-3406

\* 정희원, 한양대학교 기계공학과 대학원

가를 진행하였다. 하지만 정지홈을 갖는 유체동압베어링에 대한 안정성 평가는 진행하지 않았다.

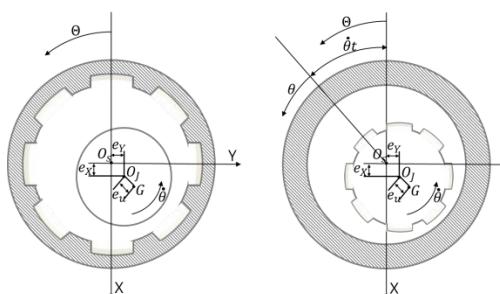
유체동압베어링으로 지지되는 디스크-스핀들 시스템은 회전부가 선회운동을 하기 때문에 시변하는 주기함수로 표현되는 강성과 감쇠계수의 해석과 이를 포함한 안정성 해석이 필요하다. 그러므로, 본 논문에서는 유체동압베어링으로 지지되는 디스크-스핀들 시스템의 선회운동을 고려한 안정성 해석 방법을 제안하였으며, 회전홈을 갖는 저널베어링과 정지홈을 갖는 저널베어링 사이의 안정성 해석을 비교하였다. 강성 및 감쇠계수는 유한요소법과 섭동법을 이용하여 계산하였으며, 선회운동을 고려하여 각 위치마다 해석을 진행하였다. 강성 및 감쇠계수는 주기함수로 표현되기 때문에 유체동압베어링으로 지지되는 회전체의 운동방정식은 계수가진계로 생각하고 운동방정식의 해는 Fourier Series로 가정할 수 있으며 운동방정식은 Fourier 계수에 대한 선형대수방정식으로 정의하였다. 이 선형대수방정식을 이용하여 Hill's infinite determinant를 구하여 저널베어링의 안정성을 평가하고 훨의 회전반경을 이용하여 검증을 하였다.

## 2. 해석방법

### 2.1 동특성 계수의 결정

Figure 1은 정지홈과 회전홈을 갖는 유체동압베어링의 좌표계를 나타낸다. 유체동압베어링의 지배방정식인 Reynolds 방정식은 Figure 1에서 나타내는 것과 같이 고정좌표계( $x' = R\theta, z'$ )를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>(4)</sup>. 정지홈을 갖는 저널베어링과 회전홈을 갖는 저널 베어링의 지배방정식은 각각 식 (1)과 식 (2)와 같이 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z'} \right) = \frac{R\dot{\theta}}{2} \frac{\partial h}{\partial x'} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$



(a) Stationary groove    (b) Rotating groove  
Figure 1. Coordinate system of the journal bearing with stationary and rotating grooves

$$\frac{\partial}{\partial x'} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z'} \right) = -\frac{R\dot{\theta}}{2} \frac{\partial h}{\partial x'} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2)$$

여기서  $R$ 은 저널 베어링의 반경,  $\dot{\theta}$ 은 축의 회전속도,  $h$ 는 유막 두께,  $p$ 는 압력,  $\mu$ 는 점성계수이다.

홈과 마루 영역에서의 유막 두께  $h$ 는 원주 좌표계  $\Theta$ 로 각각 식 (3), (4)로 표현이 가능하다.

$$h = c_g + c + e_x \cos \Theta + e_y \sin \Theta \quad (3)$$

$$h = c + e_x \cos \Theta + e_y \sin \Theta \quad (4)$$

여기서  $c$ 와  $c_g$ 는 간극과 홈의 깊이이다. 정지홈을 갖는 유체동압베어링은 저널이 회전하여도 유막 두께는 변화하지 않는다. 하지만 회전홈을 갖는 유체동압베어링은 원주좌표  $\Theta$ 가 회전속도  $\dot{\theta}$ 와 회전좌표  $\theta$ 로 나타낼 수 있다.

