

Support 선택 개수에 따른 orthogonal matching pursuit의 성능 연구

*권석범 **이재석 ***심병호

고려대학교

*sbkwon@ipl.korea.ac.kr **jslee@ipl.korea.ac.kr ***bshim@korea.ac.kr

Orthogonal matching pursuit performance
for support selection length

*Kwon, Seok-Beop **Lee, Jae-Seok ***Shim, Byong-Hyo

Korea University

요약

Sparse한 신호 복원 방법으로 underdetermined system에서 l1-minimization을 이용한 compressive sensing의 연구와 함께, l1-minimization비해 간단한 greed 알고리즘도 활발히 연구되고 있다. 이에 본 논문은 greed 알고리즘의 대표적인 orthogonal matching pursuit기법에서 iteration 마다 support 선택 개수에 따른 성능을 연구한다. 모의 실험을 통해 OMP의 iteration 단계에서 하나의 support만 선택하는 것보다 다수의 support를 선택하는 것이 더 낮은 sparsity의 신호를 복원할 수 있고 더 낮은 계산량의 이득을 가져오는 것을 확인 할 수 있다.

1. 서론

최근 신호처리에서 underdetermined system에서 sparse한 신호 추정방법으로 l1-minimization을 이용한 compressive sensing (CS)을 소개[1]되고 연구되고 있다. CS와 함께 underdetermined system에서 sparse한 신호 추정방법으로 단순하면서도 좋은 성능을 보여주는 다양한 greedy 알고리즘들도 활발히 개발되고 있다[2]. Matching pursuit (MP)은 greed 알고리즘의 대표적인 알고리즘으로 orthogonal matching pursuit (OMP), CoSaMP, subspace pursuit(SP)등과 같은 알고리즘으로 개선되었다[3,4,5].

본 논문은 OMP의 iteration 단계에서 support 선택 개수에 따른 성능분석과 복잡도를 기존 OMP 방법과 함께 모의 실험을 통해 비교 및 확인해본다. 논문의 구성은 OMP에서 매 iteration시 S개의 support 선택하는 기법에 대해 간단히 정리 후, 모의 실험을 통해 성능과 복잡도를 확인한다.

2. OMP for multi selection supports

Sparse한 신호와 sensing matrix를 x, Φ 라 하면 관측치는 다음과 같다.

$$y = \Phi x \tag{1}$$

본 논문에서 실험에 사용할 알고리즘은 기존 OMP의 iteration에서 S개의 support를 선택하는 방식으로 다음의 표 1과 같다. S가 1인 경우 기존 OMP와 동일하고 (K iteration), S가 2이상일 때 최악의 경

우 K iteration이 일어난다. 하지만, S가 2이상일 때, 일반적으로 K iteration 이전에 $r_{k-1} \neq 0$ 조건에 의해 해당 알고리즘은 종료된다. S가 1인 경우와 S가 2이상경우가 동일한 성능을 보여준다면, 계산량 측면에서 S를 2이상 선택하는 것이 이득이다.

Input :	Φ, y, K
Output :	\hat{x}
Initialize	$r_0 = y$, and $T_0 = \emptyset$.
For	$1 \leq k \leq K$ and $r_{k-1} \neq 0$
	(Identify) for $i=1, 2, \dots, S$
	$t_i^k = \arg \max_{j: j \in \{A^{k-1}, t_{i-1}^k, t_{i-2}^k, \dots, t_i^k\}} \langle r^{k-1}, \phi_j \rangle $
	(Augment)
	$A^k = A^{k-1} \cup \{t_1^k, t_2^k, \dots, t_S^k\}$
	(Estimate)
	$\hat{x} = \arg \min_{x: p(x)=A^k} \ y - \Phi x \ ^2$
	(Update) $r_k = y - \Phi \hat{x}$
	$k = k + 1$
	end

표 1 Iteration에서 S개의 support를 선택하는 OMP 알고리즘

3. 모의실험 결과

기존 OMP와 support 선택에 따른 OMP의 성능비교를 위해, 크기가 256인 원신호를 크기가 80인 관측값으로 원신호를 복원하는 모의실험을 하였다. support의 포함여부, 추정된 신호의 정확도와 복잡도를 평가하기 위해 support inclusion ration (SIR), mean square error

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원(No.2010-0027541와 No.2010-0012525)과 '2단계 BK21사업'의 지원을 받아 수행된 연구임.

(MSE), iteration count (IC)를 비교하였다. SIR은 다음과 같이 정의된 값을 사용하였다.

$$SIR = \frac{\sum \mathbf{1}_{\text{supp}(\hat{\mathbf{x}}) \in \text{supp}(\mathbf{x})}}{\text{number of trials}} \quad (2)$$

$\mathbf{1}(\cdot)$ 은 인디케이터 함수이고 $\text{supp}(\cdot)$ 는 support들의 집합을 의미한다.

