

# Matrix Pencil Method를 이용한 고분해능 TDOA 추정 기법

고재영\* · † 조득재 · 이상정\*

\*충남대학교 공과대학 전자공학과, † 한국해양연구원 대덕본원 해양안전방제기술연구부

**요 약 :** TDOA 기법은 위치추정 기법의 하나로 간단한 구조와 높은 정확도를 가지는 장점으로 인해 실내추위, 군사, 의료 분야 등에 자주 사용된다. 본 논문에서는 MPM(Matrix Pencil Method)를 이용한 고분해능 TDOA 추정 기법을 제안한다. 제안된 기법은 기존의 교차상관을 이용한 TDOA 기법에 비교하여 높은 정확도를 가지며 CW(Continuous Wave)와 같은 협대역 신호에 적용이 가능하다. 또한 잘 알려진 고분해능 기법 중 하나인 MUSIC(Multiple Signal Classification)에서 공분산 행렬을 사용하는 것과 달리 수집된 데이터를 바로 행렬로 만들어 사용하므로 복잡성이 낮은 특징이 있다. 제안된 기법의 성능을 검증하기 위해 소프트웨어 시뮬레이션 통해 SNR에 따른 오차와 연산량 측면에서 MUSIC 기법과 비교하였다.

**핵심용어 :** TDOA, Super-resolution, Matrix Pencil Method

### 연구 배경 및 내용

- 최근 위치기반 서비스(LBS) 수요 증대
  - 다양한 환경에서 정확한 위치 추정에 관한 기술이 요구됨
  - 다중경로가 존재하는 환경(도심, 실내 등)에서는 측위 성능 열화
    - 고분해능 추정 기법에 대한 연구가 활발
- 고분해능 TDOA 추정 기법
  - 1990년대
    - 대부분 의사잡음과 같이 미리 정의된 광대역 신호 이용
  - 2000년대
    - MUSIC, ESPRIT과 같이 AOA에서 고분해능 추정 기법을 TDOA에 적용
    - 많은 연산량으로 인해 실제 구현 시 제한 요소로 작용
- 효율적인 고분해능 TDOA 추정 기법 연구
  - Matrix Pencil Method를 이용하여 보다 낮은 복잡도의 기법 제안

### TDOA - Super resolution 개요(2/2)

- TDOA-Super resolution 기법 구조

TDOA - Super resolution structure (based on eigen-analysis)

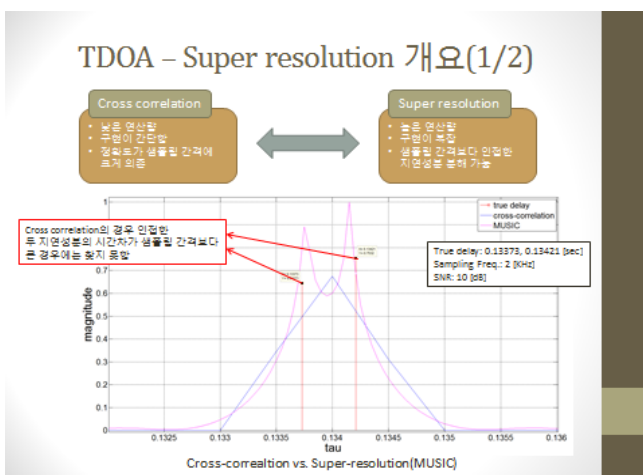
**Using Cov. matrix**

- MUSIC(Multiple Signal Classification)
- ESPRIT(Estimation of Signal Parameter Via Rotational Invariance Technique)
- Root-MUSIC

**Without Cov. matrix**

- MPM(Matrix Pencil Method)

TDOA - Super resolution (based on eigen-analysis) 기법 분류



### TDOA - Super resolution 비교

- Algorithm 비교

**MUSIC(Multiple Signal Classification) algorithm structure**

공분산 행렬 계산 → 고유치 분해 → 신호 개수 추정 → 잡음 부분공간 생성 → Pseudo-spectrum 계산

**MPM(Matrix Pencil Method) algorithm structure**

데이터 행렬 구성 → 고유치 분해 → 신호 개수 추정 → 지연 성분 계산

**MUSIC**

- 연산량 많음(공분산 행렬 구성, pseudo spectrum 계산)
- 해상도 높음(resolution이 높음)
- 위크, 노이즈에 강함(노이즈가 크면)

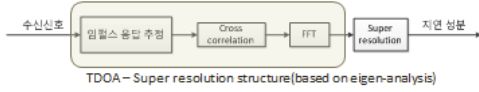
**MPM**

- 연산량 비교적 낮음(단편된 신호를 데이터 행렬로 바로 이용)
- 해상도 높음(resolution이 높음)
- 위크, 노이즈에 강함

† 교신저자 djcho@kordi.re.kr

## 신호 모델

- TDOA-Super resolution 기법 구조



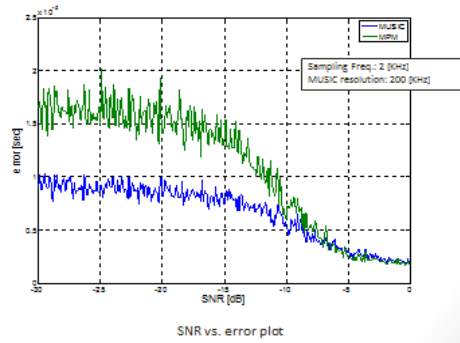
- 임펄스 응답 추정
  - 전송신호를 알고 있다는 가정하에 최소자승법 이용

$$X = HS + W \quad \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \quad \begin{matrix} XS^* = HSS^* + WS^* \\ S^* = S^H(SS^H)^{-1} \end{matrix} \quad \rightarrow \quad H \approx XS^*$$