$$\Theta = \theta + \dot{\theta}t \quad (5)$$

따라서 식 (1), (2)의 유막 두께에 대한 시간 변화율은 식 (6), (7)과 같다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \dot{e}_x \cos \Theta + \dot{e}_y \sin \Theta \quad (6)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \dot{e}_x \cos \Theta + \dot{e}_y \sin \Theta - \dot{\theta} e_x \cos \Theta + \dot{\theta} e_y \sin \Theta \quad (7)$$

섭동법을 이용하여 Reynolds 방정식으로부터 압력에 대한 방정식을 유도하였다.  $x$ 축을 준평형 상태에서 저널 베어링에 가해지는 하중의 방향을 설정하고 준평형 상태의 회전체에 대하여  $x$ ,  $y$ 방향의 미소 병진운동과  $x$ ,  $y$ 축의 미소 톤팅운동을 가하였을 때 발생하는 유막 두께, 유막 두께의 시간변화율, 압력의 변화를 1차 Taylor series의 형태로 선형화하여 대입하면 각 섭동합에 대한 1차식으로 정리하여 섭동방정식을 구할 수 있다.

섭동방정식의 해는 유한요소법을 이용하여 쉽게 구할 수 있으며 부하용량 및 동특성 계수는 베어링 영역에서 해를 적분하여 구할 수 있다.<sup>(5)</sup> 유체동압과 베어링 반력 사이의 관계는 식 (8)과 같다.

$$\begin{cases} F_x \\ F_y \end{cases} = \{F_0\} + [K] \begin{cases} \Delta x \\ \Delta y \end{cases} + [C] \begin{cases} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \end{cases} \quad (8)$$

여기서  $\{F_0\}$ 는 부하용량,  $[K]$ 는 강성계수,  $[C]$ 는 감쇠계수를 의미한다.<sup>(5)</sup>

### 2.2 안정성 해석

유체동압베어링으로 지지되는 질량이  $m$ 인 강체 회전자의 운동방정식은 식 (9)와 같다.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{cases} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{cases} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{cases} \dot{x} \\ \dot{y} \end{cases} + \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{cases} x \\ y \end{cases} = 0 \quad (9)$$

유체동압베어링은 회전부는 일정한 궤적을 가지고 공전을 한다. 정상상태에서 궤적을 원형의 형태로 가정하고 유체동압베어링이 회전을 할 경우 동

특성 계수는 시변하는 주기함수로 표현이 가능하며 식 (10), (11)로 표현된다.

$$C_{ij} = \bar{C}_{ij} + \Delta C_{ij} \cos(\chi t + \phi_{ij}) \quad i, j = X, Y \quad (10)$$

$$K_{ij} = \bar{K}_{ij} + \Delta K_{ij} \cos(\chi t + \varphi_{ij}) \quad i, j = X, Y \quad (11)$$

여기서  $\bar{C}_{ij}$ ,  $\bar{K}_{ij}$ 는 각각 감쇠 계수와 강성 계수의 평균값을 의미하며  $\Delta$ 는 동특성계수의 변화량,  $\chi$ 는 계수가진 주파수, 그리고  $\phi_{ij}$ ,  $\varphi_{ij}$ 는 각각 감쇠 계수와 강성 계수의 위상각을 의미한다. 식 (10)과 (11)을 식 (9)에 대입한 후 식 (12)를 이용하여 운동방정식을 고유치 문제로 바꿀 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & \beta_1 \\ \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{\bar{K}_{XX}} \begin{bmatrix} \bar{K}_{XX} & \bar{K}_{XY} \\ \bar{K}_{YX} & \bar{K}_{YY} \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (12)의 역행렬을 식 (9)에 양변에 곱하면 식 (13)으로 표현이 되며 강성행렬은 대각성분만 존재하게 된다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 & E_2 \\ E_3 & E_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 & e_2 \\ e_3 & e_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \cos \chi t \\ & - \begin{bmatrix} f_1 & f_2 \\ f_3 & f_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \sin \chi t + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ k_3 & k_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \cos \chi t - \begin{bmatrix} n_1 & n_2 \\ n_3 & n_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \sin \chi t = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)에서 각 계수 행렬은 식 (14)~(20)과 같다.

