

AN계열 화약의 다양한 Gap 실험을 통한 초음속 화염 전파 특성 연구

이진욱* · 여재익*†

Study of supersonic flame acceleration within AN-based high explosive containing various gap materials

Jinwook Lee* · Jai-ick Yoh*†

ABSTRACT

We study the gap effect on detonating high explosives using the characteristic acoustic impedance theory and numerical simulation. A block of charge embedded with multiple gap inserts is detonated at one end to understand the ensuing flame propagation through multiple gap materials. The present high-order multimaterial simulation provides meaningful validation of complex interface tracking algorithm as it is implemented in the SNU-Hydropack code.

초 록

고 에너지 물질 초음속 화염의 전파에 대한 gap의 효과를 이해하기 위하여 characteristic acoustic impedance theory와 수치해석이 적용되었다. 여러 개의 gap이 위치하고 있는 화약의 한 끝에 초음속 화염이 발생되도록 하여, 여러 gap에 전파되나가는 연속적인 화염에 대한 이해를 시도 하였다. 현재의 높은 차원의 다물질 해석은 SNU-Hydropack code에 포함되어 있는 복잡한 경계면 추적 알고리즘의 타당성에 대한 의미 있는 결과를 제시했다.

Key Words: Energetic Material(고 에너지 물질), Characteristic Acoustic Impedance
Supersonic Flame(초음속 화염),

1. 서 론

고 에너지 물질의 비 반응성 물질과의 상호작용에 대한 수치 해석적 연구는 여러 연구자들에 의해 진행되고 있다. 몇 가지 예를 들어보면,

confined된 비 반응성 물질 속에 있는 고 에너지 물질의 반응 - Fig. 1. [1], 고 에너지 물질의 detonation에 의한 얇은 박막의 파괴 - Fig. 2. [2], 수중 고 에너지 물질의 폭발에 의한 비 반응성 물질의 형상 변형 - Fig. 3. [3], 등을 들 수 있다. 이러한 실제 산업 상 이용되고 있는

* 서울대학교 기계항공공학부

† 교신저자, E-mail: jjyoh@snu.ac.kr

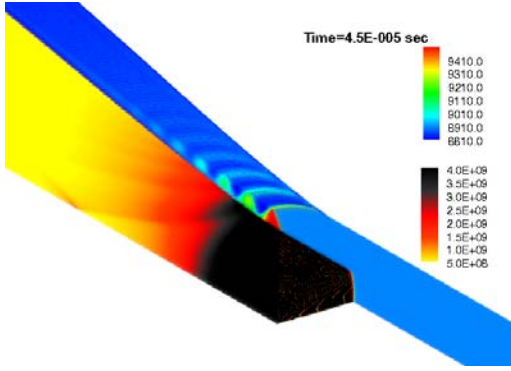


Fig. 1. K. Kim, J. Yoh (2011)

형상들과는 달리, 선행된 연구 결과 [4]에서는 multi-stage gap을 통한 detonation의 세기 조절 가능성을 언급 했던 바 있다. 그런데, 당시 연구에서는 이러한 gap을 통과하면서의 현상에 대한 이론적인 접근은 시도되지 않은 채 현상 자체에만 집중하였다.

이에 본 연구에서는 gap의 통과라는 현상 자체에 주목하여, 나타나는 현상들을 자세히 살펴보고, characteristic acoustic impedance의 적용을 통해 현상에 대한 정량적 분석을 시도해본다. 이를 통해 gap을 통한 detonation의 세기 조절이라는 테마에 대한 이론적인 접근을 시도할 수 있음은 물론, 더 나아가 사용된 코드의 타당성을 간접적으로나마 검증할 수 있을 것이다.

한편, 이러한 현상들은 고 에너지 물질의 급격한 반응이 포함되기에, 고온, 고압이 동반되는 극한의 매우 빠른 현상이다. 이러한 수학적으로는 Hyperbolic system에 속하는 물리적 대 변형을 동반하는 현상을 정확하게 모사하기 위해서는 경계면의 정확한 처리가 필수적이다. 이를 위해 level set method의 개선된 형태인 Hybrid particle level set method [5]와 Ghost fluid method [6]가 사용되었다.

