AWS형 파력 발전 시스템을 위한 입력 전송 실패를 갖는 선형 시스템의 디지털 재설계

구근범[*], 주영훈[**], 박진배[*]
연세대학교 전기전자공학과[*], 군산대학교 제어로봇공학과[**]

Digital redesign of linear systems with input transmission failure for AWS wave power generator

Geun Bum Koo[*], Young Hoon Joo[**], Jin Bae Park[*]
Department of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University[*],
Department of Control and Robotics Engineering, Kunsan National University[**]

Abstract - 본 논문은 AWS형 파력 발전 시스템의 제어를 위한 선형 시스템에 대한 디지털 재설계 기법을 연구한다. 먼저 연속시간 선형 시스템의 연속시간 제어기와 이산시간 제어기를 구하고, 이를 선형 시스템에 대입하여 폐루프 시스템을 구한다. 구해진 각각의 폐루프 시스템에 대한 이산화 모델을 구하고, 이들의 상태 접합 및 안정도 분석을 선형 행렬 부등식 형태로 나타낸다.

1. 서 론

최근 고도의 산업 성장 및 인구 증가에 따라 에너지 소비가 급증하고 있다. 이에, 화석연료를 대체할 수 있는 신재생 에너지가 각광을 받고 있으며 이 중에서도 파력 발전 시스템은 풍력과 태양광의 뒤를 잇는 차세대 신재생 에너지 분야로 인정을 받고 있다. 파력 발전 시스템은 크게 가동 물체형, 진동수주형, 월파형으로 나눌 수 있으며, 최근에는 가동 물체형과 진동수주형의 중간 단계인 Archimedes Wave Swing (AWS)형 파력 발전 시스템이 세계적으로 인정을 받고 있다. 이러한 파력 발전 시스템의 효율적 관리를 위해서는 시스템의 제어가 필수적이다. 하지만 파력 발전 시스템의 제어는 대부분 원격으로 이루어지기 때문에 기존의 제어에서 보지 못하는 새로운 문제들이 발생하게 된다. 이러한 원격 제어 문제를 해결하기 위해 디지털 재설계 기법이 필요하다. 디지털 재설계는 연속시간 제어기와 이에 대응하는 디지털 제어기를 설계하는 문제를 가리키는 말로서 이러한 디지털 재설계는 크게 두 가지 조건이 만족해야 한다. 먼저, 연속시간에서 설계된 시스템과 이산시간에서 설계된 시스템 간의 상태 접합이 이루어져야 한다. 또한, 재설계된 디지털 시스템의 안정도가 보장되어야 한다. 이와 같은 디지털 재설계 기법에 대한 많은 연구들이 진행되어 왔다[1-3]. Lee[2]은 비선형 시스템에 대한 지능형 디지털 재설계 기법을 연구하였다. Sung[3]은 불확실성이 포함된 시스템에 대한 강인 디지털 재설계 기법을 개발하였다. 하지만 현재까지 진행된 연구들 중에서 입력 전송 실패를 가지는 선형 시스템에 대한 디지털 재설계 기법에 대한 연구가 진행된 바는 없다.

이에 본 논문에서는 입력 전송 실패 확률을 갖는 선형 시스템에 대한 디지털 재설계 기법을 제안한다. 먼저, 선형 시스템에 대한 연속시간 제어기와 이산시간 제어기를 구하고, 이를 선형 시스템에 대입하여 각각의 폐루프 시스템을 구한다. 구해진 폐루프 시스템을 바탕으로 이산화 모델을 구하고, 이들의 상태 접합 및 안정도 조건을 선형 행렬 부등식 형태로 나타낸다.