- 교차 상관 및 FFT

$$c(\Delta f) = F \{ h_1(t) \otimes h_2(t) \} = H_1(\Delta f) H_2^*(\Delta f) \\ = \sum_{k=0}^{L_1-1} \sum_{i=0}^{L_2-1} \alpha_k \alpha_i^* e^{-j2\pi \Delta f (\tau_k - \tau_i)} + w(\Delta f)$$

## 성능 분석(1/2)



## MUSIC 추정 기법

- MUSIC 기법 구조



- 공분산 행렬 계산

$$C = Ba + W \quad \xrightarrow{\text{행렬로 표현}} \quad c(\Delta f) = \sum_{k=0}^{L_1-1} \sum_{i=0}^{L_2-1} \alpha_k \alpha_i^* e^{-j2\pi \Delta f (\tau_k - \tau_i)} + w(\Delta f) \\ R = E\{CC^H\}$$

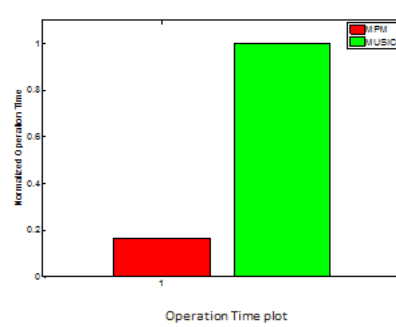
- 고유치 분해

$$R = R_s + R_w = BAB^H + \sigma_w^2 I$$

- Pseudo-spectrum 계산

$$P_{MUSIC}(\Delta \tau) = \frac{1}{\|b^H(\Delta \tau) E_w\|^2} = \frac{1}{b^H(\Delta \tau) E_w E_w^H b(\Delta \tau)}$$

## 성능 분석(2/2)



## Matrix Pencil Method 추정 기법

- MPM 기법 구조



- 데이터 행렬 구성

$$X = \begin{bmatrix} c(0) & c(1) & \dots & c(T) \\ c(1) & c(2) & \dots & c(T+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c(L-T-1) & c(L-T) & \dots & c(L-1) \end{bmatrix} \quad \leftarrow \quad c(l) = \sum_{k=0}^{L_1-1} \sum_{i=0}^{L_2-1} \alpha_k \alpha_i^* z_{k,i}^l + w(l) \\ z_{k,i}^l = e^{-j2\pi \Delta f (\tau_k - \tau_i) l}$$

- 고유치 분해

$$X_0 = [c_0 \quad c_1 \quad \dots \quad c_{T-1}] = Z_0 A Z_0^T \\ X_1 = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_T] = Z_1 A Z_1^T \quad \xrightarrow{\text{일반화된 고유치 문제로 정리}} \quad X_1 - \lambda X_0 = Z_1 A [Z_0 - \lambda I] Z_0^T$$

- 지연 성분 계산

$$\Delta \tau_{k,i} = \frac{\ln(c_{k,i})}{-j2\pi \Delta f} \quad k=0, \dots, L_1-1, \quad i=0, \dots, L_2-1$$

## 결론

- Matrix Pencil Method를 이용한 고분해능 기법 연구
  - MUSIC에 비해 연산량 측면에서 효율적
  - SNR이 낮을 때 MUSIC보다 측정 오차가 크지만 SNR 높아질수록 근접
  - 구원 복잡도가 MUSIC에 비해 낮아 소형 플랫폼에 적용하기 용이

- 추후 연구내용

- 실제 다중경로가 존재하는 환경에서 성능 분석 필요

## 후기

본 연구는 국토해양부 교통체계효율화사업의 연구비지원 (06-교통핵심A03; PMS2410)에 의해 수행되었습니다.

## 참고문헌

- [1]. T. Manabe and H. Takai, "Superresolution of multipath delay profiles measured by PN correlation method" IEEE Trans. Antennas Propag., vol.40, no.5, pp. 500 - 509, 1992
- [2]. M. Pallas, and G. Jourdain, "Active high resolution time delay estimation for large BT signals" IEEE Trans. Signal Process., vol.39, no.4, pp. 781 - 787, 1991
- [3]. F.X. Ge, Q. Wan, J. Yang, and Y.N. Peng, "A super-resolution time delay estimation based on the MUSIC-type algorithm", IEICE Trans. Commun., 2002, E85-B, Vol. 12, pp. 2916-2923
- [4]. David Munoz, Frantz bouchereau, Cesar Vargas, Rogerio Enriquez, "Position Location Techniques and Applicaitons", ELSEVIER, 2009
- [5]. R. Roy, T. Kailath, "ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques", IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol.37, no.7, pp. 984-994, 1989
- [6]. P.Stoica, and A. Nehorai, "'MUSIC, maximum likelihood, and Cramer - Rao bound", IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., vol.37, no.5, pp. 720-741, 1989
- [7]. T.K. Sarkar, and O. Pereira, "Using the Matrix Pencil Method to Estimate the Parameters of a Sum of Complex Exponentials", IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol.37, no.1, pp. 48-54, 1994