

# 골조직과 물이 망상골의 유효탄성계수에 미치는 영향

## The effect of bone matrix and fluid to elastic moduli of cancellous bone

\*윤원석<sup>1</sup>, #윤영훈<sup>1</sup>

\*W. S. Yoon<sup>1</sup>, #Y. J. Yoon (yyoon@hanyang.ac.kr)<sup>1</sup>

<sup>1</sup>한양대학교 기계공학부

Key words : Cortical Bone, Effective Elastic Moduli, Volume Fraction, bone matrix, water

### 1. 서론

뼈는 신체를 지탱하는 기둥의 역할을 한다. 하지만 뼈는 단순히 신체만을 지탱하는 역할만을 하는 것이 아니라 신체의 중요한 기관을 보호하는 기능을 한다. 그런 기능을 수행하기 위해 뼈들의 겉부분은 매우 조밀하고 단단한 해야 하므로 대부분의 뼈 외부는 치밀골(cortical bone)로 이루어져 있다. 치밀골의 내부를 보면 장골의 양끝단에는 망상골(cancellous bone)이라고 하는 골조직으로 구성되어 있다.

망상골은 단순히 단백질과 미네랄로 구성되어 있지 않고, 간질액이라고 하는 유체로 둘러싸여 있다. 다시 말해서 단백질과 미네랄이 골조직을 형성하고 그 골조직 안과 주위에는 물성분이 존재한다는 것이다. 많은 연구들이 망상골의 물성치를 예측하였고 최근에는 다공탄성이론의 사용으로 이방성 물성치의 예측이 가능하여졌다.

이 논문에서는 다공탄성이론을 대신하여 복합재료역학의 Voigt and Reuss bounds를 사용하여 망상골의 탄성계수를 예측하고자 한다.

### 2. 복합재료의 유효탄성계수

골조직은 이방성 물성치를 갖으며<sup>1</sup> 망상골 내의 골조직을 제외한 빈공간은 물과 같은 유체성분으로 채워져 있다. 우리는 물이 비압축성에 가까운 등방성 탄성물질로 간주하여서 이론적 접근을 시도하였다. 망상골 내 골조직의 방향은 외부의 힘의 방향을 따른다고 알려져 있으나 골조직의 방향이 정확하게 일렬로 정렬되는 것은 아니다. 따라서 우리는 Voigt and Reuss bounds를 사용하여 그 탄성치를 예측하고자 한다.

Chou등<sup>2</sup>은 합판 구조를 띠고 있는 이방성 물성

치를 가진 물질들의 결합시 발생하는 유효탄성계수(effective elastic moduli)를 다음과 같이 예측하였다.

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n V^k \left[ C_{ij}^k - \frac{C_{i3}^k C_{3j}^k}{C_{33}^k} + \frac{C_{i3}^k \sum_{\Omega=1}^n \frac{V^{\Omega} C_{3j}^{\Omega}}{C_{33}^{\Omega}}}{C_{33}^k \sum_{\Omega=1}^n \frac{V^{\Omega}}{C_{33}^{\Omega}}} \right] \quad (1)$$

식 (1)에서 i, j는 1, 2, 3 그리고 6인 경우에 해당되며, V는 복합재료를 구성하는 각 재료의 부피분율(volume fraction)이다.

$$C_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{V^k}{\Delta_k} C_{ij}^k}{\sum_{k=1}^n \sum_{\Omega=1}^n \frac{V^k V^{\Omega}}{\Delta_k \Delta_{\Omega}} (C_{44}^{\Omega} C_{55}^{\Omega} - C_{45}^{\Omega} C_{54}^{\Omega})} \quad (2)$$

$$\Delta_k = \begin{vmatrix} C_{44}^k & C_{45}^k \\ C_{54}^k & C_{55}^k \end{vmatrix} \quad (3)$$

식(2)는 i, j가 4, 5인 경우에 유효탄성계수의 요소를 구하는 관계식이고 식(3)은 식(2) 내의 기호의 내용을 의미한다. i가 1, 2, 3 그리고 6이고 j가 4, 5이면  $C_{ji} = 0$  인 관계를 갖는다.