2. 본 론

2.1 AWS형 파력 발전 시스템

AWS형 파력 발전 시스템의 출력을 결정하는 가장 중요한 요소는 부표의 위치이다. 파력 발전 시스템은 기본적으로 파도의 힘이 가해지지만, 파도가 없다는 가정 하에서는 시스템이 안정해야 한다. 이러한 파도의 영향을 제외한 발전 시스템의 동적 방정식은 다음의 형태로 나타낼 수 있다.

$$(M+M_a)\ddot{Z} = -\frac{B^2N^2L^2}{R}\dot{Z} - KZ - b\dot{Z} - \rho g A Z \qquad (1)$$

여기서 Z는 부표의 위치를 나타내는 상태변수이다. 그리고, M는 부표의 무게, M_a는 추가되는 무게, L는 와이어의 길이, N는 와이어의 턴수, b는 20도에서의 물의 유체 점도, ρ는 물의 밀도, A는 부표의 면적, R은 부하의 저항을 의미한다. 실제로 다른 파라미터들은 모두 결정되기 때문에 입력으로 바꿀 수 있는 것은 시스템의 부하 저항 R이다.

위의 동적 방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ \dfrac{-\rho g A}{M+M_a} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \dfrac{B^2N^2L^2}{M+M_a}\end{bmatrix}u(t) \qquad (2)$$

그리고, 입력 변수 $u(t)$는 다음과 같이 정한다.

$$u(t) = \frac{1}{R}\left[x_1(t)\ \ x_2(t)\right] \qquad (3)$$

본 논문에서는, 위의 AWS형 파력 발전 시스템을 안정화 시키는 부하 저항 R을 구하는 것이 목적이다. 보통 파력 발전 시스템의 제어는 원격으로 이루어지기 때문에 제어기의 설계는 디지털 재설계 기법을 이용하였고, 확률에 따라 입력 전송이 실패할 수 있다고 가정하였다.

2.2 선형 시스템의 이산화 모델

다음과 같은 연속시간 선형 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}_c(t) = Ax_c(t) + Bu_c(t) \qquad (4)$$

여기서 $x_c \in R^n$는 상태 변수를 의미하고, $u_c \in R^m$는 입력 변수를 의미한다. 그리고 A, B 는 각각 시스템 행렬과 입력 행렬로 적절한 크기를 가지고 있다.

위의 시스템 (4)을 제어하는 연속시간 제어기와 이산시간 제어기를 각각 다음과 같이 고려한다.

$$u_c(t) = K_c x_c(t) \qquad (5)$$
$$u_d(t) = \alpha(kT)K_d x_d(kT) \qquad (6)$$

여기서 $u_c(t)$는 연속시간 제어입력, $u_d(t)$는 이산시간 제어 입력을 나타내며, 특히 이산시간 제어기의 경우 시간 t는 $t \in [kT, kT+T)$의 구간에서 $u_d(t) = u_d(kT)$를 만족한다고 가정한다. 또한, $k \in Z_{\geq 0}$이고, $T \in R_{>0}$은 샘플링 간격을 의미한다. 그리고 $\alpha(kT)$는 입력의 전달 여부를 결정하는 베르누이 확률 변수로서 다음과 같은 가정을 따른다.

가정 1 베르누이 확률 변수 $\alpha(kT)$는 다음의 조건을 따르는 독립적이고 동일한 분포를 가지는 무작위 과정이다.

$$\begin{cases}\mathrm{Prob}\{\alpha(kT)=1\} = E\{\alpha(kT)\} = \tilde{\alpha}\\ \mathrm{Prob}\{\alpha(kT)=0\} = 1 - E\{\alpha(kT)\} = 1-\tilde{\alpha}\end{cases}$$

위의 연속시간 제어기와 이산시간 제어기를 각각 선형 시스템 (4)에 대입하면 다음과 같은 폐루프 시스템을 얻을 수 있다.

$$\dot{x}_c(t) = (A+BK_c)x_c(t) \qquad (7)$$
$$\dot{x}_d(t) = Ax_d(t) + \alpha(kT)BK_d x_d(kT) \qquad (8)$$

위의 각 시스템들의 이산화 모델을 구하면 다음과 같다.

$$x_c(kT+T) = \Phi x_c(kT) \qquad (9)$$
$$x_d(kT+T) = (G + \alpha(kT)HK_d)x_c(kT) \qquad (10)$$

여기서

$$\Phi = \exp((A+BK_c)T),$$
$$G_i = \exp(A_i T),$$
$$H = (G-I)(A)^{-1}B.$$

2.3 선형 시스템의 디지털 재설계

이 장에서는 AWS형 파력 발전 시스템의 제어를 위한 시스템의 상태 접합 조건 및 안정화 조건을 구한다. 이를 위해서는 다음과 같은 새로운 안정도 조건이 필요하다.

