

실험계획법에서 오차항의 가정 검토방안

- Assessment of Properties of Error Terms in Design of Experiment -

최 성 운*

Abstract

The Design of Experiment (DOE) is a most practical technique when establishing an optimal condition for production technology in Six Sigma innovation project. This research proposes the assessment of properties of error terms, such as normality, equal variance, unbiasedness and independence. The properties of six nonparametric ranking techniques for checking normality assumption are discussed as well as run test which is used to identify the randomness, and to check unbiased assumption. Furthermore, Durbin-Watson (DW) statistics and ARIMA (p,d,q) process are discussed to identify the serial correlation.

Keywords: DOE, Error, Normality, Equal Variance, Unbiasedness, Independence, Nonparametric Ranking, Run Test, DW Statistics, ARIMA (p,d,q)

1. 서 론

기업에서 신제품 출시를 위해서는 상품기획, 제품기획, 생산기획의 단계를 거쳐야 하는데 품질경쟁력을 갖추기 위해서는 단계별 적절한 품질활동을 수행해 주어야 한다. 상품기획단계에서는 고객과 시장의 소리(VOC : Voice of Customer)인 참 품질특성의 요구품질을 기획하여야 하며 제품기획단계에서는 구체적인 대응특성의 스펙(Specification)으로 도면활동의 설계품질을 구현하여야 한다. 생산기획단계에서는 제품기획 단계에서 창출된 스펙과 일치되고 적합한 제조품질을 실현하기 위해 사후관리 활동인 검사업무와 사전관리 활동인 공정관리, 생산기술 업무를 검사성적서와 작업일지를 활용하여 수행한다.

* 가천대학교 산업공학과

특히 설계품질 단계에서 시작품(Prototype), 시험생산품(Pilot), 양산(Launch) 검토시 최적의 제품조건, 설비조건을 설정하거나, 5단계의 DMAIC(Define, Measure, Analyze, Improve, Control) 식스시그마 품질혁신 프로젝트 단계에서 치명인자 선정, 최적 개선 수준 선정시[1] 실험계획법(DOE : Design of Experiment)[5]이 유용하게 사용된다.

3가지 이상의 제품기술조건과 생산기술조건에서 최적조건을 선정하는 실험계획법을 사용할 경우 모형에 대한 오차항(Error Term)의 4가지 가정인 정규성(Normality)[2,3], 등분산성(Equal Variance) 불편성(Unbeasedness), 독립성(Independence) 등을 확인해 주어야 한다. 그러나 기업의 품질혁신(Innovation) 및 개선(Improvement, Kaizen) 활동에서 가장 많이 사용되는 통계 소프트웨어인 MINITAB16에서는 4가지 오차항 가정의 검토를 위해 정규확률도, 대적합치, 히스토그램, 대순서의 잔차그림[4,6]만 제시하고 명확한 판정기준이 제시되어 있지 않아 사용자인 기업실무자의 주먹구구(Rule Of Thumb)에 의한 주관적 판단에 의존하게 되는 문제점을 갖고 있다.

따라서 본 연구에서는 실험계획 모형의 4가지 오차항에 대한 검토를 객관적으로 평가하기 위한 방안을 제시한다. 특히, 정규성 평가시 NPP(Normal Probability Plot)에서 비모수 순위의 특징과 등분산성, 불편성 평가시 기술통계량과 Run Test를 독립성 평가시 Durbin-Watson Test와 ARIMA(Autoregression Integrated Moving Average) 적용방안을 제시하였다. 본 연구의 기여도는 품질 실무자의 DOE 오차항 검토시 MINITAB16에서 제공되는 4가지 잔차그림별 객관적인 평가를 할 수 있는 적용방안을 제시한 데 있다.

2. 정규성 검토방안

실험계획법(DOE)에서 인자수준간의 불편분산(Unbiased Variance) 또는 평균 제곱(Mean Square)과 인자수준내의 오차분산의 F비의 통계량으로 ANOVA 검정을 실시한다. F분포는 정규분포에서 파생되어온 샘플링 분포(Sampling Distribution)이기 때문에 ANOVA F검정에서는 사전에 정규성 검정의 가정을 만족해야한다. 국가품질분임조 경진대회에 출전한 일부 분임조가 정규성 검정을 각 수준별로 실시하고 있는데 이 경우 각 수준별 실험횟수가 크지 않아 이러한 방법보다는 전체 오차항에 대한 정규성 검정을 실시하는 것이 타당하다. MINITAB으로 실험계획법에 대한 오차항의 정규성 확인을 위해서는, 잔차대 백분율로 나타낸 정규확률도(NPP : Normal Probability Plot)와 잔차대 빈도로 나타낸 히스토그램의 잔차그림을 사용한다. 정규확률도는 좌우대칭인 종 모양의 히스토그램의 PDF(Probability Density Function)를 직선의 CDF(Cumulative Distribution Function)로 표현한 것이다. 따라서 두 방법 모두 그림의 모양으로 주관적인 판정을 하기 때문에 NPP 검정, ECDF(Empirical CDF)를 사용하는 Anderson-Darling 검정, Kolmogorov-Smirnov 검정과 회귀분석을 사용하는 Ryan-Joiner 검정등과 같은 객관적인 검정 통계량에 의한 방법을 반드시 활용하여 정규성 확인을 가설로써 판정하여야 한다.

