
연마기 로봇의 강인제어를 위한 역진자의 선형화 모델을 통한 LQ제어

김수영, 이재덕, 진태석
동서대학교

LQ control by linear model of Inverted Pendulum for Robust Control of Robotic Vacuum Sweeping Machine

Sooyoung Kim, JaeDuck Lee, and Tae-Seok Jin

Dept of Mechatronics Eng. Dongseo University

E-mail : jints@dongseo.ac.kr

요 약

본 논문은 연마용 로봇의 외부에 대한 강건 제어를 위한 방법으로 로봇의 강인제어기법을 테스트하기 위한 방법으로 수평형 도립진자를 이용하여 제안한 기법을 선형화된 모델을 기반으로 제어하고자 한다. 수평형 도립진자를 이용한 복잡한 동특성 분석과 비선형 시스템의 수학적 모델링을 통해 수식화하였고, 선형화된 상태공간방정식을 이용하는 현대제어인 슬라이드 모드 제어를 도입하여 시스템 제어를 해보았다. 또한, 동역학의 파라미터를 설계하며 또한 알 수 없는 외란과 파라미터 변동을 추정하는 외란 관측기를 사용하여 더욱 제어 시스템에 강인성을 실험결과로 분석하였다.

ABSTRACT

This paper presents the system modeling, analysis, and controller design and implementation with a inverted pendulum system in order to test robust algorithm for sweeping machine. The balancing of an inverted pendulum by moving pendulum robot like as 'segway' along a horizontal track is a classic problem in the area of control. This paper will describe two methods to swing a pendulum attached to a cart from an initial downwards position to an upright position and maintain that state. The results of real experiment show that the proposed control system has superior performance for following a reference command at certain initial conditions.

키워드

Nonlinear, Robust control, Inverted Pendulum, Balancing

1. 서 론

열악한 환경에서의 연마로봇의 주행제어는 외란에 대한 강인성을 갖고 있어야 한다. 그러한 강인성을 테스트 하기위해서는 LQ기법을 테스트 및 적용하고자 한다. 본 알고리즘을 연구실 테스트를 위해서 역진자를 기본으로 한 모델링과 실험결과로 검증하고자 한다. 역진자 시스템은 구동기의 수보다 시스템의

자유도 수가 많은 부족구동 시스템으로 구동기 수가 최소화함으로 인해 저중량, 저동력을 필요로 하는 저가의 자동화 장비나 로봇 시스템에 유용하며 예기치 않은 구동기 고장을 쉽게 극복 할 수 있게 하는 모델이다. 초기 불안정한 기계장치의 대표적인 예로서 단일 또는 이중, 유연 역진자 모델이 주를 이루었으나 최근 병렬 또는 레일이 나 회전체를 이용한 진자 시스템이 로켓 발사대

주행로봇, 인공위성 자세제어 등의 상사성을 가지고 여러 가지 제어 기법들의 시험대로서 또한 연구가 활발히 수행되고 있다.

본 논문에서는 복잡한 동특성과 큰 불안정성을 갖는 수평 원레도형 도립진자를 움으로써, 피드백 제어의 원리를 이해하고 그 결과를 시뮬레이션으로 검증하였다. 프로젝트를 수행하면서 배우게 될 내용들은 물리시스템에 대한 수학적 모델링, 슬라이딩모드 제어와 상태피드백제어의 원리, 제어시스템 구현방법 등을 제시하고 있다. 도립진자의 초기위치가 5도 기울어져 있을 때, 팔의 위치를 0도에서 도립진자를 세우려고 한다. 최대오버슈트와 정착시간의 견지에서 최적의 제어시스템을 설계방법을 제시하였다.

II. 수학적 모델링

2.1 도립진자의 모델링

도립진자 시스템은 모터의 회전력이 볼 스크류를 통해 직선운동으로 변환되며, 볼 스크류에 연결된 카트에 전달되어 카트의 병진운동으로 진자의 각도를 수직으로 제어하는 시스템이다. 진자의 무게중심 좌표를 진자막대의 중심으로 잡고 x_G, y_G 라고 하면, 아래와 같이 표시할 수 있다.