정의 1 이산시간 비선형 시스템에서 어떠한 ϵ에 대해서 다음의 조건을 만족하는 $\delta = \delta(\epsilon) > 0$이 존재한다면, 평형점 $x(t)=0$이 확률적으로 안정하다고 말할 수 있다.

$$\| x(0) \| < \delta \Rightarrow E\{\| x(t) \|\} < \epsilon, \quad \forall t \geq 0$$

또한 폐루프 시스템의 확률적 안정도 조건을 보여주기 위해서는, 다음의 보조 정리가 필요하다.

보조 정리 1 [4] $a(0)=0$과 $\theta > 0$일때 $a(\theta)>0$라고 할 때, 다음의 세 가지 조건을 만족하는 Lyapunov 함수와 non-decreasing convex 함수 $a(\theta)$가 존재한다면, 이산시간 비선형 시스템은 확률적으로 안정하다.

- $V(0)=0$
- $a(\| x(t) \|) \leq V(x(t))$
- $E\{V(x(t+1))\} - E\{V(x(t))\} < 0$

보조 정리 2 [5] 적합한 차원의 어떤 상수 대칭 행렬 N, O, L이 주어졌을 때, 다음의 두 개의 부등식은 서로 필요충분조건이 된다,

$$O > 0, \qquad N + L^T O L < 0$$
$$\begin{bmatrix} N & L^T \\ L & -O^{-1} \end{bmatrix} < 0 \text{ or } \begin{bmatrix} -O^{-1} & L \\ L^T & N \end{bmatrix} < 0.$$

보조 정리 3 [6] 실수 행렬 $\Lambda_1 = \Lambda_1^T$, Λ_2, $\Lambda_3(t)$와 Λ_4는 적당한 크기를 갖고 다음 부등식

$$\Lambda_1 + \Lambda_2 \Lambda_3(t) \Lambda_4 + \Lambda_4^T \Lambda_3^T(t) \Lambda_2^T < 0,$$
$$\Lambda_3^T(t) \Lambda_3(t) \leq I$$

가 만족한다면

$$\Lambda_1 + \begin{bmatrix} \epsilon^{-1} \Lambda_4 \\ \epsilon \Lambda_2^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \epsilon^{-1} \Lambda_4 \\ \epsilon \Lambda_2^T \end{bmatrix} < 0$$

가 임의의 $\epsilon > 0$에서 성립하게 된다.

참조 1 샘플링 구간 T는 이산시간 시스템의 안정도에 영향을 주는 요소 중에 하나이다. 만약 T를 너무 크게 잡는다면, 상태 접합이 거의 이뤄지지 않을 것이며, 또한 너무 작게 잡는다면 이산화에 대한 효용성이 줄어들게 된다. 따라서 $T \in R_{>0}$은 다음의 조건을 만족한다고 가정한다.

$$T < \pi / \Im(\lambda(A+BK_d))$$

위의 참조와 보조 정리들을 통하여 이 장의 처음에서 제시한 문제를 해결하면 다음과 같은 선형 행렬 부등식을 구할 수 있다.

정리 1 만약 다음의 선형 행렬 부등식을 만족하는 양한정 행렬 Q와 임의의 행렬 M_i와 최소화되는 상수 γ이 존재하면 연속시간 시스템에 대한 상태 접합과 확률적 안정도가 만족하게 된다.

$$\begin{bmatrix} -\gamma Q & * & * \\ \Phi Q - GQ - \tilde{\alpha} HM & -I & * \\ \sqrt{(1-\tilde{\alpha})\tilde{\alpha}}\, HM & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} -Q & * & * \\ GQ + \tilde{\alpha} HM & -Q & * \\ \sqrt{(1-\tilde{\alpha})\tilde{\alpha}}\, HM & 0 & -Q \end{bmatrix} < 0 \tag{12}$$

여기서 $*$는 행렬에서의 전칭요소를 의미한다.

