

# 재료물성치의 분포를 고려한 로켓모터케이스의 구조 신뢰성 해석

노영희\*<sup>†</sup> · 구송희\*

## Structural Reliability Analysis of the Rocket Motor Case considering Uncertainties in Material Properties

Younghee Ro\*<sup>†</sup> · Songhoe Goo\*

### ABSTRACT

This is concerned with the structural reliability analysis(RA) considering uncertainties in material properties. This method is performed by the stochastic process using Kriging with calculating the distribution of probability and equation of limit state for saving calculated and analyzed time. The proposed methodology is applied to the rocket motor case and compared with monte-calro simulation in efficiency and accuracy of this process.

### 초 록

본 연구는 재료물성치의 불확실성을 고려한 구조신뢰성 해석 기법에 대한 내용이다. 설계변수의 확률분포 및 상태한계방정식을 구하고 이에 대한 확률밀도함수와 누적분포함수 계산 시 근사화 기법인 크리깅을 적용하여 구조신뢰성에 대한 계산 및 해석시간을 단축하고자 하였다. 이에 대한 예제로 알루미늄을 소재로 하는 로켓모터케이스의 재료물성치의 분포를 고려한 구조신뢰성 해석을 수행하고 그 결과를 몬테카를로 시뮬레이션과 비교함으로써 제안된 기법에 대한 정확성과 효율성을 판단하고자 한다.

Key Words: Rocket motor case(로켓모터케이스), Uncertainty(불확실성), Structural reliability analysis(구조 신뢰성 해석), Kriging(크리깅)

### 1. 서 론

최근의 공학적 설계기법은 예전의 확정론적인 모델링(deterministic modeling)과 전산구조해석 기반의 확정론적인 설계(simulation-based design)를 벗어나 가공오차, 재료의 물성, 하중조건등과 같이 물리적인 양에서 존재하는 불확실

성(uncertainty)을 고려한 신뢰도 해석(Reliability analysis) 및 신뢰성 기반 설계(Reliability-based design)를 중심으로 연구가 진행되고 있다[1]. 이러한 기존의 여러 신뢰성 해석의 방법들은 실제 현장에서 이미 다양한 분야에 성공적으로 적용되고 있지만 다중적분, 반복해석 등 많은 계산량 및 해석시간이 소요되고, 비선형성이 강한 설계영역을 정확히 반영하는데 한계점을 보이고 있다[2].

\* 국방과학연구소 1기술연구본부 6부

† 교신저자, E-mail: yhro@add.re.kr

따라서 본 연구에서는 위의 문제점을 해결하기 위해 비선형성에 강한 크리깅 모델을 사용하여 설계변수의 확률분포 및 상태한계방정식을 계산하고 이에 대한 누적분포함수(Cumulative Distribution Function: CDF)나 확률밀도함수(Probability Density Function: PDF)를 계산하는 신뢰도 해석기법을 제안하였다. 이를 이용하여 재료물성치의 분포 및 불확실성을 고려한 실제 설계문제에 적용하여 구조신뢰성 평가를 수행하고, 그 결과를 몬테카를로시뮬레이션(Monte-carlo simulation)과 비교함으로써 제안된 구조신뢰성 평가방법에 대한 정확성과 효율성을 검증하고자 한다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 신뢰도 해석(RA)

불확실성을 정량화하기 위해서는 CDF나 PDF가 반드시 정의되어야 한다. 이에 대한 일련의 과정을 신뢰도 해석(Reliability Analysis; RA)이라 하며 (1)과 같은 수식으로 표현된다[3].

$$P_f = P(X \in \Omega_f) = \int_{\Omega_f} \dots \int f_x(X) dX \quad (1)$$

여기서  $X = [X_1, \dots, X_N]^T$ 는 N차원의 확률공간에 존재하는 랜던변수(random variables)이고,  $\Omega_f$ 는 한계상태식  $G(X)$ 가  $G(X) < 0$ 인 파괴영역(failure region)을 의미한다.  $f_x(X)$ 는 결합 확률 밀도 함수이다. 특히, 한계상태식(limit state function)과 관련된 파괴확률은  $P_f = P(G(X) \leq 0) = F_G(0)$  같이 표현되고, 이는 한계상태에서의 CDF값을 검증하기 위한 과정이다.

