자기장의 공간의존성을 고려한 연마 채널 내 자기유변유체의 유변학적 거동 연구

An Analytic Study on the Rheological Behavior of Magnetorheological(MR) fluids having Field-dependent Yield Stress in Polishing Channel

*김필기 [1], 정지현 [1], #석종원 [2]
*P. Kim[1], J. Jung[1], #J. Seok (seokj@cau.ac.kr)[2]
[1] 중앙대학교 기계공학부 대학원, [2] 중앙대학교 기계공학부

Key words : Magnetorheological fluid, Field-dependent yield stress, Bi-viscosity model, Navier slip model

1. 서론

최근 바이오, 나노, 정보저장관련 기술이 급속도로 발전함에 따라, 초정밀/초미세 부품 표면의 선택적 3 차원 연마를 위하여 자기유변 연마공정이 각광받고 있다. 자기유변유체는 대표적인 점소성 물질 중 하나로써, 이의 유변학적 특성은 외부 자기장에 크게 의존한다. 최근 보고된 자기유변 연마공정에 대한 이론적 연구에서, 연마채널 내 자기유변유체의 거동이 대표적인 점소성 유체 모델인 biviscosity 모델을 바탕으로 고찰되었다 [1]. 이러한 해석적 연구는 연마 채널 내 자기유변유체의 유동 변화를 거시적 접근방법을 통하여 기술하였다. 하지만 이 연구에서는 연마 채널 내 자기장이 균일하다는 가정을 전제로 하기 때문에, 연마 채널 내 자기장의 변화에 따른 자기유변유체의 거동을 자세히 기술할 수 없는 한계를 가지고 있다. 본 연구에서는 연마 채널 내 자기장의 변화를 고려한 자기유변 유체의 채널 유동에 대한 해석적 연구가 수행되었다.

2. 자기유변유체의 구성방정식

Fig. 1 은 wheel-type magnetic tool 을 이용한 자기유변 연마공정의 연마채널을 나타낸 것이다.

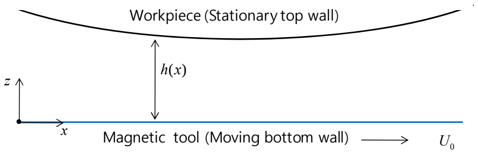

Fig. 1 Channel geometry in MR polishing process

이러한 채널 내를 흐르는 자기유변 유체의 정상상태 유동은 레이놀즈 윤활 이론을 바탕으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{d\tau}{dz}=\frac{dp}{dx},\ \frac{\partial q_x}{\partial x}=0,\ q_x=\int_0^h u\,dz \tag{1}$$

여기에서, τ 는 전단응력, p 는 압력, q_x 는 단위체적당 유량, u 는 유속을 의미한다. 한편, 점소성 유체 모델 중 하나인 biviscosity 모델[2]은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}&\tau=\eta_1\frac{du}{dz},\quad |\tau|<\tau_y,\\ &\tau=\eta_2\frac{du}{dz}+\tau_y\left(1-\frac{\eta_2}{\eta_1}\right)\mathrm{sgn}\left(\frac{du}{dz}\right),\quad |\tau|>\tau_y,\end{aligned} \tag{2}$$

여기에서, η_1 및 η_2 는 항복 전/후의 유체의 점성이며, τ_y 는 유사항복응력이다. 자기유변유체는 일반적으로 자기장에 의존적인 점소성 특성을 나타낸다. 본 연구에서는 이러한 자기유변유체를 적절히 기술하기 위하여, 식 (2)로 표현되는 biviscosity 모델에 공간의존성을 갖는 항복 응력을 도입하였다. 실험 연구의 결과를 바탕으로 항복응력과 임계 전단속도는 Fig. 2 와 같이 표현될 수 있으며, 이에 대한 선형 근사식은 식 (3)으로 주어진다.

$$\tau_y(z)=\eta_1^*(1-\kappa)\dot{\gamma}_c(z)+\kappa\tau_y^*,\ \tau_y(z)=\tau_y^*-\alpha_z z, \tag{3}$$

여기에서, $\alpha_z>0$, $\kappa=\tau_s/\tau_y^*(0<\kappa<1)$. 또한, Fig. 2 에서 보여지듯이, 항복응력 및 α_z 의 유효 범위는 $\tau_s<\tau_y(z)<\tau_y^*$ 및 $0<\alpha_z<(1-\kappa)\tau_y^*/h$ 으로 주어진다. 한편, Navier slip model 을 도입하면서, 채널 벽면의 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$u\big|_{z=0}=U_0,\ u\big|_{z=h}=-\beta\,\tau_{zx}\big|_{z=h}. \tag{4}$$

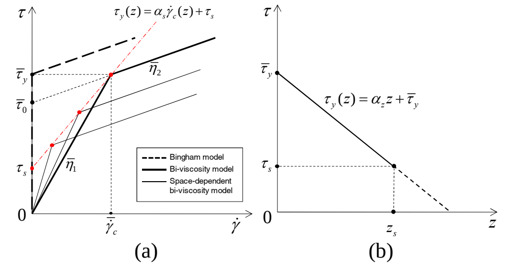

Fig. 2 (a) Space-dependent bi-viscosity model and (b) the associated yield stress

식 (4)에서, U_0 는 아래 벽면의 이동속도이며, β 는 슬립 계수이다. 해석을 편의를 위해 식 (5)의 무차원수들이 도입되었다.

