

Dynamic Mode Decomposition 방법을 이용한 음향 증폭/ 감쇠 정량화에 관한 연구

Guillaume Jourdain* · Lars-Erik Eriksson* · 김수호** · 손채훈***†

A Study on Quantification of Acoustic Amplification Using Dynamic Mode Decomposition Method

Guillaume Jourdain* · Lars-Erik Eriksson* · Suho Kim** · Chae Hoon Sohn***†

ABSTRACT

Quantification of acoustic amplification in a model chamber has been studied for combustion stabilization induced by passive control devices. DMD(Dynamic mode Decomposition) method is adopted and the results from method are compared with those from damping factor approach. The model chamber has a faceplate with baffled injectors, where damping factor has its maximum at a specific baffle gap. They show a good agreement with the results from the previous method.

초 록

로켓 엔진의 연소실 내 음향학적 거동과 음향 감쇠 효과를 정량화하기 위한 방법을 연구하였다. DMD(Dynamic mode Decomposition) 방법을 이용한 결과와 기존의 정량화 방법인 damping factor를 이용해 구한 음향 감쇠 효과의 경향성을 배플 분사기가 장착된 연소실내의 음향 감쇠 정도를 비교 분석하여 나타내었다. 비교 결과, 기존의 정량화 방법과 DMD 방법을 이용해 구한 음향 감쇠 정도의 경향성이 일치하는 것을 확인하였다.

Key Words: Acoustic Damping(음향감쇠), Dynamic Mode Decomposition, Baffled Injector(배플형 분사기)

1. 서 론

액체 로켓 엔진의 고주파 연소 불안정은 연소

과정 중에 발생하는 열 방출이 연소실 내부에서 진동하며 전파하는 음향파(acoustic wave)와 상호 작용하여 음향파의 진폭을 어느 한도 이상으로 증폭시키는 현상을 말한다.[1] 연소실 내 연소 불안정에 대한 음향학적 거동을 수치 해석적으로 접근하고, 안정성을 분석하기 위해 DMD(Dynamic Mode Decomposition) 방법이 개발되었다.[2] DMD 방법에서는 CFD

* Department of Applied Mechanics, Chalmers University of Technology, Sweden

** 세종대학교 대학원

*** 세종대학교 기계항공우주공학부

† 교신저자, E-mail: chsohn@sejong.ac.kr

(Computational Fluid Dynamics), CAA (Computational Aero Acoustics) 그리고 Anoldi 방법을 기반으로 경험적 데이터를 사용하여, 선형 및 비선형 문제를 분석한다.[2-4] 연소실 내에서 발생하는 음향학적 거동을 동일 시간 간격(snapshot)으로 수치 해석 결과 데이터(data)를 추출하여, 고유값(eigen value)과 고유 벡터(eigen vector)를 구한 뒤 이에 대응하는 유해 주파수를 분석하여 음향 증폭 및 감쇠 효과를 정량화한다.

본 연구에서는, 로켓 엔진 연소실내에서의 음향장에 대한 수치적 음향 해석 연구 시 DMD를 이용하여 음향 감쇠 효과를 정량화하는 방법을 연구하였다.

2. 수치해석방법

DMD 방법은 Anoldi 방식에서 확장된 방법으로서 실험 또는 수치 해석을 통한 결과 데이터를 벡터로 구성된 Eq. 1과 같이 쓸 수 있다.

$$V_m = [v_1, \dots, v_m] \quad (1)$$

여기서, v_1, \dots, v_m 은 유동장 내 동일 시간 간격에 대한 n 차원의 데이터(snapshot)이다. 단일 수치 분해 알고리즘 (single value decomposition algorithm)을 행렬 V_m 으로 적용하면 다음을 얻는다.

$$V_m = U \Sigma W^* \quad (2)$$

여기서, Σ 는 (n,m) 크기의 대각선 행렬이다. V_m 과 $V_{m+1} \equiv [v_2, \dots, v_{m+1}]$ 은 서로 선형 관계라는 가정에 의해 Eq. 3과 같이 표현할 수 있으며, A 는 행렬로 나타낸다. Equation 2를 Eq. 3에 대입하여 Eq. 4와 같은 형태로 나타낼 수 있으며, Eq. 4를 이용해 행렬 A 를 구할 수 있다.

