

심도각 범위를 고려한 무인 잠수정의 강인 심도 제어기 설계

전성우*, 김도완**, 이호재***
 한밭대학교*, 한밭대학교**, 인하대학교***

Design of Robust Depth Controller of Autonomous Underwater Vehicles under the Stern Angle Constraints

Sung Woo Jun*, Do Wan Kim**, Ho Jae Lee***
 Hanbat National University*, Hanbat National University**, Inha University***

Abstract - 본 논문은 심도각 범위를 고려한 무인 잠수정(autonomous underwater vehicles: AUVs)의 타카기-수게노 (Takagi-Sugeno: T-S) 퍼지 모델 기반 강인 심도 제어기의 설계 기법을 제안한다. 무인 잠수정의 비선형 시스템은 Sector nonlinearity 기법을 이용하여 T-S 퍼지 시스템으로 모델링된다. 리아푸노프(Lyapunov) 함수를 이용하여 무인 잠수정의 성능을 보장하는 선형 행렬 부등식(Linear matrix inequality: LMI) 형태의 강인 제어기 설계 조건은 유도된다. 또한 무인 잠수정의 심도각 범위를 고려하여 입력 및 출력에 제한 조건을 포함한다. 모의 실험을 통해 제안된 기법의 심도 제어 성능을 검증한다.

1. 서 론

최근 비선형 무인 잠수정의 심도 제어를 위한 다양한 제어기 설계 기법이 연구되었다 [1-2]. 하지만 비선형 무인 잠수정의 심도 제어는 강한 비선형성을 갖고 외부 환경이 불확실하게 변하므로 불확실성을 고려한 강인 제어기가 요구되었지만 관련 연구는 전무한 실정이다.

한편 전역 안정도 보장과 적은 계산량을 요구하는 타카기-수게노 (Takagi-Sugeno: T-S) 퍼지 모델 기반 제어기법은 다양한 시스템에 적용되었다 [3-5]. [3]에서는 파라미터 불확실성이 고려된 T-S 퍼지 모델 기반 강인 제어기 설계 기법을 제안하여 그 성능을 확인하였다.

본 논문은 무인 잠수정의 심도각 범위를 고려한 T-S 퍼지 모델 기반 강인 제어기 설계 기법을 제안한다. 핵심 아이디어는 심도 제어 문제를 퍼지 시스템의 점근적 안정화 문제로 다룬 것이다. Sector nonlinearity 기법 [4]을 통해 비선형 무인 잠수정을 T-S 퍼지 시스템으로 모델링한다. 점근적 안정화 문제는 리아푸노프(Lyapunov) 함수를 이용해 강인 심도 제어 성능을 보장하는 선형행렬부등식(Linear Matrix Inequality: LMI) 형태로 유도 한다. 또한 무인 잠수정의 심도각 범위를 고려하여 입력 및 출력에 제한 조건을 포함하였다. 마지막으로 모의 실험을 통해 제안된 강인 심도 제어 성능을 검증한다.

2. 시 스템

2.1 무인 잠수정

비선형 무인 잠수정의 수직면 운동 모델은 다음과 같이 운동학

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= q \\ \dot{z} &= -u_0 \sin \theta, \end{aligned} \quad (1)$$

및 동역학

$$I_{yy} \dot{q} + m x_g u_0 q = M_q \dot{q} + M_{uq} u_0 q + M_{uu\delta} u_0^2 \delta_s \quad (2)$$

으로 표현된다 [1-2], 여기서 I_{yy} , $m x_g u_0$, $M_{uq} u_0$, M_q , $M_{uq} u_0$, 는 무인 잠수정 파라미터, δ_s 는 심도각이다.

$x = [q \ \theta \ z_e]^T$, $u := \delta$ 라 하면 시스템 (1), (2)는 다음과 같은 상태 방정식 형태로 나타낼 수 있다

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} I_{yy} - M_q & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{uq} u_0 - m x_g u_0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -u_0 \sin \theta & 0 \end{bmatrix} x \\ &+ \begin{bmatrix} I_{yy} - M_q & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{uu\delta} u_0^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u. \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $z_e = z - z_d$, $\dot{z}_d = 0$, 그리고 z_d 는 심도 목표 값이다.