하지만 정확한 CDF나 PDF를 얻기가 어렵기 때문에 수치적인 방법인 추출법(sampling method), 모멘트 일치방법(moment matching method), 신뢰도 지수방법(reliability index method) 등이 제안되었다. 특히 가장 많이 사용되는 추출법 중 하나인 MCS는 매우 정확한 결과를 제공하나 수치적인 부담이 너무 크며, 신뢰도 지수방법 역시 미리 정해진 파괴확률의 수준

에 맞는 성능값을 찾아야 하는 최적화 과정이 요구되기 때문에 이 역시 수치적인 부담이 크다. 이를 해결하기 위해 근사모델 중 하나인 반응표면모델(Response Surface Model: RSM)을 도입한 근사화 기법이 등장하게 되었으며, 본 연구에서는 RSM보다 비선형성에 강한 Kriging을 이용하여 한계상태식을 근사화 시켜 구조물의 신뢰성을 평가하는 방법을 제안한다.

본 연구에서는 다른 금속에 비해 연성을 가진 알루미늄의 기계적 물성치의 분포 및 불확실성을 고려한 구조신뢰성 해석 방법을 제안하였으며, 다음과 같은 흐름도로 계산된다.

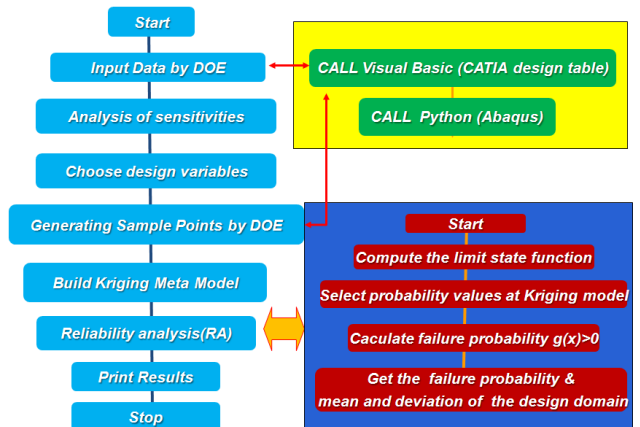


Fig. 1 RA flow chart

### 2.2 크리깅(Kriging)

크리깅은 지질통계학에 근거를 둔 통계적 기법으로써 공간적으로 상호 연관된 데이터를 예측하는데 유용하게 사용되고 있다. Sacks 등은 크리깅 모형을 다음과 같은 선형모형(linear model)과 잔차(departure)의 합으로 표현하였다.

$$y(x) = f(x) + Z(x) \quad (1)$$

여기서  $y(x)$ 는 우리가 알고자 하는 함수이며,  $f(x)$ 는 주어진 실험점을 이용해서 구할 수 있는 전역모델(global model)이다. 이러한 전역모델은 반응표면모델과 유사한 다항함수(polynomial function)로 표현되며 이때 계산 횟수 및 모형의 복잡성에 대한 효율적인 면을 고려하여, 많은 경

우에 상수항  $\beta$ 로 처리하고 있다. 또한  $Z(x)$ 는 전역모델로부터 나온 지역적 편차를 생성하며, 이로 인하여 크리깅 모형이 추출된 데이터 점을 보간하게 된다. 이때  $Z(x)$ 의 공분산(covariance)은 다음과 같이 정의된다.

$$Cov[Z(x^i), Z(x^j)] = \sigma^2 R[R(x^i, x^j)] \quad (2)$$

여기서  $\sigma^2$ 은  $Z(x)$ 의 분산이며,  $R$ 은 상관행렬(correlation matrix),  $R(x^i, x^j)$ 는 ns개의 실험점 내 임의의 두 점 사이의 상관함수이다. 이때의 상관함수는 설계자에 의해서 경험적인 방법으로 결정되며, 어떠한 함수를 사용하느냐에 따라 얼마나 유연하게 실험점을 보간해 주는가가 결정된다. 다음으로 실제모델  $y(x)$ 와 오차를 최소화시키는  $\hat{y}(x)$ 가 크리깅 모델이 된다.