$$\begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 \\ \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} E_1 & E_2 \\ E_3 & E_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 \\ \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{C}_{XX} & \bar{C}_{XY} \\ \bar{C}_{YX} & \bar{C}_{YY} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} e_1 & e_2 \\ e_3 & e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 \\ \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta C_{XX} \cos \phi_{XX} & \Delta C_{XY} \cos \phi_{XY} \\ \Delta C_{YX} \cos \phi_{YX} & \Delta C_{YY} \cos \phi_{YY} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} f_1 & f_2 \\ f_3 & f_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 \\ \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta C_{XX} \sin \phi_{XX} & \Delta C_{XY} \sin \phi_{XY} \\ \Delta C_{YX} \sin \phi_{YX} & \Delta C_{YY} \sin \phi_{YY} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{XX} & 0 \\ 0 & \bar{K}_{YY} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ k_3 & k_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 \\ \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta K_{XX} \cos \varphi_{XX} & \Delta K_{XY} \cos \varphi_{XY} \\ \Delta K_{YX} \cos \varphi_{YX} & \Delta K_{YY} \cos \varphi_{YY} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} n_1 & n_2 \\ n_3 & n_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 \\ \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta K_{XX} \sin \varphi_{XX} & \Delta K_{XY} \sin \varphi_{XY} \\ \Delta K_{YX} \sin \varphi_{YX} & \Delta K_{YY} \sin \varphi_{YY} \end{bmatrix} \quad (20)$$

식 (13)은 계수가진 주파수  $\chi$ 를 가지므로 해는  $T = 2\pi/\chi$ 의 주기를 가지는 주기함수로 표현이 되며 식 (21)로 나타낸다.

$$x(t+T) = \sigma x(t) \quad (21)$$

여기서 상수  $\sigma$ 는 안정과 불안정성의 경계를 예상할 수 있다. 상수  $\sigma$ 의 절대값이 1보다 큰 경우, 해는 불안정하며, 절대값이 1보다 작은 경우, 주기해는

안정하다. 또한  $\sigma$ 의 값이  $\pm 1$ 일 경우에는 안정과 불안정의 경계가 된다.  $\sigma$ 가  $+1$ 일 경우 그 해의 주기는  $T$ 가 되며  $-1$ 인 경우 주기는  $2T$ 가 된다.  $\sigma$ 가  $-1$ 인 경우,  $\sigma$ 가  $+1$ 일 때 특성방정식의 모든 고유치를 포함하므로, 본 논문에서는  $\sigma$ 가  $-1$ 인 경우에 대하여 특성방정식을 유도하였으며 주기가  $2T$ 인 경우 식 (21)은 식 (22)로 표현할 수 있다.

$$x(t+2T) = x(t) \quad (22)$$

주기가  $2T$ 인 해는 Fourier series를 이용하여 식 (23), (24)와 같이 가정한다.

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{n\chi t}{2} + b_n \sin \frac{n\chi t}{2} \right) \quad (23)$$

$$y(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( c_n \cos \frac{n\chi t}{2} + d_n \sin \frac{n\chi t}{2} \right) \quad (24)$$

여기서  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $c_n$ ,  $d_n$ 은 각각 Fourier 계수이다.  $x(t)$ ,  $y(t)$ 의 속도와 가속도는 식 (23), (24)을 시간에 대해 미분한다.

앞에서 가정한 변위, 속도, 가속도를 식 (13)에 대입하여 상수항과  $\cos n\chi t$ ,  $\sin n\chi t$  항으로 정리하고 각 항을 0으로 하면 Fourier 계수로 이루어진 선형대수연립 방정식을 얻을 수 있다. 식 (25)~(31)은 식 (13)의 첫 번째 방정식으로부터 구한 선형대수연립 방정식이다.

