

## 교번자기장 발생기의 다 영역 위상최적설계

이장원, 왕세명  
광주과학기술원

### Multi-domain topology optimization of pulsed magnetic field generator

Jangwon Lee, Semyung Wang  
Gwangju Institute of Science and Technology

**Abstract** - This paper presents a multi-domain topology optimization using the harmonically excited coil and the iron in order to focus pulsed magnetic field (PMF). The design sensitivity of the harmonic magnetic field is derived by adjoint variable method. As a result of the optimization, PMF is considerably concentrated on the objective domain with much less leakage than the initial model.

#### 1. 서 론

교류전류원에 의해 생성된 교번자기장(pulsed magnetic field)은 자기 유도 단층촬영 기기[1], 펄스자기장 자극 기기[2], 와전류 유도 발열기기 [3] 등의 다양한 분야에서 널리 쓰이고 있다. 그러나 대부분의 교번자기장 생성기기는 솔레노이드 타입으로 목표지점에 자기장을 효과적으로 집중시키지 못하기 때문에 목표지점에 요구되는 자기장을 생성하기 위해서는 필요이상의 전원을 공급해야한다. 이로 인해서 전원공급 장치의 부피가 커지게 되고, 높은 전류를 공급함에 따라서 자기장 발생기에서 고열이 발생하게 되므로 이를 냉각하기위한 부차적인 노력을 기울여야한다. 그러므로 본 연구에서는 교번자기장을 효과적으로 목표지점에 생성하기위한 자기장 발생기를 설계하고자 한다. 교번자기장의 분포는 자기장을 형성하는 코일과 철심의 형태에 매우 민감하다. 따라서 목적이 되는 영역에 자기장을 집중시키기 위한 코일과 철심의 적절한 배열은 매우 중요하다.

위상최적설계는 초기설계 단계에서 개념적 설계를 하는데 매우 유용한 방법이다. 시변자기장의 위상최적화 기법은 이미 연구된바 있지만[4], 다 영역을 고려한 연구는 없다. 본 논문에서는 교번자기장을 목적 영역에 집중시키기 위한 코일과 철심의 동시 최적화 연구가 진행되었고, 위상최적화 설계민감도는 보조변수 법(adjoint variable method)을 이용하여 계산하였다.

#### 2. 시변자기장 다 영역 위상최적화

##### 2.1 시변자기장 지배방정식

시변자기장의 지배방정식은 자기 복소 벡터 포텐셜( $A^*$ )에 관한 맥스웰 방정식으로부터 유도되며 다음과 같다.

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times A^* \right) + j\omega\sigma A^* = J_s \quad (1)$$

여기에서  $\mu$ ,  $\omega$ ,  $\sigma$ , 그리고  $J_s$ 는 각각 자기투자율, 각주파수, 전기 전도도, 그리고 인가 전류밀도이다.

식 (1)의 양변에 가상의 벡터 포텐셜  $\bar{A}^*$ 를 곱하고, 2차원 해석영역에 대해 적분하면 변분 식을 구할 수 있다.

$$\iint_{\Omega} \left[ \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times A^* \right) + j\omega\sigma A^* \right] \bar{A}^* d\Omega = \iint_{\Omega} J_s \bar{A}^* d\Omega, \text{ for all } \bar{A}^* \in \bar{A}^* \quad (2)$$

식 (2)에 경계조건을 적용하여 다음 식 (3)을 유도하면 왼쪽 편은 에너지를 나타내는 형태  $a(A^*, \bar{A}^*)$ 이고, 오른쪽 편은 힘 선형 형태  $l(\bar{A}^*)$ 이다.

$$\iint_{\Omega} \left[ (\nabla \times A^*) \cdot \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{A}^* \right) + j\omega\sigma A^* \bar{A}^* \right] d\Omega = \iint_{\Omega} J_s \bar{A}^* d\Omega \quad (3)$$

시변자기장의 행렬식은 다음과 같다.