증명) 공간 제약으로 생략한다. ■

위의 정리 1을 통해서 우리는 연속시간 시스템과 이산시간 시스템 간의 상태 접합 및 이산화된 시스템의 안정도 조건을 구하였다. 하지만, 이산화된 시스템이 안정하다고 원래의 연속시간 시스템이 항상 안정하다고는 볼 수 없다. 따라서, 연속시간 시스템의 안정도는 다음의 정리를 통해서 보증한다.

정리 2 만약 아래의 부등식이 만족하게 되면 디지털 시스템 (5)는 항상 안정하게 된다.

$$\| x_d(t) \| \leq \eta \| x_d(kT) \| \tag{13}$$

여기서, $\eta = (1 + T \| BK_d \|) \exp(\| A \| T)$.

증명) 공간 제약으로 생략한다. ■

참조 2 정리 2의 식 (13)을 통해서 우리는 이산화 모델의 상태 변수 $x_d(kT)$가 원점으로 수렴하면 원래 시스템의 상태 변수 $x_d(t)$ 역시 원점으로 수렴한다는 것을 알 수 있다. 즉, 만약 샘플링 주기 T를 이산화 오차를 무시할 정도의 크기로 잡게 된다면, 정리 1의 증명을 통해서 디지털 시스템 (8)의 안정도를 만족시킬 수 있게 된다.

참조 3 위에서 제안한 기법을 통해 파도가 없는 상태에서의 AWS형 파력 발전 시스템의 안정성을 보였다. 위의 제어 기법을 바탕으로 차후에는 파도가 있는 상태에서 최적의 출력을 낼 수 있는 제어 기법을 연구할 예정이다.

3. 결 론

본 논문에서는 AWS형 파력 발전 시스템의 안정화를 위한 선형 시스템의 디지털 재설계 문제를 다루었다. 선형 시스템은 입력 전송 실패의 확률이 존재한다고 가정하였다. 시스템의 연속시간 제어기와 이산시간 제어기를 따로 설계하여 각각의 폐루프를 구하였고, 그에 대한 이산화 모델을 구하였다. 또한, 이산화 모델을 바탕으로 디지털 시스템의 연속시간 시스템에 대한 상태 접합과 안정도 조건을 구하였고 이를 선형 행렬 부등식으로 나타내었다. 그리고 이산화된 디지털 시스템의 안정도가 만족되면 원래 시스템의 안정도 역시 만족된다는 것을 보였다.

감사의 글 : 본 연구는 2011년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지기술평가원 (KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다. (20103020070070)

[참 고 문 헌]

[1] Kuo. B. C., “Digital control systems”, Saunders College Publishing,1992, 2nd edn.
[2] H. J. Lee, H. B. Kim, Y. H. Joo, W. Chang, and J. B. Park, “A new intelligent digital redesign for T-S fuzzy systems: Global approach”, IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 12, pp. 274-284, 2004.
[3] H. C. Sung, D. W. Kim, J. B. Park, Y. H. Joo, “Robust digital control of fuzzy systems with parametric uncertainties: LMI-based digital redesign approach”, Fuzzy Sets and Systems, vol. 161, pp. 919-933, 2010.
[4] B. Chenm Z. Wang, H. Shu, and G. Wei, “On nonlinear H_∞ filtering for discrete-time stochastic systems with missing measurements”, IEEE Trans. Automatic Control, vol. 53, no. 9, pp. 2170-2180, 2008.
[5] L. Xie, “Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainties”, Int. J. Contr. vol. 63, no. 4,pp. 741-750, 1996.
[6] X. P. Guan and C. L. Chen, “Delay-dependent guaranteed cost control for T-S fuzzy systems with time delay”, IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 12, no. 2, pp. 236-249, 2004.