$$\hat{y} = \hat{\beta} + \gamma^T(x)R^{-1}(y - \hat{\beta}f) \quad (3)$$

여기서  $\hat{\beta} = (f'R^{-1}f)^{-1}f'R^{-1}y$ 은  $\beta$ 의 일반화된 추정량이며, 실제 함수의 분산에 해당하는  $\sigma^2$ 과 상관매개변수  $k$ 를 구하기 위해 특정한 확률분포의 가정하에서 정의되는 최우추정법에 의한 최우추정량(maximum likelihood estimation, MLE)을 이용해 가장 적합한 값을 구하게 되고,  $\sigma^2$ 에 대한 추정량은 식(4)와 같다.

$$\hat{\sigma}^2 = 1/n_s(y - f\hat{\beta})R^{-1}(y - f\hat{\beta}) \quad (4)$$

$\gamma(x)$ 는 관측된 지점과 추정하려는 지점에서의 반응값 사이에서의 상관벡터(correlation vector)이며  $f$ 는 길이가 표본의 수이고 모든 요소가 1인 벡터를 의미하고,  $y$ 는 표본에서의 반응들로 이루어진 벡터이다.

### 3. 로켓모터 케이스의 구조 신뢰성 해석

본 연구에서는 로켓모터 케이스에 대하여 재료물성치의 불확실성을 고려한 구조신뢰성 해석을 수행하였다. 적용한 모터케이스의 경우 다른 금속에 비해 연성

(ductility)이 좋은 알루미늄(Al 7175)을 재료로 사용하고 있으며, 이에 대한 간략한 물성치는 표 1에 나타내었다.

Table 1. Properties

재질	탄성계수 (kgf/mm <sup>2</sup> )	포아 송비	항복강도* (kgf/mm <sup>2</sup> )	인장강도 (kgf/mm <sup>2</sup> )	소성 변형률
Al 7175	7,171	0.33	46.05	54.91	0.06

\*0.2% 오프셋 항복강도

일반적으로 알루미늄을 포함한 구조용 강도의 경우 0.2% 오프셋 항복강도를 적용하여 영구변형에 대한 margin을 사용하지만 본 로켓모터의 경우 수압보증압력에서 변형률이 급격히 증가하는 부위가 발생함으로써 실제 항복강도 분포에 대한 구조 신뢰성 해석을 수행하였다. 적용로켓모터에 대해 최대예상작동압력(MEOP)의 1.05배인 수압보증압력 적용 시 3차원 구조해석 결과는 그림 2와 같으며, 변형률 계측결과는 그림 3과 같다. 3차원 해석결과 수압보증압력(1.05MEOP)이 작용 시 실린더부의 최대응력은 37.8 kgf/mm<sup>2</sup>로 0.2% 오프셋 항복강도인 46.05 kgf/mm<sup>2</sup>에 대한 안전율이 1.22로 구조적으로 안전할 것으로 판단되었다.

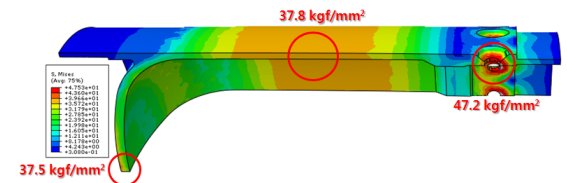


Fig. 2 The result of FEM (stress)

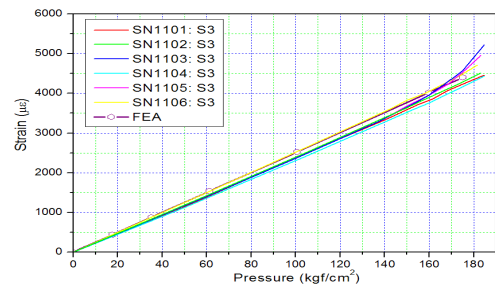


Fig. 3 The result of test (strain)

이렇듯 안전여유가 있는 구조물임에도 불구하고

고 변형률의 급격한 증가에 대한 신뢰성 해석을 수행하기 위하여, 기존에 적용된 알루미늄의 실제 항복강도 및 실린더부 내경과 두께에 대해 제작된 실제 분포는 그림 4와 같다.