2. 접근방법

본 연구에서는 Navier-Stokes Equation을 기본으로 하여, 상태방정식으로

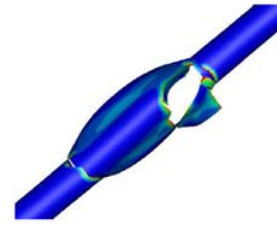


Fig. 2. C. Gato (2010)

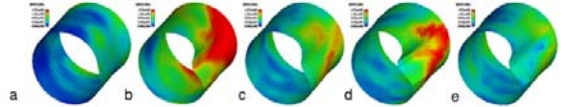


Fig. 3. J. Li, et al. (2011)

Mie-Grueneisen를 사용하고, 고 에너지 물질의 화학 반응을 모사하기 위해 온도 기반의 Arrhenius form과 압력기반의 JWL++ 모델이 사용되었다. 각각에 대한 간략한 설명은 아래와 같다.

2.1 Navier-Stokes Equation

기본적으로 Navier-Stokes Equation은 mass, momentum energy의 보존방정식으로 이루어져 있으며, 추가적으로 species에 대한 계산이 이루어졌다. 이를 수식으로 보이면 아래와 같다.

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial z} = \bar{S}(\bar{U}) \quad (1)$$

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_r \\ \rho u_z \\ \rho E \\ \rho Y_i \end{bmatrix}, \quad \bar{E} = \begin{bmatrix} \rho u_r \\ \rho u_r^2 + p \\ \rho u_r u_z \\ u_r (\rho E + p) \\ \rho Y_i u_r \end{bmatrix}, \quad \bar{F} = \begin{bmatrix} \rho u_z \\ \rho u_z u_r \\ \rho u_z^2 + p \\ u_z (\rho E + p) \\ \rho Y_i u_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\bar{S}(\bar{U}) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{r} \rho u_r \\ \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} [\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta} - \rho(u_r^2 - u_z^2)] \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (\tau_{rz} - \rho u_r u_z) \\ \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (2\tau_{r\theta} - 2\rho u_r u_\theta) \\ \frac{\partial u_r \tau_{rr} + u_r \tau_{rz} + u_r \tau_{r\theta} - q_r}{\partial r} + \frac{\partial u_r \tau_{rz} + u_r \tau_{zz} + u_r \tau_{z\theta} - q_z}{\partial z} + \frac{\partial u_r \tau_{r\theta} + u_r \tau_{\theta\theta} + u_r \tau_{\theta r} - q_\theta}{\partial \theta} \\ + \frac{1}{r} [(u_r \tau_{rr} + u_r \tau_{rz} + u_r \tau_{r\theta} - q_r) - u_r (\rho E + p)] \end{bmatrix} \quad (3)$$

고체 상태의 고 에너지 물질에서의 응력은, detonation이 일어나기 전까지의 변형이 크지 않아 고려하지 않았다. 하지만, 고체의 경우 변형을 정확하게 모사하기 위하여 다음과 같은 deviatoric stress를 고려했다.

$$\dot{s}_{ij} = \dot{s}_{ij,ir} + \dot{s}_{ij,cor} = \Omega_{ik} s_{kj} - s_{ik} \Omega_{kj} + 2G(\bar{D}_{ij} - D_{ij}^p) \quad (4)$$

$$\dot{s}_{ij,tr} = \Omega_{ik} s_{kj} - s_{ik} \Omega_{kj} + 2G\bar{D}_{ij} \quad (5)$$

$$\dot{s}_{ij,cor} = -H : D_{ij}^p = -2GAN_{ij,tr} \quad (6)$$

이때, 각 연산자의 의미는 아래와 같다.

$$\bar{D}_{ij} = D_{ij} - \frac{1}{3} D_{kk} \delta_{ij}, \quad D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

2.2 Constitutive Relation

고 에너지 물질의 경우에는 JWL 형태의 EOS를 사용하였다. 이를 식으로 나타내면 아래와 같다.

$$p = Ae^{-Rv} + Be^{-Rv} + \frac{\omega C_v T}{v} \quad (7)$$

$$p_{reacted} = Ae^{-Rv} + Be^{-Rv} + \frac{C}{v^{1+w}} \quad (8)$$

$$p_{unreacted} = \frac{1}{n\kappa} \left(\frac{1}{v^n} - 1 \right) \quad (9)$$

$$p_{total} = (1 - F^m) p_{unreacted} + F^m p_{reacted} \quad (10)$$

한편, 고체의 경우에는 정확한 변형 모사를 위해 Mie-Gruneisen 형태의 EOS를 사용하였다. 압축과 팽창의 경우를 각각 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$p(\rho, e) = \rho_0 \Gamma_0 e + \begin{cases} \frac{\rho_0 c_0^2 \varphi}{(1 - s\varphi)^2} \left[1 - \frac{\Gamma_0}{2} \varphi \right] & \text{if } \rho \geq \rho_0 \\ c_0^2 (\rho - \rho_0) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