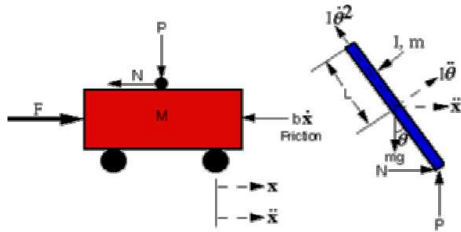


그림 1. 도립진자 구조

$$\begin{aligned} x_G &= x - L\sin\theta \\ y_G &= L\cos\theta \end{aligned} \quad (1)$$

수레에 관한 힘에 대해 뉴턴 방정식을 사용하여 정리하면 다음과 같다.

$$M\frac{d^2}{dt^2}x = F - N - b\frac{d}{dt}x \quad (2)$$

진자의 관성모멘트에 대한 회전방정식을 사용하여 정리하면 다음과 같다.

$$I\frac{d^2}{dt^2}\theta = NL\cos\theta + PL\sin\theta \quad (3)$$

진자의 무게중심에 대한 수평, 수직적 힘에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$m\ddot{x}_G = m\frac{d^2}{dt^2}(x - L\sin\theta) = N \quad (4)$$

$$m\ddot{y}_G = m\frac{d^2}{dt^2}(L\cos\theta) = P - mg \quad (5)$$

만약 진자막대의 질량을 무시한다면, 진자와 막대의 무게중심은 진자의 무게중심과 같으므로 이를 중심으로 한 관성모멘트 $I=0$ 이다.

식(2,3)으로부터 얻어지는 N와 P의 관계식을 식(2,2)에 대입하여 정리하여 힘과 모멘트에 관한 식으로 정리할 수 있다.

$$(M+m)\ddot{x} - mL\cos\theta\ddot{\theta} = -b\dot{x} - mL\sin\theta\dot{\theta}^2 + F \quad (6)$$

$$(I+mL^2)\ddot{\theta} - mL\cos\theta\dot{x} = mLg\sin\theta \quad (7)$$

위의 식은 비선형이고 입력은 수레에 적용되는 힘 F이고 출력은 수레의 움직임 x, \dot{x} 그리고 진자의 움직임 $\theta, \dot{\theta}$ 인 것을 알 수 있다.

2.2 운동방정식

위의 식 (6)에서 외부 힘F는 실질적으로 도립진자 시스템의 모터에 입력되는 전압 신호로 표현된다. 외부 힘F와 토크의 관계식을 이용하여 모터 인가전압을 입력으로 하는 식을 구한다. 도립진자 시스템은 모터가 회전하여 그 동력이 스크류에 전달되고 여기에 연결되어 있는 카트가 이동되는 형태로 힘이 전달하게 된다. 이러한 과정에 수식은 다음과 같은 모터에서 발생하는 토크 T에 대한 운동방정식과 모터에 인가되는 전류, 그리고 외부 힘F와 부하토크 T_L 의 관계식으로 정리할 수 있다.

$$T = J\ddot{\theta}_m + B\dot{\theta}_m + T_L \quad (8)$$

$$T = K_m i \quad (9)$$

$$Fr = T_L \quad (10)$$

여기서 K_m 은 모터 토크 상수이며 i 는 모터에 입력되는 전류이다. 또한 모터에 가해지는 전류와 전압선으로 U_v 는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$U_v = iR + e_b = iR + K_b\dot{\theta}_m \quad (11)$$

여기서 $e_b = K_b\dot{\theta}_m$ 이며 L (인덕턴스)은 매우 작으므로 0으로 설정하였다. 그리고 도립진자는

모터에서 발생하는 회전에 의하여 볼스크류가 움직여 이동하게 되므로 다음과 같이 모터의 회전과 카트의 이송변위간의 관계를 구할 수 있다.

$$\theta_m = \frac{x}{r} \quad (12)$$

여기서, x 는 카트의 이송 변위이며 r 은 수레바퀴의 반지름이다. 이상의 식들로부터 도립진자에 가해지는 힘과 모터의 입력 전압과의 관계식의 유도가 가능해진다. 우선 도립진자 이송부의 마찰보다 매우 작으므로 식(13)의 J 와 B 를 0으로 설정할 수 있다. 즉 전체의 토크는 부하의 토크와 같게 둘 수 있고 식(13)으로부터 다음의 관계식을 구할 수 있다.