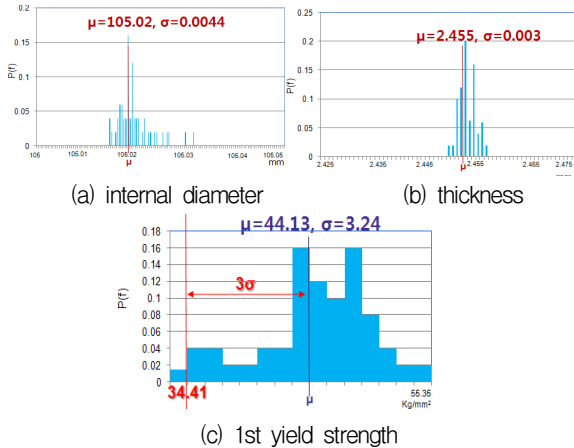
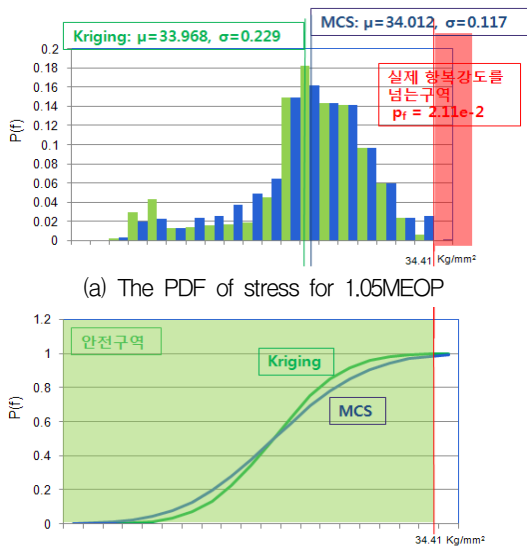


Fig. 4 The Distribution of design variables

실린더부의 제작 두께 평균은 2.455mm이며 내경의 평균은 105.02mm, 알루미늄의 실제 제작 물성치의 평균과 표준편차는 44.13kgf/mm<sup>2</sup>, 3.24를 가진다. 이를 기준으로 본 연구에서 제안한 구조신뢰성 해석을 수행한 결과와 MSC를 비교한 결과가 그림 5, 표 2, 3에 나타나 있다.



(b) The CDF of stress for 1.05MEOP  
Fig. 5 The R.A. results compared with MSC

그림 4의 분포에서 알 수 있듯이 본 로켓모터 케이스의 재료로 제작되고 있는 알루미늄의 경우 0.2%오프셋을 적용하지 않은 실제 항복강도의 3 값은 34.41kgf/mm<sup>2</sup>로 약 2%는 이 항복강도를 넘어 변형률의 급격한 증가를 보일 수 있는 것으로 판단된다. 그리고 MSC와 비교하여 해석시간이 단축되었으며, 그 결과 역시 유사하였다.

Table 2. The R.A. result for 3 yield strength

Model	항복강도 분포의 3 (34.41kgf/mm <sup>2</sup> )에 대한 신뢰도(%)
MCS	98.192
Kriging	97.885

Table 3 The comparison other results

Model	Num of iteration	Analysis Time (hr)	(kgf/mm <sup>2</sup> )	
MCS	500	83	33.97	0.23
Kriging	15	2.5	34.01	0.12

#### 4. 결론

본 연구에서 로켓모터 케이스 재료물성치의 불확실성을 고려한 구조 신뢰성 해석기법을 제안하였다. 그 결과 0.2%오프셋을 적용하지 않은 실제 항복강도에 대하여 약 98%의 신뢰도를 가지는 것으로 나타났다. 제안된 기법은 MSC와 비교하여 해석시간의 단축이 가능하며, 그 결과 역시 MSC와 유사한 것으로 나타났다. 따라서 본 연구에서 제안한 신뢰성 해석기법에 대한 정확성과 효율성을 검증하였다.

#### 참고 문헌

1. 양영순, 서용석, 이재욱, "구조신뢰성 공학," 서울대학교 출판부
2. A.H.S. Ang and W.H. Tang, "Probability concepts in Engineering Planning and Design, Volumn I," Wiley, New York, 1984
3. Jay D. Martin and Timothy W. Simpson, "A Methodology to Manage System-level Uncertainty during Conceptual Design," Jr. of Mechanical Design, Vol. 128, pp.956-968, 2006