이때, ϕ 는 다음과 같이 정의되어 있다.

$$\phi = 1 - \rho_0 / \rho$$

2.3 고에너지 물질의 화학 반응

화학 반응의 모사를 위해서 압력 기반의 JWL++와 온도 기반의 Arrhenius form이 사용되었다. 각각을 순서대로 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{dF}{dt} = G(p+Q)^b (1-F) \quad (12)$$

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \frac{D\rho Y_i}{Dt} = w_i, \quad w_i = Z_i \exp(-E_i / RT) \rho, \quad (13)$$

2.4 경계면 추적 기법

Hybrid particle level set이 적용되어 정확한 경계면의 추적이 시도 되었다. 단순한 Level set method는 Governing Equation은 아래와 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nu_1 \frac{\partial \phi}{\partial x} + \nu_2 \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (14)$$

이때, $\phi = 0$ 인 부분 각 물질 간의 경계면이 되며, 물질 내부는 $\phi < 0$ 로, 물질 외부는 $\phi > 0$ 로 표현된다. 이 식은 5차 WENO 기법으로 적분되고, 시간상에서는 3차 Runge-Kutta 기법으로 적분 된다.

계산과정에서 야기되는 경계면의 왜곡을 방지하기 위한 초기화가 아래 식과 같이 이루어진다.

$$\phi_\tau + S(\phi)(|\nabla \phi| - 1) = 0 \quad (15)$$

이때, S 는 다음과 같다.

$$S = \frac{\phi}{\sqrt{\phi^2 + (1 - |\nabla \phi|)^2 \Delta x^2}}$$

위의 방법을 적용할 때에 발생하는 Dissipative 특성을 해결하기 위해서 Hybrid Particle Level Set Method가 적용된다. 이때 각 particle들은 아래의 식을 따라 advection된다.

$$\frac{\vec{dx}_p}{dt} = \vec{u}(\vec{x}_p) \quad (16)$$

2.5 Ghost fluid 기법

불연속적인 엔트로피 분포를 동반하는 급격한 경계면에서의 변화 값을 모사하기 위해 Ghost fluid method가 적용된다. 이 방법은 기본적으로 연속적인 엔트로피 분포를 갖는 ghost cell을 설정하는 것에서 출발한다. 그 뒤 Ghost Band에서는 물질의 경계층에서 압력과 속도가 같다는 물리적 성질을 이용하여 Ghost 물질의 압력과 속도를 그대로 이용한다. 그 뒤에 엔트로피 관계식

과, 상태방정식을 이용하여 남은 변수들을 계산한다.

2.6 경계조건

경계면에서는 법선 방향의 속도와 응력이 연속적이어야 한다는 보존법칙에서의 결과에 따라 다음 과 같은 수식을 적용한다.

$$\sigma_{nm}^{solid} = -P^{fluid}, \quad \sigma_{nt}^{solid} = 0, \quad v_n^{solid} = v_n^{fluid} \quad (17)$$

2.7. Characteristic acoustic impedance

선형화된 homentropic planar wave에서 등장하는 characteristic acoustic impedance는 매질의 밀도와 매질내의 음속의 곱으로 정의된다. 이때 매질 1에서 매질 2로의 reflection과 Transmission 각각은 다음과 같이 구해진다[7].

$$R = \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1}, \quad T = \frac{2\rho_2 c_2}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \quad (18)$$

3. 상황 정의

고려되는 상황은 R=0 m 인 곳을 기준으로 Axial Symmetric인 Cylindrical Coordinate이다. Gap은 Z = 0.02 m부터 Z = 0.0265 m인 곳에 위치하고 있으며, 나머지의 영역은 모두 고에너지 물질인 QM - 100 (Ammonium Nitrate Emulsion)으로 채워져 있다. R = 0.01 m 인 곳은 Free Boundary Condition이 적용되어 있다. 초기조건으로, Z=0 인 곳에서 +Z방향으로 초기 속도 300m/s를 1 마이크로 초 동안 주었다. 끝으로, Gap에 사용된 물질은 6082-T6 Aluminum과 High Strength Steel이다. 이 물질들에 사용된 물리량 값은 Table 1 및 Table 2에 나와 있다. 한편, 사용된 Mesh size는 0.1 mm X 0.1 mm이다.