NPP 검정에서 Y축의 비모수 순위(Nonparametric Ranking)의 대표적인 방법으로

수정 Kaplan-Meier 순위법, Median 순위법, Kaplan-Meier 순위법, Mean 순위법, Blom 순위법, Mode 순위법이 있는데 각각 $(i-0.5)/n$, $(i-0.3)/(n+0.4)$, i/n , $i/(n+1)$, $(i-0.375)/(n+0.25)$, $(i-1)/(n-1)$ 의 통계량으로 동일한 (n, i) 에 대해 순서별로 과대평가된 값을 갖는다.

Median 순위는 N개에서 무작위 추출된 n개의 Random Sample 중 첫 번째 작은 것이 100번의 실험중 50번째(메디안 순위)일 확률로 두 번째, 세 번째 등의 값도 마찬가지로 구한다. Median 순위는 50번째 백분위수(Pth Fractile, Quartile)로 $f(T_p) = P$ 에서 T_{50} 에 해당한다. 25번째 백분위수를 제 4분위수(Quartile)이라고 하며 5번째 백분위수, 95번째 백분위수의 좌측꼬리, 우측꼬리의 확률도 절단 중단되는 신뢰성 시험에서 사용된다. 만약 정규성 가정을 만족하지 못하여 P-Value가 α 보다 큰 경우 H_0 가설이 기각되면 비모수 실험계획법을 사용해야한다. 1원배치법에 대해 Kruskal-Wallis 검정과 Mood's Median Test가 있는데 전자가 전체 샘플을 대상으로 순위를 정하는데 비하여 후자는 전체(Overall) Median으로 수준 l별로 $2 \times l$ 분할표를 제작하여 비모수 순위 검정을 실시한다. 난괴법(RBD : Randomized Block Design)인 경우 각 블록마다 순위를 구하는 Friedman 검정을 사용한다.

3. 등분산성 검토방안

MINITAB에서는 등분산성 확인을 위해 적합치 대 잔차로 표현하는 대적합치 잔차 그림을 사용하는데 눈으로 이를 확인하기가 용이하지 않다. 객관적인 통계량을 사용하는 등분산성 검정에는 Levene 검정, Bartlett 검정, Hartley 검정, Cochran 검정, 산포관리도 등이 있는데 MINITAB에서는 정규분포시 사용되는 Levene 검정과 연속분포시 사용하는 Bartlett검정을 활용한다.

ANOVA가 각 수준별 평균을 비교하는 축의 정확도(Accuracy)검정이라면 등분산성 검정은 수준별 정규분포의 폭의 정밀도(Precision)를 비교하는 방법이다. 이는 2개의 모집단에서 F검정에 의한 등분산을 확인 후(P-Value < α) 합동분산(Pooled Variance)를 사용하는 t검정을 실시하는 것과 같은 원리이다.

이를 기하학적으로 나타내면 각 수준별 정규분포의 폭이 일정한 경우(등분산 검정)에만, 각 수준별 정규분포의 축의 비교(ANOVA)가 의미가 있다는 의미이다.

4. 불편성 검토방안

MINITAB에서 불편성(Unbiasedness)의 확인을 위해 적합치 대 잔차로 표현하는 대적합치 잔차 그림을 사용하는데 깔대기형, 이중활형 등 비선형의 명확한 패턴의 점의 모양 이외에는 랜덤성의 정도를 눈으로 파악하기가 용이하지 않다. 따라서 $E(e) = 0$ 의 확인을 위해 오차항의 평균을 기술통계량으로 구하고 랜덤성의 확인을 위해 비모수 방법인 Run Test를 실시한다. 대적합치 잔차 그림에서 0을 기준으로 위는 +로, 아

래는 -로 표시하며 이 경우 같은 부호가 연속해서 나타나는 것을 Run이라하고, 이러한 Run의 수에 의해 검정을 실시하는데 Run의 수가 너무 적거나 너무 많아도 무작위적, 불편성이 아니다.