$$T = T_L = K_m i = Fr \quad (13)$$

위의 식 (11), (12), (13)으로부터 모터의 인가전압과 외부 힘과의 관계를 아래의 식과 같이 정리할 수 있다.

$$F = -\frac{K_m K_b}{R_m r^2} \dot{x} + \left(\frac{K_m}{R_m r}\right) V \quad (14)$$

위의 식 (14)를 식 (7)에 대입하여 전개하면 timing pulley 방식의 동력전달을 채택한 도립진자의 비선형 방정식이 다음과 같이 정리된다.

$$(M+m+\frac{I_m}{r^2})\ddot{x} - mL\cos\theta\ddot{\theta} = \quad (15)$$

$$-(b+K_r)\dot{x} - mL\sin\theta\dot{\theta}^2 + K_v V$$

$$(I+mL^2)\ddot{\theta} - mL\cos\theta\ddot{x} = mLg\sin\theta \quad (16)$$

여기서, $K_r = \frac{B_m + \frac{K_m K_b}{R_m}}{r^2}$, $K_v = \frac{K_m}{R_m r}$ 이다.

위의 식 (16)을 $\ddot{x}, \ddot{\theta}$ 로 풀어서 정리하면 다음과 같다.

$$\ddot{x} = \frac{m^2 L^2 g(\sin\theta)(\cos\theta) + (I+mL^2)(-(b+K_r)\dot{x} - mL(\sin\theta)\dot{\theta}^2 + K_v V)}{\det(\Phi)} \quad (17)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(M+m+\frac{I_m}{r^2})mgL\sin\theta + mL(\cos\theta)(-(b+K_r)\dot{x} - mL(\sin\theta)\dot{\theta}^2 + K_v V)}{\det(\Phi)} \quad (18)$$

$$\det(\Phi) = (I+mL^2)(M+m+\frac{I_m}{r^2}) - (mL\cos\theta)^2 \quad (19)$$

2.3 운동방정식의 선형화

도립진자의 제어하는 θ 범위가 작기 때문에 $\theta \approx 0$ 으로 가정하고, $\cos\theta \approx 1, \sin\theta \approx \theta, \dot{\theta}^2 \approx 0$ 로 놓고, 이를 식 (16)에 적용하면 다음과 같이 동력 전달을 통한 도립진자의 선형방정식을 얻을 수 있다.

$$(M+m+\frac{I_m}{r^2})\ddot{x} - mL\ddot{\theta} = -(b+K_r)\dot{x} + K_v V \quad (20)$$

$$(I+mL^2)\ddot{\theta} - mL\ddot{x} = mLg\theta \quad (21)$$

여기서, $K_r = \frac{B_m + \frac{K_m K_b}{R_m}}{r^2}$, $K_v = \frac{K_m}{R_m r}$ 이다.

본 절에서는 진선형 역진자 시스템의 앞서 논의된 비선형 마찰 보상 성분이 포함된 외란 관측기와 관측된 상태만을 이용한 출력 피드백 제어기(DOOFSMC)의 성능을 각각의 초기위치에 대한 레귤레이션에 대한 시뮬레이션을 통해 성능과 강인성을 검증 하고자 한다. 설계된 제어기 성능의 상대적인 평가를 위해 우수한 성능을 갖도록 Bryson 방법으로 설계된 전상태 피드백 제어기인 LQ 제어기와 외란 관측기를 적용하지 않은 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어기(OFSMC)와 함께 비교 검토하였다.

그림 3, 4에서 실험에서 설정된 초기위치 0.37 rad, 0.65 rad에서의 회전형 역진자 시스템의 레귤레이션 성능을 각각 비교하였다. 모델 오차나 임의 외란을 고려하지 않은 특정 초기위치에서의 가상 시뮬레이션 응답에서 진자의 레귤레이션 성능은 적절한 Q, R 파라미터를 선정한 전 상태 피드백 제어기인 LQ 제어기가 작은 오버슈트를 가지며 가장 적은 제어량으로 우수한 성능을 보임을 알 수 있다. 하지만 수평링크의 레귤레이션 성능이 우수하지 못하며 외란 관측기를 사용하지 않은 출력 피드백 제어기도 큰 에러를 가진다. 이에 반해 외란 관측기를 장착한 출력 피드백 슬라이딩 모드 제어는 오버슈트가 크고, 더 큰 제어입력을 사용하지만 진자의 정상상태 도달 시간이 빠르고 수평링크의 레귤레이션 성능이 우수함을 알 수 있다.