4. 계산 결과 및 분석

계산된 결과 그림은 Fig. 4 및 Fig. 5 과 같다. Detonation이 Gap(파란색으로 표시된 선이 Gap의 경계면이다.)에 접촉하면서 현상은 크게 두 가지로 나뉘게 된다. 우선은 다시 고에너지 물질로 되돌아가는 reflection이고, 또 다른 하나는 Gap내의 물질로 전파되는 transmission이다. 한편, 이와 동시에 미묘하게 gap의 형상이 변형하면서 물질의 변형에 의한 에너지 소산과, 물질의 온도 상승에 따른 에너지 소산이 동시에 발생한다.

Gap내를 전파하는 shock wave는 결국 다음 경계면을 만나면서 다시 한 번 두 가지로 나뉘게 된다. 하나는 상단에 위치하는 고 에너지 물질로의 transmission 이고, 또 다른 하나는 gap 내로의 reflection이다. 이 때 첫 번째로 고 에너지 물질에 전달되는 압력의 세기에 따라 위쪽의 고에너지 물질에서 발생하는 detonation의 세기가 결정된다.

한편, gap 내로 돌아오는 reflection wave는 아랫면에서 다시 한 번 반사되어 또 다시 본래의 경계면으로 돌아와, 위쪽의 고에너지 물질로의 transmission과 gap 내로의 reflection으로 다시금 나뉜다. 이러한 과정의 반복이 위쪽에 위치하는 고에너지 물질에서 압력 peak 값이 특정한 형상(다단 층 구조)을 갖도록 만든다. 또한, gap 내부에는 팽창과가 형성되는 것을 음의 압력 값으로부터 확인할 수 있다.

계산된 상황은 아주 이상적으로 볼 때, 물질 1(반응 중인 화약)에서 물질 2(gap)로 투과되고 다시 물질 2에서 물질 3(반응 하지 않은 상태의 화약)으로 투과되는 과정으로 볼 수 있다. 즉, 이때의 Transmission값은 식 (18)의 결과를 두 번 연속으로 적용한 값이다. 이는 아래와 같다.

$$T = T_1 \cdot T_2 = \frac{2\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2} \cdot \frac{2\rho_3 c_3}{\rho_2 c_2 + \rho_3 c_3} \quad (19)$$

Table 1. Material Property and Coefficients for QM-100 [SI unit]

| JWL Coefficients | | | | | | | |
|------------------|----------|--------------|----------------------|--------------------|-----|-----|-----|
| n | k | a | b | c | r1 | r2 | w |
| 7.0 | 102.e-11 | 4.870215e+11 | 0.02548871e+11 | 0.00506568e+11 | 5.0 | 1.0 | 0.3 |
| General Property | | | | Chemical Constants | | | |
| GAMMA | Density | Ref. Temp | Ref. Internal Energy | G | b | g | |
| 2.96965 | 1260 | 300 | 0.0367e+11 | 9.1e+6 | 1.0 | 0 | |

Table 2. Material Property and Coefficients for Various Materials [SI unit]

| | General Property | | | | | | | | | Mie-Gruneisen Coeff. | | | Johnson-Cook Model | | | | |
|---------------------|------------------|--------|-------|-----|----------------------|-------|--------------------|-------|--------------------|----------------------|-------|-------|--------------------|------------------|-------|---------|------|
| | Γ | ρ | C_v | k | Y_0 $\div 10^9$ | T_0 | E $\div 10^9$ | ν | G $\div 10^9$ | c_0 | s_0 | T_m | A $\div 10^9$ | B $\div 10^9$ | n | C | m |
| AL 6082-T6 Aluminum | 2.0 | 2700 | 1000 | 170 | 0.255 | 300 | 70 | 0.35 | 26 | 5328 | 1.338 | 855 | 0.4285 | 0.3277 | 1.008 | 0.00747 | 1.31 |
| High-Strength Steel | 1.16 | 7850 | 134 | 75 | 1.50 | 300 | 323 | 0.30 | 77.3 | 4570 | 1.49 | 1723 | 1.50 | 0.569 | 0.22 | 0.003 | 1.17 |