5. 독립성 검토방안

MINITAB에서 잔차치 순서 대 전체로 표현하는 대순서의 잔차그림으로 오차항의 독립성(Independence)를 확인하는데 데이터간 시차(Time Lag)가 있는 시계열 상관(Serial Correlation)을 눈으로 확인하는 것은 거의 불가능하다.

오차항 간의 독립성을 판정하는 경우 Durbin-Watson 방법을 사용하는데 통계량 $DW = \frac{\sum_{t=2}^n (E_t - E_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n E_t^2}$ 으로 $DW = 2$ 근처이면 상관계수 $r = 0$ 으로 독립성을 유지하는 것으로 판정하며 $DW = 4$ 또는 0 이면, 각각 $r = -1.0, 1.0$ 의 종속성이 유지되는 것으로 판정한다.

또한, 오차항의 시계열 상관을 식별(Identification), 추정(Estimation), 모형진단(Diagnosis), 예측(Forecasting)하는 방법에는 Box-Jenkins ARIMA(Autoregression Integrated Moving Average) 방법이 있다. Process인 모집단과 Realization인 샘플에서의 ARIMA(p, d, q)모형은 $\varnothing(B)(1-B)^d y_t = \theta(B)E_t$ 로 $B y_t = y_{t-1}$ 의 Backward Operator이다. 이를 다시 표현하면, $(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)(1-B)^d y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$ 로 p차의 자기 상관 AR(P)과 d차의 Differencing, q차의 White Noise에 대한 이동평균 MA(q)를 나타낸다.

MA(q)에서는 가역성(Reversibility)을 요구하는데 MA(1)인 경우 $|\theta_1| < 1$) 이는 최근에 가까운 오차항에 더 큰 가중값을 주고 멀어질수록 작은 가중값을 주는 이동평균의 성질을 만족하는 여부를 확인하는 것으로 비가역적인 경우 가중값의 차이가 없다는 의미가 된다.

AR(p)에서는 시계열의 정확도인 평균축이 수평인가(Stationary), 증가, 감소인가(Nonstationary)를 확인하기 위해 Unit Root Test(AR(1)인 경우 $|\phi_1| < 1$)를 실시하여 Nonstationary인 경우 $(1-B)^d$ 의 연산자로 시계열 데이터간 Differencing을 실시하여 Stationary 축으로 안정화시킨다. 시계열의 정밀도인 산포폭이 일정하지 않은 경우는 자연대수 \ln 의 변수변환(Transform)으로 폭의 크기를 일정하게 만들어준다. 통상 Differencing후 음수의 값이 나오면 \ln 변수변환이 불가능하므로 변수변환 후(폭을 일정하게 한 후) Differencing(축을 안정화시킴)을 수행한다.

6. 결 론

본 연구에서는 최적의 제품기술조건과 생산기술조건을 선정하는 실험계획법을 사용하는 경우 모형에 대한 오차성의 4가지 가정인 정규성, 등분산성, 불편성, 등분산성 등에 대한 객관적인 평가를 할 수 있는 방안을 제시하였다. 특히 정규성 검정에서는 6가지의 비모수 순위에 의한 NPP 검정과 비정규성인 경우 3가지 비모수 검정방법을 기술하였으며, 일부 품질 실무자가 사용하는 수준별 데이터에 대한 정규성 검정은 실험 데이터가 너무 작은 경우 의미가 없다는 것을 제안하였다. 또한 분포의 형태에 따른 등분산성 확인, 기술통계량과 Run Test에 의한 불편성의 랜덤성 확인과 독립성 검정을 위한 Durbin-Watson 방법과 ARIMA(p, d, q) 모형의 특성을 논의하였다.

7. 참 고 문 헌

- [1] 최성운, “식스시그마 혁신 프로세스의 유형”, 대한안전경영과학회지, 8(4)(2006) : 293-247.
- [2] 최성운, “소표본인 경우 신뢰성 순위 척도의 고찰“, 대한안전경영과학회지, 9(2)(2007) : 161-169.
- [3] 최성운 외, “소표본인 경우 비모수 순위척도를 이용한 정규성 검정“, 10(3)(2008) : 237-243.
- [4] Kowalski S. M, Montgomery D.C. MINITAB Companion : Design and Analysis of Experiments, John Wiley & Sons, Inc. , 2011.
- [5] Mathews P. G., Design of Experiments with MINITAB, ASQ, 2005.
- [6] <http://www.minitab.com>.