$$\tilde{x}=\frac{x}{h^*},\ \tilde{z}=\frac{z}{h^*},\ \tilde{p}=\frac{ph^*}{\eta_2^*U^*},\ \tilde{\tau}=\frac{\tau h^*}{\eta_2^*U^*},\ \tilde{q}_x=\frac{q_x}{U^*},\ \tilde{u}=\frac{u}{U^*},$$
$$\hat{h}=\frac{h}{h^*},\ \hat{\alpha}_z=\frac{\tau_y^* h^{*2}}{\eta_2^*U^*},\ \hat{\tau}_y^*=\frac{\tau_y^* h^*}{\eta_2^*U^*},\ \hat{U}=\frac{U_0}{U^*},\ \hat{\beta}=\frac{\beta\eta_2^*}{h^*}. \tag{5}$$

식 (1)-(4)를 이용하면서, 본 연구에서 고려한 점소성 유체의 해석해는 항복 전과 후에 대하여 각각 다음과 같이 구하여진다.

$$\begin{aligned}\tilde{u}(\tilde{z})&=\frac{1}{2}\left[P+\operatorname{sgn}\left(\frac{du}{dz}\right)\hat{\alpha}_z\left(1-\frac{\varepsilon^*}{1-\kappa}\right)\right]\tilde{z}^2\\&\quad+\left(\tilde{\tau}_b-\operatorname{sgn}\left(\frac{du}{dz}\right)\hat{\tau}_0^*\right)\tilde{z}+A_1,\\\tilde{u}(\tilde{z})&=\frac{\varepsilon^*}{2(1-\kappa)}P\tilde{z}^2+\frac{\varepsilon^*}{1-\kappa}\left(\tilde{\tau}_b+\frac{\kappa\hat{\tau}_y^*}{\hat{\alpha}_z}P\right)\tilde{z}\\&\quad+\frac{\kappa\varepsilon^*}{1-\kappa}\frac{\hat{\tau}_y^*}{\hat{\alpha}_z}\left(\tilde{\tau}_b+\frac{\hat{\tau}_y^*}{\hat{\alpha}_z}P\right)\left[\ln\hat{\tau}_y^*+\ln\left(1-\frac{\hat{\alpha}_z}{\hat{\tau}_y^*}\tilde{z}\right)\right]+A_2.\end{aligned} \tag{6}$$

식 (6)에서, P=dp/dx, ε^*은 점성비(η_2/η_1)이며, τ_b 는 아래 벽에서의 응력을 의미한다. 적분 상수 A_1 와 A_2 는 식 (4)의 경계조건과 유체 내 항복계면의 연속조건으로부터 결정될 수 있다.

3. 결과

이러한 해석해를 바탕으로 Refs. [1,2] 에서와 같은 해석절차에 따라 에 자기유변유체의 유동 형태가 5 가지 형태로 구분될 수 있다: floating pseudo-core flow (Case I), upper pseudo-core flow (Case II), lower pseudo-core flow (Case III), pure shear flow (Case IV), pure pseudo-core flow (Case V) [1,3]. 또한, 상기의 유동 형태는 무차원수 Bingham number (*Bn*)와 Couette number (*Co*)에 크게 의존적이다.

Fig. 3 은 parametric domain (*Bn*,*Co*)에 5 가지의 유동형태 영역을 기술한 *Bn-Co* diagram 을 나타낸 것이다. Fig. 3 에서 보여지듯이, α_z가 매우 작을 때 (α_z=10^{-5}), *Bn-Co* diagram 은 biviscosity 모델을 이용한 결과와 유사한 형태를 나타낸다. 반면, α_z 가 증가함에 따라 *Bn-Co* diagram 은 *Bn* 및 *Co* 축을 따라 평행이동하며, biviscosity 모델과 달리 Case II 및 Case III 의 영역이 비대칭적으로 형성되는 것을 확인할 수 있다.

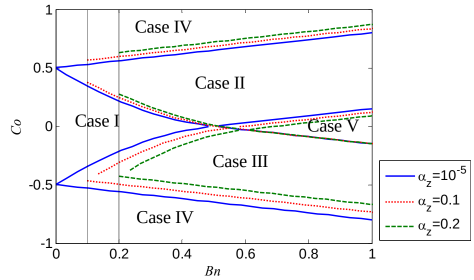

Fig. 3 Bn-Co diagram with respect to α_z: ε=0.03, κ =10^{-5}

4. 결론

본 연구에서는 자기유변 연마공정에서 연마채널 내 자기유변유체의 유동 특성을 고찰하기 위한 해석적 연구를 수행되었다. 연마 채널 내 자기장의 변화를 고려하기 위하여, 공간 의존적 항복응력을 갖는 biviscosity 모델이 제안되었다. 이를 바탕으로, 연마 채널 내의 자기유변유체의 유동 형태를 도시한 Bn-Co diagram 이 구하여졌다. Bn-Co diagram 은 일반적인 biviscosity 모델을 사용한 결과와 상이한 경향을 나타낸다. 본 연구에서 제안한 모델은 채널 내 자기장의 변화가 두드러진 경우, 자기유변유체의 거동 분석에 유용하게 사용될 수 있으리라 사료된다.

후기

이 논문은 2011 년도 정부 (교육과학기술부) 의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2011-0013249).

참고문헌

1. Kim, P., Seok, J., "Viscoplastic flow in slightly varying channels with wall slip pertaining to a magnetorheological (MR) polishing process," J. Non-Newtonian Fluid Mech., **166**, 972-992, 2011.
2. Tichy, J.A., "Hydrodynamic lubrication theory for the Bingham plastic flow model," J. Rheol., **85**(4), 477–496, 1991.
3. Tsangaris, S., Nikas, C., Tsangaris, G., Neofytou, P., "Couette flow of a Bingham plastic in a channel with equally porous parallel walls," J. Non-Newtonian Fluid Mech., **144**(1), 42–48, 2007.