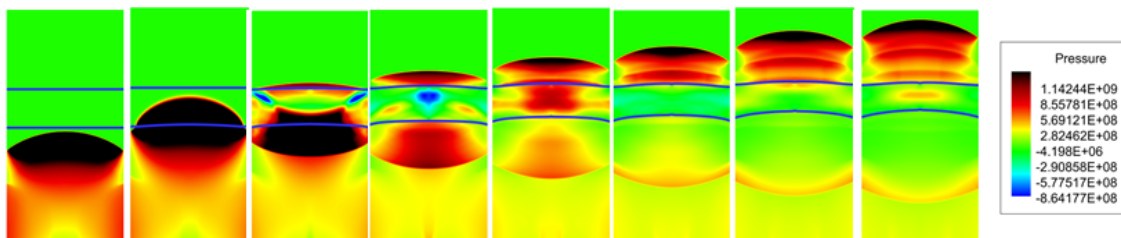


Fig. 4. Pressure distribution – detonation propagation through 6082-T6 Aluminum gap

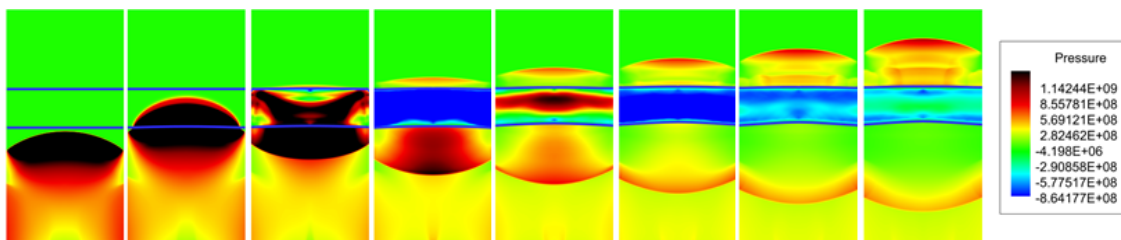


Fig. 5. Pressure distribution – detonation propagation through High Strength Steel gap

이를 토대로, 6082-T6 Aluminum과 Steel에서의 Transmission을 구해보면 Table 3과 같다[†]. Aluminum은 화약에서 gap으로의 transmission값인 T_1 은 Steel보다 낮았지만, gap에서 다음 화약으로의 transmission값인 T_2 값이 매우 높아 전체 Transmission값은 Steel의 경우의 두 배 정도가 된다. 따라서 characteristic acoustic impedance를 통해 Aluminum의 경우가 위쪽 화약에 더 강한 detonation이 나타날 것으로 예측할 수 있다.

실제로 이는 Fig 4.에서 Fig. 5.에서 보다 더 높은 압력 값을 갖는 다는 결과와 일치한다. 하지만 정량적인 비 값과는 일치하지는 않는다. 이는 크게 세 가지 요인에서 기인한다.

우선, 본 수치 실험의 상황은 characteristic acoustic impedance를 적용하는 상황과 같은 linear small perturbation 상황이 결코 아닌 급격한 상황임을 들 수 있다. 그리고 고 에너지 물질의 화학반응에 의한 열에너지가 지속적으로 현상에 공급되고 있음을 들 수 있다. 끝으로 고 에너지 물질의 반응 및 고체의 형상 변형으로 인해 밀도와 음속이 지속적으로 변화한다는 사실을 들 수 있다. 즉, characteristic impedance의 값이 상수가 아니라는 뜻이다.

한편, 위와 같은 characteristic acoustic impedance theory에 의한 계산 결과는 Multi-stage gap에서의 계산결과를 설명하는 데에도 이용 될 수 있다.