2.2 T-S 퍼지 모델

다음의 T-S 퍼지 규칙을 고려하자

$$\begin{aligned} \text{Rule } i : & \text{ IF } z_1 \text{ is } \Gamma_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_p \text{ is } \Gamma_{ip}, \\ \text{ THEN } & \dot{x} = (A_i + \Delta A_i)x + (B + \Delta B)u. \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $x \in \mathbb{R}^n$ 은 상태변수, $u \in \mathbb{R}^m$ 은 제어입력, Rule i , $i \in \varphi_r = \{1, 2, \dots, r\}$ 는 i 번째 퍼지 규칙, z_h , $j \in \varphi_p = \{1, 2, \dots, p\}$ 는 h 번째 전방부 변수, $\Gamma_{ij}(i, j) \in \varphi_r \times \varphi_p$ 는 i 번째 퍼지 규칙에서 z_h 의 퍼지 집합, ΔA_i 와 ΔB 는 파라미터 불확실성을 의미한다. 따라서 퍼지 시스템은

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r h_i(z) ((A_i + \Delta A_i)x + (B + \Delta B)u) \quad (5)$$

이 된다. 여기서

$$h_i(z) = \frac{\omega_i(z)}{\sum_{i=1}^r \omega_i(z)},$$

$$\omega_i(z) = \prod_{j=1}^p \Gamma_{ij}(z_j).$$

3. 주 요 결 과

본 장에서는 비선형 무인 잠수정 시스템을 2개의 규칙 수를 갖는 T-S 퍼지 시스템으로 모델링한다. Sector nonlinearity 기법 [4]을 통해 식 (3)의 $\frac{-u_0 \sin \theta}{\theta}$ 는

$$\frac{-u_0 \sin \theta}{\theta} = h_1(\theta) a_1 + h_2(\theta) a_2$$

이고, 여기서 $\sum_{i=1}^2 h_i(\theta) = 1$, $h_i(\theta) \in \mathbb{R}_{[0,1]}$ 를 만족하면

$$h_1(\theta) = \frac{\frac{-u_0 \sin \theta}{\theta} - a_2}{a_1 - a_2}, \quad h_2(\theta) = 1 - h_1(\theta),$$

$$a_1 = \max \frac{-u_0 \sin \theta}{\theta}, \quad a_2 = \min \frac{-u_0 \sin \theta}{\theta}.$$

가 성립함을 알 수 있다. 따라서 시스템 (3)은 다음과 같은 파라미터 불확실성을 고려한 퍼지 시스템으로 나타낼 수 있다

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^2 h_i(\theta) ((A_i + \Delta A_i)x + (B + \Delta B)u), \quad (6)$$

여기서

$$A_i = \begin{bmatrix} \frac{M_{uq} u_0 - m x_g u_0}{I_{yy} - M_q} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_i & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{M_{uu\delta} u_0^2}{I_{yy} - M_q} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

제어 입력을

$$u = \sum_{i=1}^2 h_i(\theta) K_i x \quad (7)$$

로 놓으면 식 (6), (7)을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^2 h_i(\theta) (A_i + \Delta A_i + (B + \Delta B)K_i)x. \quad (8)$$

식 (8)에 대한 리아푸노프 함수를 다음과 같이 정의하자:

$$V|_{(8)} = x^T P x. \quad (9)$$

여기서 $P = P^T > 0$. 식 (8), (9), 합동변환을 이용하면

$$\dot{V}|_{(8)} = x^T((A_i + \Delta A_i + (B + \Delta B)K_i)^T P + P(A_i + \Delta A_i + (B + \Delta B)K_i))x \quad (10)$$

을 만족한다.

본 논문에서 고려되는 불확실성은 다음의 형태로 표현 가능함을 가정한다

$$[\Delta A_i \ \Delta B] = DF(t)[E_{1i} \ E_2],$$

여기서 $F(t)$ 는 $F(t)^T F(t) \leq I$ 를 만족한다. 따라서 식 (10)은 다음과 같이 표현할 수 있다

$$\begin{bmatrix} \Phi_i & * & * \\ E_{1i}Q + E_2M_i & -\epsilon_i I & * \\ D^T & 0 & -\epsilon_i^{-1}I \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

여기서 $\Phi_i = (A_i Q + B M_i)^T + (A_i Q + B M_i)$, $Q = P^{-1}$, $M_i = K_i P^{-1}$, 그리고 *는 대칭행렬의 전치된 요소이다. 따라서

$$\dot{V}|_{(8)} < 0 \iff (11) < 0$$

이 성립되고, 식 (11)을 만족하는 $Q = Q^T > 0$, F_i 가 존재하면 페루프 시스템 (8)은 점근적 안정하다.