Costant :

$$\begin{aligned} & e_1 b_1 2\chi + \frac{e_2 d_2 2\chi}{4} + K a_0 + \frac{k_1 a_2}{2} + \frac{k_2 c_2}{2} + \frac{f_1 a_2 \chi}{2} \\ & + \frac{f_2 c_2 \chi}{2} - \frac{n_1 b_2}{2} - \frac{n_2 d_2}{2} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$\cos \frac{n\chi t}{2} :$

$$\begin{aligned} & -\frac{m_1 a_1 \chi^2}{4} - \frac{m_2 c_1 \chi^2}{4} + \frac{E_1 b_1 \chi}{2} + \frac{3e_1 b_3 \chi}{4} + \frac{e_1 b_1 \chi}{4} \\ & + \frac{E_2 d_1 \chi}{2} + \frac{3e_2 d_3 \chi}{4} + \frac{e_2 d_1 \chi}{4} + K a_1 + \frac{k_1 a_3}{2} + \frac{k_1 a_1}{2} \\ & + \frac{k_2 c_3}{2} + \frac{k_2 c_1}{2} + \frac{f_1 a_1 \chi}{4} + \frac{3f_1 a_3 \chi}{4} + \frac{f_2 c_1 \chi}{4} + \frac{3f_2 c_3 \chi}{4} \\ & - \frac{n_1 b_1}{2} - \frac{n_1 b_3}{2} - \frac{n_2 d_1}{2} - \frac{n_2 d_3}{2} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

$\cos \chi t :$

$$\begin{aligned} & -m_1 a_2 \chi^2 - m_2 c_2 \chi^2 + E_1 b_1 \chi + e_1 b_4 \chi + E_2 d_2 \chi \\ & + e_2 d_4 \chi + K a_2 + \frac{k_1 a_4}{2} + k_1 a_0 + \frac{k_2 c_4}{2} + k_2 c_0 \\ & + f_1 a_4 \chi + f_2 c_4 \chi - \frac{n_1 b_4}{2} - \frac{n_2 d_4}{2} = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$\cos \frac{n\chi t}{2}$  ( $n \geq 3$ ) :