총 길이는 0.1m로 두고 사용되는 화약은 QM-100(Ammonium Nitrate Emulsion)으로 기존의 고에너지 물질과 동일하게 두며, 반경은 0.01 m 로 둔다. 초기조건도 앞의 경우와 동일하게 $Z=0$ 인 곳에서 +Z방향으로 초기속도 300m/s를 1 마이크로 초 동안 주었다. 마지막으로 $Z = 0.02$ m, 0.04 m, 0.06 m, 0.08 m에서 시작하는 각 길이 0.0065m의 총 4개의 gap을 위치시킨다. gap에는 위의 경우와 마찬가지로 6082-T6 Aluminum과 High strength steel을 사용하고 이때의 Material property는 앞의 경우와 같다. 한편, 사용되는 Mesh size는 1 mm X 1 mm이며 계산은 80 마이크로초까지 이루어 졌다. 각 경우의 압력 및 species 분포는 Fig. 6. ~ Fig. 9.에 나타나 있다. 이 그림들은 각 변수의 Z 축에 대한 분포그래프를 겹쳐서 그린 것이다.

Fig. 6.과 Fig. 7.에서, steel의 경우가 aluminum의 경우에 비해서 pressure가 더 빠르게 소산 되가는 것을 확인 할 수 있다. 이는 Table 3.에서 steel에서의 transmission값이 더 작은 것과 연관 지을 수 있다. 즉, impedance의 차이에 의한 transmission 값의 비율이 steel의 경우가 더 낮기 때문에, gap뒤에서의 detonation의 세기가 더 낮고 이 결과 multi-stage의 gap을 통과하면서 그 세기가 aluminum의 경우보다 더 빠르게 소산한다고 생각해 볼 수 있다.

Table 3. Transmission (calculated by theory of characteristic acoustic impedance) [SI Unit]

| | ρ | c | $\rho c [X10^7]$ | T_1 | T_2 | $T(= T_1 \cdot T_2)$ |
|--------------------|--------|------|------------------|-------|-------|----------------------|
| QM-100 (Unreacted) | 1260 | 882 | 0.111 | - | | |
| QM-100 (Reacting) | 2000 | 3500 | 0.700 | - | | |
| Aluminum | 2700 | 5328 | 1.439 | 1.35 | 0.143 | 0.193 |
| Steel | 7850 | 4570 | 3.587 | 1.67 | 0.06 | 0.100 |

[†] 이때, 반응 중인 화약의 밀도와 소리속도는 gap에 도달하기 직전 상태에서의 값이다.