### 3. 유효탄성계수의 경계값

Tensor transformation law를 이용하여 위의 합판 구조 형태에서 예측되는 유효탄성계수를 Voigt bound와 Reuss bound로 나누어서 생각할 수 있다.

### 4. 결론

Table 1에 기술된 골조직의 물성치를 이용하여서 망상골 내 물의 양을 변화하여 유효탄성계수가 어떻게 변화하는지를 살펴보았다 (Fig.1, Fig.2 그리고 Fig.3)

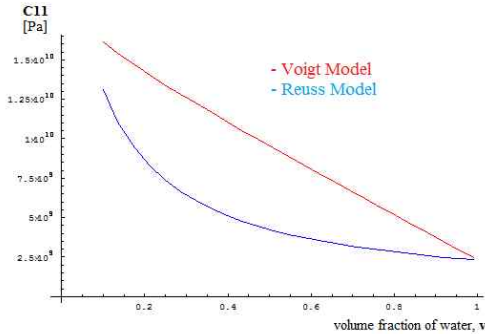


Fig. 1 The component  $C_{11}$  of the effective elastic tensor about Voigt and Reuss model

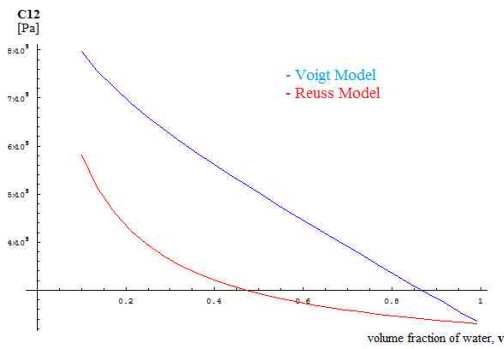


Fig. 2 The component  $C_{12}$  of the effective elastic tensor about Voigt and Reuss model

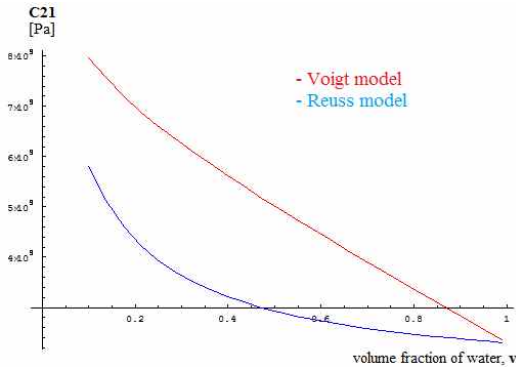


Fig. 3 The component  $C_{21}$  of the effective elastic tensor about Voigt and Reuss model

Table 1 The mean effective transversely isotropic elastic constants data of Ashman et al. (1984)

	$E_1$ (Gpa)	$E_2$ (Gpa)	$E_3$ (Gpa)	$G_{12}$ (Gpa)	$G_{23}$ (Gpa)	$G_{13}$ (Gpa)
Ashman et al.	12.68	12.68	20.001	4.535	5.912	5.912
	$\nu_{12}$	$\nu_{13}$	$\nu_{23}$	$\nu_{21}$	$\nu_{31}$	$\nu_{32}$
	0.398	0.229	0.229	0.398	0.36	0.36

이 결과치는 향후 초음파로 예측되는 망상골의 물성치를 Voigt and Reuss bounds로 간결화하려고 한다.

### 후기

본 연구는 한국연구재단 연구비 (2010-0023070)의 지원에 의해서 이루어졌습니다.

### 참고문헌

1. Yoon, Y.J., Cowin, S.C, "An estimate of anisotropic poroelastic constants of an osteon," Biomechan Model Mechanobiol, 7, 13-26, 2008
2. Chou, P.C., Carleone J., Hsu, C.M., "Elastic constants of layered media," Journal of Composite Material, 6, 80-93, 1972
3. J. Lawrence Katz, "Hard tissue as a composite material--I. Bounds on the elastic behavior," Journal of Biomechanics, 4, 455-473, 1971.
4. Ashman, R.B., Cowin, S.C., Van Buskirk, W.C. and Rice, J.C. , "A continuous wave technique for the measurement of the elastic properties of cortical bone," Journal of Biomechanics, 17, 349-361, 1984.