$$\begin{aligned} & -m_1 a_n \frac{n^2 \chi^2}{4} - m_2 c_n \frac{n^2 \chi^2}{4} + E_1 b_n \frac{n \chi}{2} \\ & + e_1 \left[ \frac{n-2}{4} b_{n-2} \chi + \frac{n+2}{4} b_{n+2} \chi \right] + E_2 d_n \frac{n \chi}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +e_2 \left[ \frac{n-2}{4} d_{n-2} \chi + \frac{n+2}{4} d_{n+2} \chi \right] + K a_n \\
& +k_1 \left[ \frac{a_{n-2}}{2} + \frac{a_{n+2}}{2} \right] + k_2 \left[ \frac{c_{n-2}}{2} + \frac{c_{n+2}}{2} \right] \\
& +f_1 \left[ \frac{n+2}{4} a_{n+2} \chi - \frac{n-2}{4} a_{n-2} \chi \right] \\
& +f_2 \left[ \frac{n+2}{4} c_{n+2} \chi - \frac{n-2}{4} c_{n-2} \chi \right] \\
& -n_1 \left[ \frac{b_{n+2}}{2} - \frac{b_{n-2}}{2} \right] - n_2 \left[ \frac{d_{n+2}}{2} - \frac{d_{n-2}}{2} \right] = 0 \quad (28)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sin \frac{\chi t}{2} : \\
& -\frac{m_1 b_1 \chi^2}{4} - \frac{m_2 d_1 \chi^2}{4} + \frac{E_1 a_1 \chi}{2} + \frac{3e_1 a_3 \chi}{4} + \frac{e_1 a_1 \chi}{4} \\
& -\frac{E_2 c_1 \chi}{2} - \frac{3e_2 c_3 \chi}{4} + \frac{e_2 c_1 \chi}{4} + K b_1 + \frac{k_1 b_3}{2} - \frac{k_1 b_1}{2} \\
& +\frac{k_2 d_3}{2} + \frac{k_2 d_1}{2} - \frac{f_1 b_1 \chi}{4} + \frac{3f_1 b_3 \chi}{2} - \frac{f_2 d_1 \chi}{4} + \frac{3f_2 d_3 \chi}{4} \\
& -\frac{n_1 a_1}{2} + \frac{n_1 a_3}{2} - \frac{n_2 c_1}{2} - \frac{n_2 c_3}{2} = 0 \quad (29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sin \frac{\chi t}{2} : \\
& -m_1 b_2 \chi^2 - m_2 d_2 \chi^2 - E_1 a_1 \chi - e_1 c_4 \chi - E_2 c_2 \chi \\
& -e_2 c_4 \chi + K b_2 + \frac{k_1 b_4}{2} + \frac{k_2 c_4}{2} + k_2 c_0 + f_1 b_4 \chi \\
& +f_2 d_4 \chi + \frac{n_1 a_4}{2} + \frac{n_2 c_4}{2} = 0 \quad (30)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sin \frac{\chi t}{2} (n \geq 3) : \\
& -m_1 b_n \frac{n^2 \chi^2}{4} - m_2 d_n \frac{n^2 \chi^2}{4} - E_1 a_n \frac{n \chi}{2} \\
& +e_1 \left[ -\frac{n-2}{4} a_{n-2} \chi - \frac{n+2}{4} a_{n+2} \chi \right] - E_2 c_n \frac{n \chi}{2} \\
& +e_2 \left[ -\frac{n-2}{4} c_{n-2} \chi - \frac{n+2}{4} c_{n+2} \chi \right] + K b_n \\
& +k_1 \left[ \frac{b_{n-2}}{2} + \frac{b_{n+2}}{2} \right] + k_2 \left[ \frac{d_{n-2}}{2} + \frac{d_{n+2}}{2} \right] \\
& -f_1 \left[ \frac{n+2}{4} b_{n+2} \chi - \frac{n-2}{4} b_{n-2} \chi \right] \\
& -f_2 \left[ \frac{n+2}{4} d_{n+2} \chi - \frac{n-2}{4} d_{n-2} \chi \right] \\
& +n_1 \left[ \frac{a_{n+2}}{2} - \frac{a_{n-2}}{2} \right] + n_2 \left[ \frac{c_{n+2}}{2} - \frac{c_{n-2}}{2} \right] = 0 \quad (31)
\end{aligned}$$

식 (25)~(31)까지의 대수방정식을 유도하는 과정과 유사하게 식 (13)의 두 번째 방정식을 구한다.

두 개의 선형대수방정식을 토대로 Fourier 계수와 나머지를 분류하여 식 (32)와 같이 표현된다.

$$[P]\{U\} = 0 \quad (32)$$

여기서 행렬 [P]는 식 (13)으로부터 구한 2개의 방정식의 요소들이 행렬 [P]의 윗부분과 아랫부분에 각각 포함되어 있으며, 행렬 {U}는 Fourier 계수로 이루어진 행렬이다.

$$\{U\} = \{a_0, a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n, c_0, \dots, c_n, d_1, \dots, d_n\}^T \quad (33)$$

행렬 [P]의 요소들은 무차원변수를 이용하여 무차

원화한다.<sup>(1)</sup>

식 (32)가 의미 있는 해를 갖기 위해서는 행렬 [P]의 determinant가 0이 되어야 한다. 그 결과를 통해 식 (13)의 운동방정식에 대한 특성방정식을 얻을 수 있다. 행렬 [P]의 대각성분에만  $\lambda$ 가 포함되어 있으므로  $\lambda$ 는 행렬 [P]의 고유치이며 식 (33)과 같은 특성방정식으로 나타낼 수 있다.

