# 축방향 병진구동 유연링크의 횡방향 진동 해석

Analysis of Lateral Vibration of an Axially Translating Flexible Link

# 신헌섭\*·임성수\*\*

Heonseop Shin and Sungsoo Rhim

## 1. 서 론

링크의 종방향 병진구동 메커니즘은 물체를 이송 하기 위한 로봇시스템에서 많이 활용되고 있다 (그 림 1 참조). 제어 관점에서, 축방향 병진구동 유연링 크의 가장 큰 특징 중 하나는 물체를 병진 이송하기 위한 유연링크의 구동축 방향과 그에 따라 발생되는 링크의 횡진동 방향이 서로 수직이라는 점이다. 직 관적으로, 링크 구동입력 방향과 링크의 진동방향이 완벽히 수직이라면 축방향 구동입력은 횡진동을 일 으킬 수도 없으며, 횡진동에 대한 controllability가 없는 것으로 보인다. 그러나 중력에 수직한 방향으 로 구동되는 유연링크에서는, 중력에 의해 유연링크 에 발생하는 처짐으로 인해 축 방향 구동력이 유연 링크의 횡 방향 진동을 야기한다.

본 논문에서는 링크의 고정단(base)이 링크의 종 방향으로 구동될 때 발생하는 링크의 횡방향 진동현 상을 Newtonian method를 사용하여 해석하였으며, 축 방향으로 가속운동 시 dynamic stiffening effect 가 발생하는 것을 보였고, 이에 따른 진동현상의 변 화에 대해 논의한다.

# 2. 모델링 및 운동방정식

2.1 수학적 모델링

유연링크의 고정단이 링크의 종방향으로 이동할 경우 링크의 거동을 구현하기 위해 유연링크를 그림 1과 같이 모델링하였으며 식 (1)은 임의의 미소 요 소에 Newtonian method을 통해 구한 지배 방정식 이다.

- + 교신저자 소속 : 경희대학교 기계공학과

   E-mail : <u>ssrhim@khu.ac.kr</u>

   Tel :031-201-3248
- \* 저자 소속 : 경희대학교 기계공학과



그림 1. 기하학적 모델링

$$\rho A \frac{d^2 v}{dt^2} + EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + u(x) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + u_x \frac{\partial v}{\partial x} - f = 0$$
(1)

여기서  $u(x) = \frac{((x_0 + L) - x)}{L}U_0$  의 관계를 가지며,  $U_0$ 는 고정단에 가해지는 구동력을 의미한다. 또한  $\rho, A, E, I, f$  는 각각 선밀도, 단면적, Young's modulus, 2차 단면모멘트, 중력을 나타내고  $\nu$ 는 종 진동의 변위를 타나내는 변수이다.

2.2 운동방정식

식 (1)을 풀기위해 식 (2)와 같이 가정하여 구한 특성방정식은 식 (3)와 같다.

$$v(x,t) = \alpha(t)\phi(x) \tag{2}$$

$$\phi_{xxxx} + \frac{u(x)}{EI}\phi_{xx} + \frac{u_x}{EI}\phi_x - \frac{m\omega^2}{EI}\phi = 0$$
(3)

여기서  $\alpha(t), \phi(x)$ 는 각각 time function 과 shape function을 의미하고  $\omega$ 는 고유진동수를 의미한다. 식 (3)은 비선형 특성방정식으로, 구동력이 shape function에 영향을 주는 것을 나타낸다. 하지만 현장에 서 사용되는 로봇의 가속도가 크지 않음을 고려한다면 축 방향에 의한 shape function 변형은 거의 없다고 가정할 수 있어 식 (3)은 식 (4)와 같이 표현되고 그 에 따른 해는 Fixed-Free의 경계조건을 이용하여 구하 면 식 (5)와 같다.

$$\phi_{xxxx}(x) - \frac{m\omega^2}{EI}\phi(x) = 0 \tag{4}$$

$$\phi_r(x) = A_r \left\{ \sin \beta_r \left( x - \frac{U_0}{\rho AL} t^2 \right) - \sinh \beta_r \left( x - \frac{U_0}{\rho AL} t^2 \right) - h_r \left( \cos \beta_r \left( x - \frac{U_0}{\rho AL} t^2 \right) - \cosh_r \left( x - \frac{U_0}{\rho AL} t^2 \right) \right) \right]$$
(5)  
$$\sin \beta L + \sinh \beta L$$

$$h_r = \frac{\cos \beta_r L + \cosh \beta_r L}{\cos \beta_r L + \cosh \beta_r L} \tag{6}$$

여기서 r은 r번째 mode를 의미한다. Assumed method를 따라, time function을 구하기 위해 이렇게 구해진 shape function을 식 (1)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\ddot{\alpha}_{m} + \left\{ \int_{0}^{L} (EI\phi'_{m,xxxx} + \left(\frac{L-x}{L}\right) \frac{a_{U_{0}}}{\rho AL} \phi'_{m,xx} - \frac{a_{U_{0}}}{\rho AL^{2}} \phi'_{m,x}) \cdot \phi'_{m} dx \right\} \cdot \alpha_{j}$$

$$= \int_{0}^{L} f \cdot \phi'_{m} dx$$

$$+ \sum_{\substack{j=1\\j\neq m}}^{N} \left\{ \int_{L}^{0} (EI\phi'_{j,xxx} + \left(\frac{L-x}{L}\right) \frac{a_{U_{0}}}{\rho AL} \phi'_{j,xx} - \frac{a_{U_{0}}}{\rho AL^{2}} \phi'_{j,x}) \cdot \phi'_{m} dx \right\} \cdot \alpha_{j}$$
......(7)

3. 고유진동수 해석 시뮬레이션 결과

식(7)의 두 번째 항목은 시스템의 강성요소를 나타 내고 이는 고유진동수의 제곱에 해당한다.

$$\omega_{n,d} = \left(\omega_{n,s}^{2} + \int_{0}^{L} \left( (L-x) \frac{a_{U_0}L}{8\kappa EI} \phi'_{m,xx} - \frac{a_{U_0}L}{8\kappa EI} \phi'_{m,x} \right) \cdot \phi'_{m} dx \right)^{2}$$
(8)

여기서  $\kappa$ 는 정적처림량과 링크길이의 비이며,  $\omega_{n.s}$ 는 가속도가 없을 때의 정지 고유진동수 이며,  $\omega_{n.d}$ 는 가속도가 있을 때의 운동 고유진동수이다. 즉 dynamic stiffening effect가 축방향 가속운동시 발 생되는 것을 알 수 있다. 그림 2는 가속도와  $\kappa$ 가 고유진동수에 미치는 영향을 그래프로 보여주고 그



그림 2. 축 방향 가속도와 κ가 고유진동수에 미치는 영향



그림 3. 축 방향 이동에 따른 유연링크의 횡진동

림 3은 dynamic stiffening effect로 인해 가속도에 따라 횡진동의 주기가 달라짐을 보여주는 그래프이다.

### 3. 결 론

본 논문에서는 유연링크의 고정단이 축방향으로 이동시 링크의 횡방향 진동을 구현하였고 가속도에 따라 dynamic stiffening effect가 발생해 유연링크 의 횡 방향 진동 주기가 달라짐을 확인하였다.

### 후 기

본 연구는 지식경제부의 '솔라셀 제조 공정용 로 봇시트템 개발' 연구과제(과제번호 20131041)의 지 원으로 이루어졌으며 이에 감사드립니다.