입력 및 출력의 제한을 갖는 심도각 범위를 고려하자. 초기 상태 $x(0)$ 가 존재하고 입력을 $\|u\|_2 \leq \mu$, 출력을 $\|y\|_2 \leq \lambda$ 라 하면 다음과 같은 조건을 갖는다

$$\begin{bmatrix} -1 & x(0)^T \\ x(0) & -Q \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} -Q & F_i^T \\ F_i & -\mu^2 I \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} -Q & Q C_i^T \\ C_i Q & -\lambda^2 I \end{bmatrix} < 0.$$

4. 모의 실험

이번 장에서는 제안된 기법의 성능의 검증을 위해 다음과 같은 환경의 모의 실험을 수행한다:

$$z_d = \begin{cases} 10, & 0s < t \leq 250s, \\ 20, & 250s < t \leq 500s. \end{cases}$$

본 논문에는 모든 파라미터의 30%에 해당하는 값의 불확실성을 가정하였다. 따라서 D , E_{1i} , 그리고 E_2 는 다음과 같이 나타낸다

$$D = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix},$$

$$E_{1i} = \begin{bmatrix} I_{yy} - M_q & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{uq} u_0 - m x_g u_0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} I_{yy} - M_q & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{uu\delta_s} u_0^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

실험에 사용한 파라미터는 <표 1>에 제시한다.

<표 1> 무인 잠수정 파라미터 [1].

파라미터	값
I_{yy}	3.45kgm ²
M_q	-4.88kgm ²
M_{uq}	-2.00kgm/rad
u_0	1.00m/s
$M_{uu\delta_s}$	-4.16kg/rad
x_g	0.44m
m	30.5kg

$\mu = 60^\circ$, $\lambda = 30^\circ$ 으로 설정하고, $a_1 = 1$, $a_2 = 0.1$ 일 경우 제어 이득은 다음과 같다

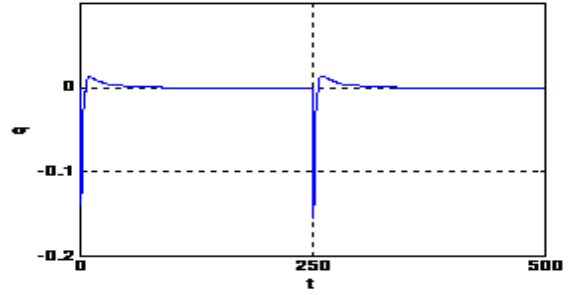
$$K_1 = [1.4572 \quad 2.5563 \quad 0.1632],$$

$$K_2 = [1.4687 \quad 2.4945 \quad 0.1363].$$

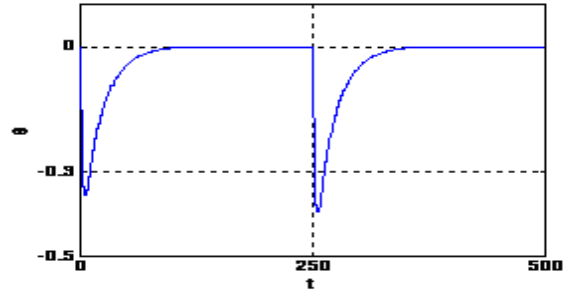
<그림 1-2>에서 q 와 θ 의 시간 응답이 점근적 안정함을 나타내고 <그림 3>에서는 z_e 의 시간 응답이 점근적 안정함과 함께 심도 목표 값에 도달하는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

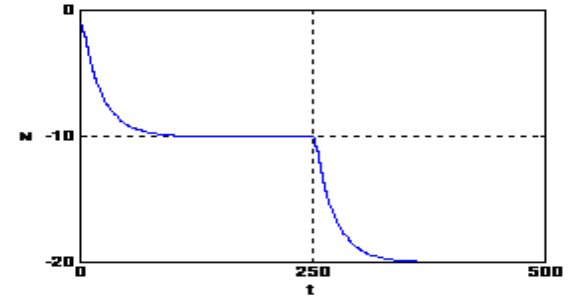
본 논문은 심도각 범위를 고려하여 무인 잠수정의 T-S 퍼지 모델 기반 강인 제어기 설계 기법을 제안하였다. 모의 실험을 통해 제안된 기법의 성능을 검증하였다.



<그림 1> q 의 시간 응답.



<그림 2> θ 의 시간 응답.



<그림 3> z_e 의 시간 응답.

감사의 글

“이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 한국연구재단에서 부여한 과제번호 : 2011-0011137)”

[참 고 문 헌]

- [1] T. Prestero, “Verification of a six-degree of freedom simulation model for the REMUS autonomous underwater vehicle,” *Masters Thesis, Department of Ocean Engineering and Mechanical Engineering, MIT, USA*, 2001.
- [2] J. H. Li and P. M. Lee, “Design of adaptive nonlinear controller for depth control of an autonomous underwater vehicle,” *Ocean Engineering*, vol. 32, no. 17-18, pp. 2165-2181, 2005.
- [3] H. J. Lee, J. B. Park, and G. Chen, “Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 9, no. 2, pp. 369-379, 2001.
- [4] K. Tanaka and H. O. Wang, “Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach,” *New York: Wiley*, 2001.
- [5] D. W. Kim and H. J. Lee, “Theoretical justification of approximate norm minimization method for intelligent digital redesign,” *Automatica*, vol. 44, no. 3, pp. 851-856, 2008.