$$V_{m+1} = A V_m \quad (3)$$

$$\begin{aligned} V_{m+1} &= A U \Sigma W^* \\ V_{m+1} \Sigma^{-1} &= A U_m \\ U_m^* V_{m+1} W \Sigma^{-1} &= U_m^* A U_m \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $U^* A U_m$ 는 행렬 A 의 근사 행렬이다. 다음은 근사 행렬 $U^* A U$ 의 eigen decomposition을 수행한다. 이 작업은 아래 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} U_m^* A U_m Z_i &= \lambda_i Z_i \\ U_m^* V_{m+1} W \Sigma^{-1} Z_i &= \lambda_i Z_i \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, λ_i 와 Z_i 는 (m,m) 크기의 $U^* A U$ 행렬에서의 고유값과 고유벡터이다. 위 식으로부터 본 방법의 한가지 장점을 찾을 수 있다. 즉, 본 방법에서는 시스템의 특징을 나타내는 행렬 A 를 구할 필요가 없다. 필요한 유일한 정보는 순간 유동장의 snapshot들이다. 위의 식(5)을 정리하면 아래의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} A U_m Z_i &= \lambda_i U_m Z_i \\ A E_i^{DMD} &= \lambda_i E_i^{DMD} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, E_i^{DMD} 는 행렬 A 의 의사고유벡터(pseudo-eigenvector)이며 $U_m Z_i$ 로 정의된다. Eq. 6을 이용하여 행렬 A 의 의사고유벡터와 고유값을 구할 수 있다.

3. 정량화방법

앞서 설명한 DMD 방법에 의해 연소장 내 음향 감쇠 효과의 정도를 파악하기 위해 수학적 유도 과정을 거쳐 공진주파수와 증폭 계수를 표현하는 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} Arg(\lambda) &= 2\pi f N_{step} \Delta t + 2\pi p \\ \xi &= \frac{\ln|\lambda|}{N_{step} \Delta t} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, 고유값은 DMD 방법을 통해 얻은 값이며, N_{step} 은 각 snapshot 간의 시간 간격(Δt)을 의미한다. DMD 방법을 이용해 감쇠 효과를 분석하기 위해서 음향파와 열방출섭동 간의 조화 정도를 계산해야한다.

한 적용 예로 Fig. 1과 같은 배플형 분사기가 장착된 연소실 내에서의 음향 감쇠 효과 정도를 구해 보았다. 연소실내의 음향 감쇠 효과를 알아

보기 위해 널리 사용되는 정량화 방법[5,6]과 DMD 방법을 이용해 구한 증폭 계수를 비교한 결과 상당히 잘 일치하는 결과를 얻었다.

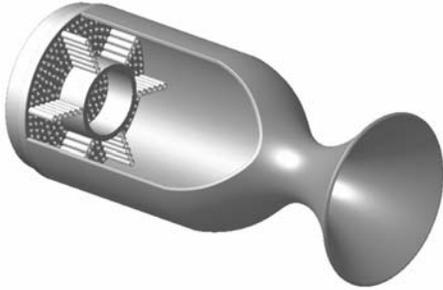


Fig. 1 A combustion chamber of a liquid rocket engine with baffled injectors

4. 결 론

로켓 엔진의 연소실 내 음향학적 거동을 분석하고, 음향 감쇠 효과를 정량화하는 방법에 대해 연구하였다. 선형 해석을 이용한 DMD 방법을 적용하였다. 기존의 damping factor를 이용한 음향 감쇠 효과의 경향성과 DMD 방법을 이용해 구한 음향 감쇠의 경향성은 서로 일치하는 것을 확인하였다.

후 기

본 연구는 부분적으로 2011년도 지식경제부와 한국에너지기술평가원의 지원(과제명: 100 MW 급 가스터빈 upgrade 적용 열유동/연소 해석 및 연소 시스템 운영 기술 개발)에 의해 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Harrje, D. J. and Reardon, F. H., "Liquid Propellant Rocket Instability", NASA

SP-194, 1972

2. Chen, K. K., Tu, J. H. and Rowley, C. W., "Variants of dynamic mode decomposition: connections between Koopman and Fourier analyses", *Journal of Nonlinear Science*, May 2011.
3. Saad, Y., "Variations on Arnoldi's method for computing eigenelements of large unsymmetric matrices", *Linear Algebra, and its applications*, Vol. 34, 1980, pp. 269-295.
4. Jourdain, G., Eriksson, L. E., "Analysis of thermo-acoustic properties of Combustors and Afterburners", *Combustion, Fuels and Emissions*, Vol. 2, 2010, pp. 269-278.
5. E. Laudien, R. Pongratz, R. Pierro, and D. Preklik, Experimental procedures aiding the design of acoustic cavities, *Liquid Rocket Engine Combustion Instability*, edited by V. Yang and W. E. Anderson, Vol. 169, Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, Washington, DC, 1995, pp. 377 - 399.
6. S. K. Kim, H. J. Kim, W. S. Seol, C. H. Sohn, "Acoustic stability analysis of liquid propellant rocket combustion chambers", *AIAA Paper2004-4142*, July 2004.
7. I. S. Park, C. H. Sohn., and H. J. Kim, "Acoustic damping enhanced by gaps in baffled injectors in an acoustic chamber", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330 2011, pp. 2747-2757.