$$(K + j\omega M)A^* = F \quad (4)$$

여기에서  $K$ 와  $M$ 은 각각 강성행렬과 질량행렬이다[5]. 식 (4)의 각 항은 2차원 유한요소법에 의해 다음과 같다.

$$K = \frac{1}{\mu} \iint_{\Omega^e} \frac{\partial N^T}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial N^T}{\partial y} \frac{\partial N}{\partial y} dx dy \quad (5)$$

$$M = \sigma \iint_{\Omega^e} N^T N dx dy \quad (6)$$

$$F = J \iint_{\Omega^e} N^T dx dy \quad (7)$$

##### 2.1 설계 민감도

위상최적화에서 설계영역 내 물질의 구분은  $n$ 차의 밀도변수를 사용하여 간단한 다항식으로 나타낸다. 본 연구에서는 설계영역에서 조화가 된 코일, 철심, 그리고 공기의 세 가지 물질을 밀도변수  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ 을 이용하여 다음과 같이 나타내었다.

$$\mu_r = \rho_1^n (\rho_2^n (\mu_{coil} - \mu_{iron}) + \mu_{iron} - 1) + 1 \quad (8)$$

$$J = J_0 \rho_1^n \rho_2^n \quad (9)$$

$$\sigma = \sigma_0 \rho_1^n \rho_2^n \quad (10)$$

여기에서  $\mu_{coil}$ ,  $\mu_{iron}$ ,  $J_0$ , 그리고  $\sigma_0$ 는 각각 코일의 비 투자율, 철심의 비 투자율, 코일에 인가된 전류밀도, 그리고 전기 전도도이다.

최적설계를 위한 목적함수는 다음과 같이 설계변수와 상태변수의 함수로 정의 된다.

$$\Psi = \Psi(\rho_1, \rho_2, A^*(\rho_1, \rho_2)) \quad (11)$$

설계 민감도는 시스템의 성능을 향상시키기 위한 설계방향을 결정하기 위해 요구된다. 설계변수가 많을 때 유한차분법을 사용할 경우 많은 시간이 소요되므로 본 논문에서는 보조변수 법으로부터 설계 민감도를 계산하였다. 설계 민감도는 목적함수를 설계변수로 전 미분하여 계산하고, 연쇄법칙(chain rule)을 이용하여 다음과 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\Psi}{d\rho_i} = \frac{\partial \Psi}{\partial \rho_i} + \frac{\partial \Psi}{\partial A^*} \frac{dA^*}{d\rho_i} \quad (12)$$

여기에서  $i$ 는 설계변수를 구분하는 지수(index)이다.

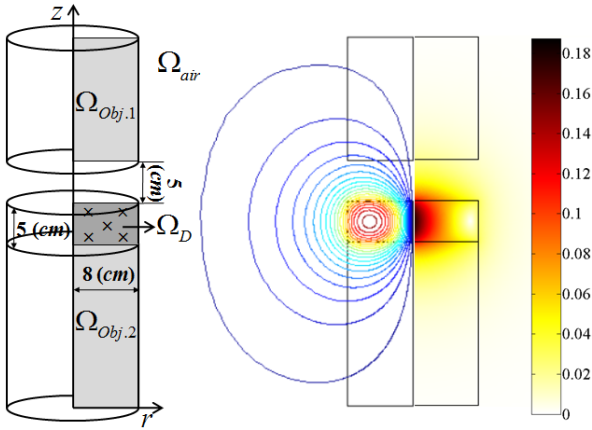
식 (12)의 목적함수는 설계변수에 의해 직접 미분되는 항과 직접 미분되지 않는 항으로 구분된다. 이때, 직접 미분되지 않는 항을 계산하기 위해 보조변수 법을 이용한다. 식 (4)의 양변을 설계변수로 미분한 다음  $dA^*/d\rho_i$ 을 제외한 모든 항을 우편으로 이항하면 다음과 같다.