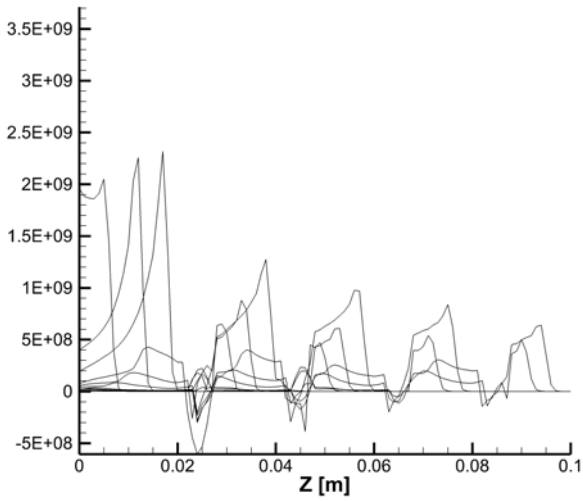


Fig. 6. 6082-T6 Aluminum multi-stage gap pressure[Pa] distribution

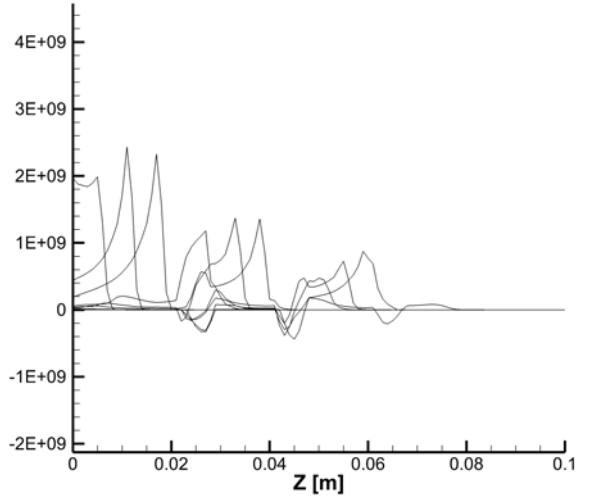


Fig. 7. High strength steel multi-stage gap pressure[Pa] distribution

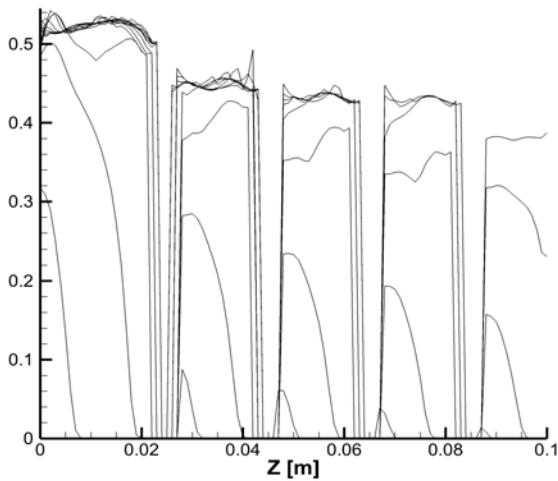


Fig. 9. 6082-T6 aluminum multi-stage gap species distribution

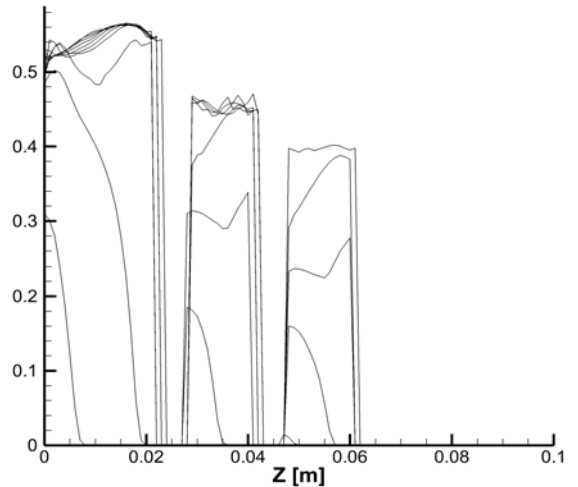


Fig. 8. High strength steel multi-stage gap species distribution

이전의 연구[4]에서는 이러한 현상을 이용해서 detonation의 세기, 혹은 압력 분포를 조절하는 방법을 제안한 바 있다. gap의 종류를 조절해가면서 전달되는 detonation의 세기를 통제하는 방법이 가능하다고 언급했었는데, 본 연구를 통해 이러한 현상이 나타난 이유는 characteristic acoustic impedance값의 차이에 의한 transmission값의 차이임을 확인했다.

5. 결 과

본 연구에서는 선행 연구[4]에서의 Gap test에 대한 수치 해석 접근을 이론적으로 이해하는 데에 중점을 두었다. 이를 위해 detonation이 gap을 통과하는 과정에 주목하였으며, characteristic acoustic impedance를 적용한 이론적인 상황과

비교하였다. 급격한 변형 및 변화를 추적하기 위한 기존의 기법들은 그대로 유지되었으나, 결론부에 characteristic acoustic impedance에서의 이론을 적용하여 현상에 대한 설명을 시도했다.

후 기

본 연구는 ADD 장기기초연구 및 위탁과제에 지원을 받아 서울대학교 항공우주신기술 연구소를 통하여 수행되었으며 이에 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. K. Kim, J. Yoh, 2011, "Numerical method aimed at multi-material simulation of the energetic device", KSPE Fall Conference, pp. 1~3
2. C. Gato, "Detonation-driven fracture in thin shell structures: Numerical studies", Applied Mathematical Modelling, Vol. 34, 2010, pp. 3741-3754
3. J. Le, J. Rong, "Experimental and numerical investigation of the dynamic response of structures subjected to underwater explosion", European Journal of Mechanics B/Fluids, Vol. 32, 2012, pp. 59-69
4. J. Lee, J. Yoh, "Controlling of detonation strength through inserted gaps in multi-material numerical simulation", KSAS Spring Conference, 2012, pp. 907-912
5. D. Enright, R.P. Fedkiw, J. Ferziger, I. Mitchell, "A hybrid particle level set method for improved interface capturing" Journal of Computational Physics, Vol. 183, 2002, pp. 83 - 116
6. R.P. Fedkiw, T. Aslam, B. Merriman, S. Osher, "A Non-oscillatory Eulerian approach to interfaces in multimaterial flows" Journal of Computational Physics, Vol. 152, 1999, pp.457-492
7. S.W. Rienstra, A. Hirschberg, "An Introduction to Acoustics", Eindhoven University of Technology, 2012, pp. 65-66