$$|P_{\lambda=0}| + \lambda |I| = 0 \quad (34)$$

여기서 행렬  $[P_{\lambda=0}]$ 은  $\lambda = 0$ 일때의 행렬 [P]이며 [I]는 단위 행렬이다. 식 (34)은 Hill's infinite determinant의 형태를 가지며 그 해는 안정성 판별 조건에 의해 안정과 불안정의 경계가 결정된다. 불안정한 영역은 식 (35)의 조건에 의해 결정된다.<sup>(6)</sup>

$$\det([P]) < 0 \quad (35)$$

### 3. 결 과

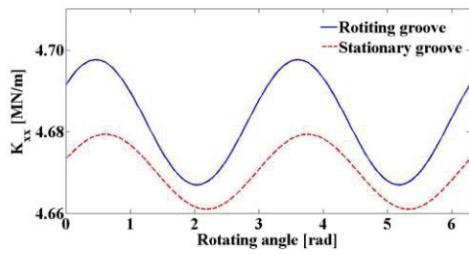
#### 3.1 동특성 계수의 해석

Jang과 Yoon<sup>(4)</sup>이 개발한 프로그램을 이용하여 저널 베어링의 동특성 계수를 해석하였으며 베어링의 설계변수는 Table 1에 나타내었다. 본 해석에서 사용된 회전체는 2.5인치 컴퓨터 하드디스크용 스플들 시스템의 회전체와 두 장의 디스크로 구성되어 있으며 무게는 20.988g이다. 유막은 4절점 등방성 요소를 사용하였으며 1600개의 요소로 분할하였다. 양 끝단에서의 압력은 대기압의 경계조건을 사용하였다.

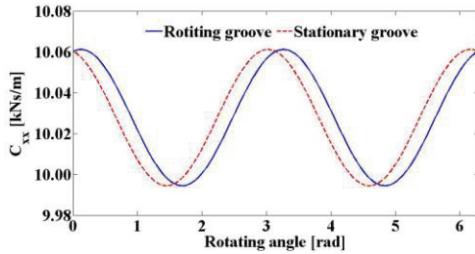
Figure 2는 편심율이 0.1이고 회전속도가 7200 rpm의 회전홈과 정지홈을 갖는 저널 베어링의 동특성 계수의 주기함수를 나타낸 것이다. 정상상태에서 저널베어링의 동특성 계수는 한 회전당 2주기로 변화한다. Figure 3은 회전홈과 정지홈을 갖는 저널베어링의 회전속도에 따른 동특성 계수의 평균값 및 진폭의 변화를 나타낸 것이다. 각 그래프에서의 바는 최대값과 최소값을 의미하며 중간에 평균값이 존재한다.  $K_{xx}$ 와  $K_{yy}$ ,  $C_{xx}$ 와  $C_{yy}$ ,  $C_{xy}$ 와  $C_{yx}$ 는 서로

Table 1. Design parameter of journal bearing

Parameter	Value
Clearance, $c$ [ $\mu\text{m}$ ]	1.85
Radius, $R$ [m]	0.0015
Length, L [m]	0.00185
Number of grooves [-]	8
Groove angle [degree]	20
Groove depth [ $\mu\text{m}$ ]	5
Groove width ratio [-]	0.38



(a)  $K_{xx}$



(b)  $C_{xx}$

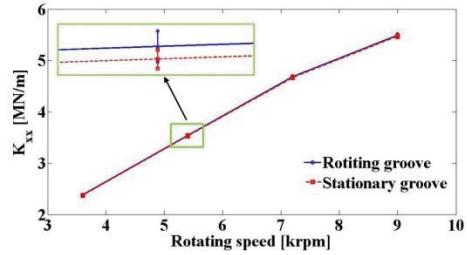
**Figure 2. Variation of the dynamic coefficient of the rotating and stationary grooved journal bearing at 7200rpm,  $\varepsilon = 0.1$**

유사한 변화를 보인다. 속도가 증가함에 따라  $K_{xx}$ 와  $K_{yy}$ 는 증가하며  $K_{xy}$ 와  $K_{yx}$ 는 서로 반대의 부호로 나타난다. 또한  $C_{xx}$ 와  $C_{yy}$ 는 회전속도가 증가함에 따라 감소하며  $C_{xy}$ 와  $C_{yx}$ 는 일정한 값을 보인다. 여기서  $K_{xy}$ 를 제외한 강성계수에서 회전홈을 갖는 저널베어링의 강성계수가 더 높게 나오며 감쇠계수는 거의 같다.