$$\frac{dA^*}{d\rho_i} = (K + j\omega M)^{-1} \left( \frac{dF}{d\rho_i} - \frac{d(K + j\omega M)}{d\rho_i} A^* \right) \quad (13)$$

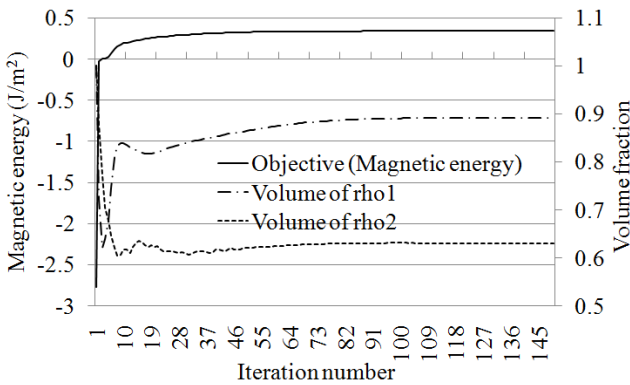
식 (13)을 식 (12)에 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{d\Psi}{d\rho_i} = \frac{\partial \Psi}{\partial \rho_i} + \lambda \left( \frac{dF}{d\rho_i} - \frac{d(K + j\omega M)}{d\rho_i} A^* \right) \quad (12)$$

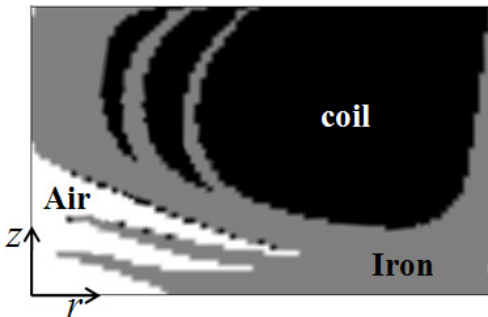
여기에서  $\lambda$ 는 보조변수이고, 보조방정식  $(K + j\omega M)\lambda = \partial \Psi / \partial A^*$ 으로부터 계산된다.



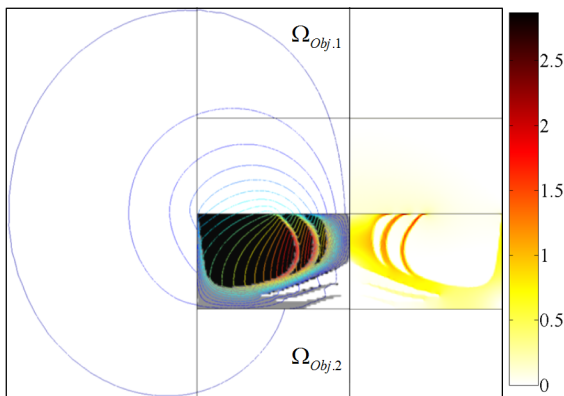
〈그림 1〉 솔레노이드 타입 시변자기장 발생기: (a) 초기 설계; (b) 유한요소 해석 결과



〈그림 2〉 최적 설계 이력



〈그림 3〉 코일과 철심의 최적 설계



〈그림 4〉 최적설계 유한요소 해석: 자속과 자속밀도

〈표 1〉 초기 설계와 최적화 설계 비교

	초기 설계	최적화 설계
코일 볼륨 [%]	100.00	62.96
철심 볼륨 [%]	0.00	26.26
$E_{mag} _{\Omega_{Obj,1}}$	100.00	251.44
$E_{mag} _{\Omega_{Obj,2}}$	100.00	4.92