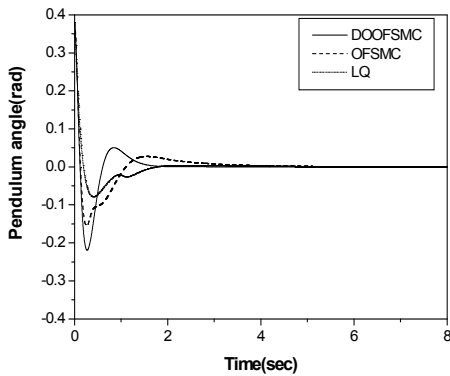


그림 2. 역진자 각에 대한 결과선도

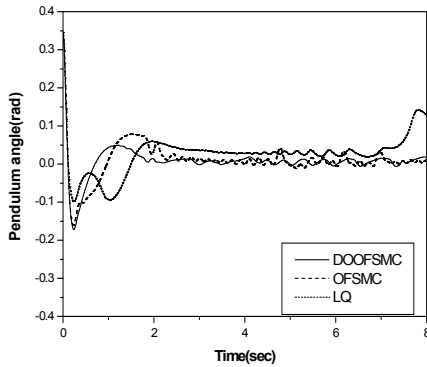


그림 3. 외란에 대한 역진자 각에 대한 결과선도

III. 결 론

본 연구에서는 실제 존재하는 연마로봇의 열악한 환경적 영향을 극복하기 위한 효율적인 제어기 설계구현을 목적으로 하였다. 부족 구동 시스템인 회전형 역진자 시스템을 모델로 올바른 진자의 속도성분의 상태를 피드백 받지 못한다는 가정 아래 계산량이 적은 외란 관측기를 사용하여 출력 정보만을 이용한 우수한 슬라이딩 모드 제어기를 설계하였으며, 시뮬레이션과 실험 결과로부터 여러 조건하의 실험을 통해 관측된 출력 정보만 이용하여 설계된 슬라이딩 제어를 이용한 우수한 성능의 강인한 슬라이딩 모드 제어기를 설계할 수 있음을 보였다. 또한 외란 관측기는 마찰 요소를 보상한 보다 정확한 공칭모델을 사용하여

제어함으로써 비교 대상이었던 다른 제어 시스템보다 우수한 성능을 얻을 수 있었고, 또한 더욱 강인하고 실용적인 제어 시스템을 설계 가능함을 증명하였다.

감사의 글

2011년도 산학연공동기술개발사업(No.00045079)의 연구수행으로 인한 결과물입니다.

참고문헌

- [1] Edwards, C., and Spurgeon, S. K., "Sliding mode stabilization of uncertain systems using only output information", INT. J. Control, Vol. 62, pp. 1129-1144, 1995.
- [3] Bag, S. K., Spurgeon, S. K., and Edwards, C., "Output feedback sliding mode design for linear uncertain systems", Proceedings of IEE, Part D, Vol 144, pp. 209-216, 1997.
- [9] T. Umeno, T. Kaneko, and Y. Hori, "Robust servo-system design with two degree of freedom an its application to novel motion control of robot manipulator", IEE Transaction on Industrial Electronics, Vol. 40, pp. 473-485, Oct. 1993.
- [7] S. Komada, K. Sugano, M. Ishida, and T. Hori, "Realization of second derivative control of position and force in servo system by order adjustment of disturbance observer", Trans. Inst. Elect. Eng. Jpn., Vol 116-D, No. 10, pp. 1010-1017, October 1996.
- [3] L.-Q. Li, H.-B. Ji, and J.-H. Luo, "The iterated extended kalman particle filter," in ISCIT, vol. 2, no. 1, pp. 1213-1216, Oct. 2005.
- [4] K. Pathak, J. Franch, and S. K. Agrawal, "Velocity and position control of a wheeled inverted pendulum by partial feedback linearization," IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 21, no. 3, pp. 505-513, Jun. 2005.
- [5] M. W. Spong, P. Corke, and R. Lozano, "Nonlinear control of the inertia wheel pendulum," Automatica, vol. 37, no. 2, pp. 1845-1851, 2001.