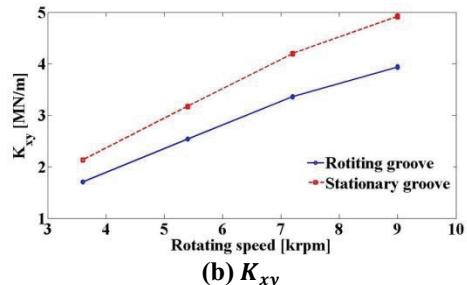
### 3.2 안정성 해석

3.1절에서 구한 동특성 계수를 이용하여 회전홈을 갖는 저널베어링과 정지홈을 갖는 저널베어링 사이의 안정성 해석을 수행하였다. Hill's infinite determinant의 행렬구성은  $18 \times 18$ 의 크기로 구성이 되어 있으며, Fourier 계수는 총 18개 이다.

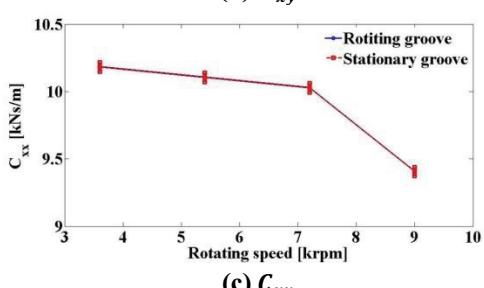
회전 속도를 3600rpm, 5400rpm, 7200rpm, 9000rpm로 증가시키며 안정성을 평가하였다. Figure 4 (a)는 Hill's infinite determinant를 이용한 안정성 해석 결과이다. 속도가 증가함에 따라 강성 계수는 불안정 영역을 증가시키며 감쇠계수는 안정 영역을 증가시킨다.<sup>(1)</sup> 안정성 해석에서 속도가 증가함에 따라 저널베어링의 안정성은 낮아진다. 속도가 증가함에 따라 저널베어링의 강성계수는 대체적으로 증가하고 있으며 감쇠계수는 감소하거나 혹은 일정하기 때문이다. 또한 정지홈을 갖는 저널베어링과 회전홈을 갖는 저널베어링 사이의 안정성을 분



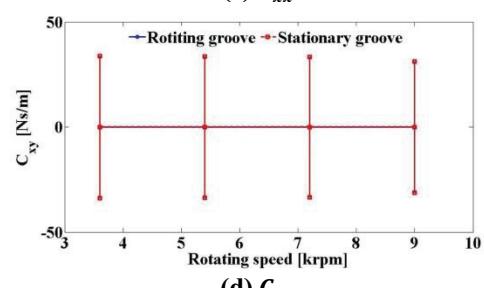
(a)  $K_{xx}$



(b)  $K_{xy}$



(c)  $C_{xx}$



(d)  $C_{xy}$

**Figure 3. Variation of the dynamic coefficients for increasing rotational speed**

석하여 보면 정지홈을 갖는 저널베어링의 안정성이 회전홈을 갖는 저널베어링의 안정성보다 높은 것을 확인할 수 있다.

해석방법을 검증하기 위하여 안정과 불안정 위치에 대한 훨 케적을 이용하여 검증을 하였다. Figure 5는 유체동압베어링의 훨 케적을 나타낸 그래프이다. 식 (9)의 운동방정식을 Runge-Kutta법으로 풀었고 시간간격은  $10^{-6}$  간격으로 초기 변위는  $x, y$  각

## 4. 결 론

본 논문은 저널베어링의 선회운동을 고려하여 유체동압베어링의 안정성을 Hill's infinite determinant를 이용하여 평가하였다. 안정성은 속도가 증가함에 따라 감소하는 것을 확인할 수 있으며 정지홈을 갖는 저널베어링의 안정성이 회전홈을 갖는 저널베어링의 안정성보다 높은 것을 확인할 수 있다. Hill's infinite determinant를 이용하여 구한 안정성은 훨 케적의 발산, 수렴으로 본 연구의 타당성을 검증하였다.