## 2. 시변자기장 발생기 위상최적화

본 논문에서는 2차원 축대칭 유한요소해석을 통해 위상최적화를 수행하였고, 최적화기(optimizer)는 Method of Moving Asymptotes(MMA)를 이용하였다. 그림 1. (a)에서  $\Omega_D$ 는 설계영역으로 솔레노이드 타입의 교 변자기장 발생기를 보여주어 있고, 초기 설계영역은  $\rho_1$ 과  $\rho_2$ 가 각각 1로 정의되어 식 (8)~(9)로부터 코일만 존재하도록 설정된다. 코일은 z축을 중심으로 원통형으로 감겨있고, 설계영역의 'x' 표시는 전류가 들어가는 방향을 나타낸다. 인가 전류의 가진 주파수는 1 (KHz)이다.  $\Omega_{Obj,1}$ 은 시변자기장을 집중시키기 위한 목표영역이고,  $\Omega_{Obj,2}$ 는 누설 자기장이 최소화되도록 하기위한 영역이다. 따라서 목적함수는 다음과 같이 정의 된다.

$$\text{Maximize } \Psi = E_{mag}|_{\Omega_{Obj,1}} - E_{mag}|_{\Omega_{Obj,2}} \quad (13)$$

여기에서  $E_{mag}|_{\Omega_{Obj,1}}$ 과  $E_{mag}|_{\Omega_{Obj,2}}$ 는 각각 교 변자기장을 집중시키기 위한 목표영역과 누설자기를 최소화하기위한 영역에서의 자기 에너지이다. 그림 1. (b)는 초기 설계의 유한요소해석 결과인 자속과 자속밀도를 보여준다.

그림 2는 최적설계 수렴과정에서 설계변수의 볼륨과 목적함수의 결과 값을 보여준다. 그림 3은 코일과 철심의 최적화된 물질 분포를 보여준다. 그림 4는 최적화 모델의 해석결과로 초기설계에 비해서 목표영역  $\Omega_{Obj,1}$ 에 자기장의 분포가 집중되고,  $\Omega_{Obj,2}$ 에서는 누설 자속이 거의 흐르지 않는 것을 확인할 수 있다.

표 1은 초기설계와 비교한 최적화결과를 보여준다. 코일은 대략 37% 적게 쓰고 철심을 26% 정도 추가하여 최적화 했을 때, 자속을 집중시키기 위한 영역  $\Omega_{Obj,1}$ 에서는 자기에너지가 150% 가량 증가하였고 누설을 방지하기 위한 영역  $\Omega_{Obj,2}$ 에서는 자기에너지가 95% 정도 감소하였다.

## 3. 결 론

본 논문에서는 시변자기장을 목적영역에 집중시키기 위해 코일과 철심을 위상최적화 기법을 이용하여 최적화하였고, 보조변수 법으로부터 설계민감도를 계산하였다. 최적화 결과 초기 설계영역에 솔레노이드 형 코일만을 이용하였을 때와 비교해서 코일의 볼륨은 줄이고 철심을 추가했을 경우 목적영역에서의 교 변자기장이 두 배 이상 증가하였고, 누설자기는 거의 없도록 설계됐다. 하지만 설계영역의 철심에서의 자기자속이 포화되는 경향이 있어서 이후 자기 포화를 고려한 설계가 요구된다.

## [참 고 문 헌]

- [1] Di Barba, P., Mognaschi, M.E., Palka, R., and Savini, A, "Optimization of the MIT field exciter by a multiobjective design", IEEE Trans. on Magn., vol. 45, No. 3, pp. 1530-1533, 2009.
- [2] M. Zborowski, R. J. Midura, A. Wolfman, T. Patterson, M. Ibiwoye, Y. Sakai, and M. Grabiner, "Magnetic field visualization in applications to pulsed electromagnetic field stimulation of tissues", Ann Biomed Eng., vol. 31, No. 2, pp. 195-206, 2003.
- [3] Y. Kotsuka, M. Watanabe, M. Hosoi, I. Isono, and M. Izumi, "Development of inductive regional heating system for breast hyperthermia", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 48, No. 11, pp. 1807-1814, 2000.
- [4] H. Shim, S. Wang, and Hameyer, K., "Topology optimization of magneto-thermal systems considering eddy current as joule heat", IEEE Trans. Magn., vol. 43, No. 4. April 2007.
- [5] S. J. Salon, *Finite Element Analysis of Electrical Machines*, Kluwer Academic, 1999.