그림 1, 그림 2, 그림 3은 SIR, MSE, IC에 대해 5000가지의 Gaussian random 행렬을 이용한 결과 값들의 평균이고 x축은 sparsity (non-zero 개수, K)를 의미한다.

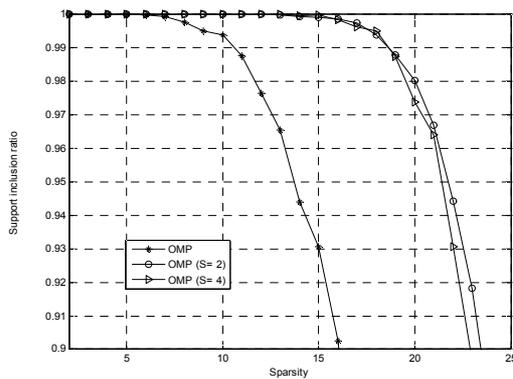


그림 1 Sparsity (K)에 따른 기존 OMP와 support 선택에 따른 OMP의 SIR 비교

그림 1에서 매 iteration 마다 support를 2, 4개 선택했을 경우가 기존 OMP보다 낮은 sparsity에서도 높은 support inclusion ratio를 보여준다. 그림 1의 SIR은 그림 2에서와 같이 MSE의 영향에 직접적인 영향을 미친다.

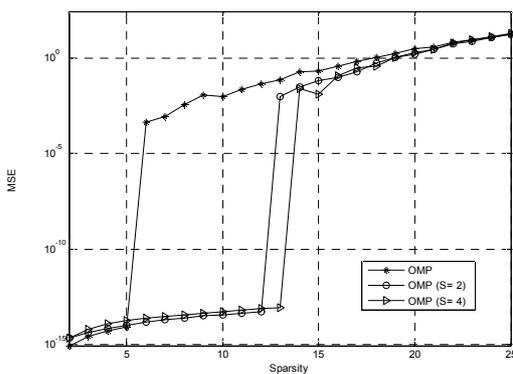


그림 2 Sparsity (K)에 따른 기존 OMP와 support 선택에 따른 OMP의 MSE 비교

그림 2는 추정된 신호와 원신호 간의 mean square error 값을 나타낸 것으로 그림 1에서 해당 support의 inclusion 유무에 따라 성능이 그대로 나타나고 있다. 모의 실험환경에서 평균적으로 OMP의 경우 sparsity가 5인 경우 까지, 매 iteration 마다 2개, 4개를 선택한 경우 sparsity가 12, 13개까지 거의 완벽하게 신호를 복원하는 결과를 보여준다.

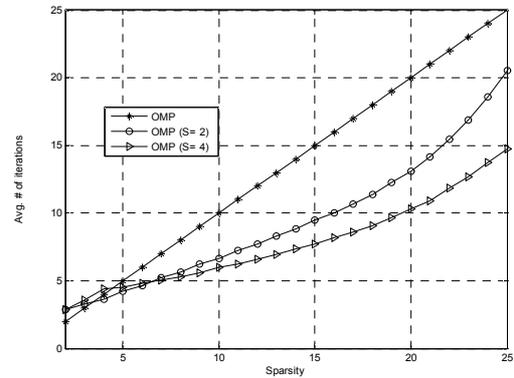


그림 3 Sparsity (K)에 따른 기존 OMP와 support 선택에 따른 OMP의 복잡도 비교

그림 3은 복잡도를 비교하기 위한 모의 실험으로 신호를 복원할 때마다 수행된 iteration의 횟수를 표현한 것이다. 기존 OMP는 non-zero의 수 만큼 iteration을 필요하지만 support를 하면 iteration 횟수가 non-zero 보다 작은 iteration 횟수가 수행된 것을 알 수 있다. 특히 매 iteration마다 4개의 support를 선택할 경우, 총 iteration수는 기존 OMP의 1/2수준으로 떨어짐을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문은 OMP에서 iteration마다 support를 2개 이상 선택하였을 경우에 대해 실험적인 방법으로 추정성능과 복잡도를 분석해보았다. 분석 결과 매 iteration마다 하나의 support를 선택하는 기존의 OMP보다 2개 이상의 support를 선택하는 것이 계산량도 약 1/2수준으로 떨어짐을 확인할 수 있었고, 오히려 기존 덜 sparse한 신호도 복원할 수 있다.

참고문헌

- [1] Candes, E.J. and Wakin, M.B., "An Introduction To Compressive Sampling" *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 25, no. 2, pp. 21 - 30, 2008.
- [2] Tropp, J.A., "Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation" *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 50, no. 10, pp. 2231 - 2242, 2004.
- [3] Tropp, J.A. and Gilbert, A.C., "Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655 - 4666, 2007.
- [4] Needell, D. and Tropp, J.A., "CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples" *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 26, no. 3, pp 301-321, 2009
- [5] Dai, W. and Milenkovic, O., "Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction" *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 55, no. 5, pp 2230-2249, 2009