## 사 사

“이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2010-0021919)”

## 참 고 문 헌

- (1) J. W. Yoon, G. H. Jang, 2003, Stability analysis of a hydrodynamic journal bearing with rotating herringbone grooves, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 13, No 4, pp. 291~300
- (2) M. G. Kim, G. H. Jang, H. W. Kim, 2010, Stability analysis of a disk-spindle system supported by coupled journal and thrust bearings considering five degrees of freedom, Tribology International, Vol. 43, pp. 1479~1490
- (3) J. H. Lee, G. H. Jang, K. M. Jung, H. J. Ha, 2011, Stability analysis of a whirling disk-spindle system supported by FDBs with rotating grooves, Microsyst Technol, Vol. 17, pp. 787~797
- (4) G. H. Jang, J. W. Yoon, 2002, Nonlinear dynamic analysis of a hydrodynamic journal bearing due to the effect of a rotating or stationary herringbone groove, ASME J. Trib., Vol. 124, No. 2, pp. 297~304
- (5) G. H. Jang, Y. J. Kim, 1999, Calculation of dynamic coefficients in a hydrodynamic bearing considering five degrees of freedom for a general rotor-bearing system, ASME J. Trib., Vol. 121, pp. 499~505
- (6) Newland, D. E, 1989, Mechanical vibration analysis and computation, Longman Scientific and Technical

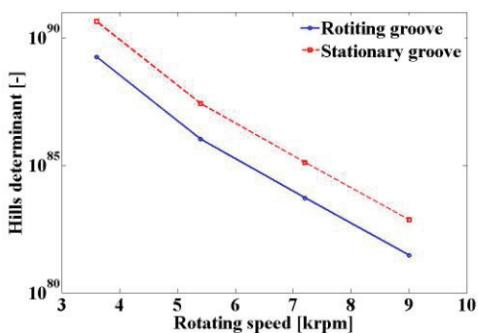


Figure 4. Stability analysis by using Hill's infinite determinant for increasing rotational speed

각  $0.05\mu\text{m}$ 로 하였다. 그래프의 화살표는 회전방향을 의미한다. 회전속도 9000rpm에서 질량  $m=82.9738\text{kg}$ 보다 작을 때 Hill's infinite determinant는 0보다 크며 훨 반경은 어느 한 케적으로 수렴하며 질량  $m=82.9738\text{kg}$ 보다 작을 때 Hill's infinite determinant는 0보다 작으며 훨 케적이 발산하는 것을 볼 수 있다. 훨 케적의 수렴과 발산으로 본 논문의 타당성을 입증 할 수 있다.

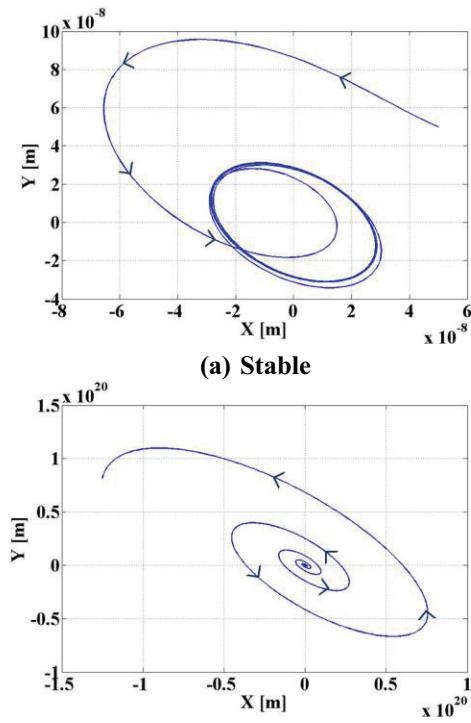


Figure 5. Whirl orbit in stable and unstable position