

Lagrangian을 이용한 공작기계의 정동적 특성 평가에 관한 연구

A Study on Static and Dynamic Evaluation of Machine Tools Design by Lagrangian

*신성범¹, 김성운¹, 전강민¹, 김범민², 최철선², 김현철³, 양민양¹

*S. B. Shin¹, S. U. Kim¹, K. M. Jeon¹, B. M. Kim², W. S. Choi²,

H. C. Kim³, #M. Y. Yang(myayang@kaist.ac.kr)¹

¹한국과학기술원 기계공학과, ²두산인프라코어 공기자동화 BG 선행개발 1팀,

³인제대학교 기계자동차공학부

Key words : lagrangian, static and dynamic evaluation, layout design

1. 서론

산업의 급진적 발달로 인해 생산 제품의 수명이 단축되었고 그에 따라서 이를 제조하는 공작기계의 수명 또한 짧아지게 되었다. 이는 공작기계 제품 개발 기간의 단축을 요하는 것으로써, 기존 FEM을 활용한 설계 방법에서는 한계가 있다. 따라서 본 연구에서는 공작기계의 layout 설계 단계에서 여러 설계변수들의 변화에 따른 공작기계의 성능변화를 짧은 시간에 설계자에게 제시해 줄 수 있는 lagrangian을 이용한 수학적 모델을 구축하여 해석해보고 이를 평가·검증 하였다.

2. Machining center의 수학적 모델링

각 머시닝 센터의 수학적 모델을 확립하기 위하여 Fig.1 과 같이 문형 타입의 3-D lumped model을 구성하였으며, 각 component들은 layout 설계인 점을 감안하여 박스형으로 모델링 하였으며 내부변형이 없는 강체로 가정하였다. 그리고 각 component는 가이드 시스템 및 볼트로 연결되어 있는데 이를 스프링-댐퍼 시스템으로 모델링 하였다.

각 component들의 운동을 모델링하기 위해서 사용된 지배방정식은 다음과 같은 Lagrange's equation을 이용하였으며 Fig.1 에서와 같이 5개의 component(베드, 테이블, X, Y, Z축 이송계)마다 6개의 자유도를 가지게 되어 총 30자유도의 수학적 모델을 구성하였다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i$$

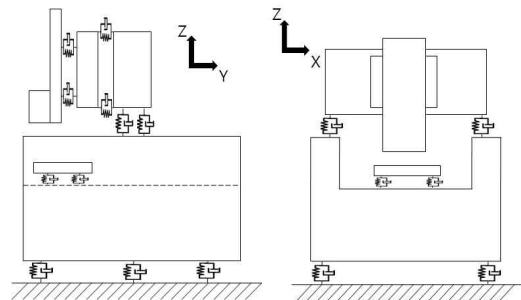


Fig. 1 Lumped model of machining center

이를 각 자유도에 따라 수식을 모두 전개하면 다음과 같은 30×30의 Matrix형의 상미분 방정식을 구할 수 있으며 이를 이용하여 각 이송계 및 테이블과 베드의 운동을 계산할 수 있다.

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = \{F\}$$

3. 계산결과 및 결과검증

앞서 계산된 수학적 모델을 바탕으로 상용 해석 소프트웨어를 통해 3-D lagrangian 모델의 정·동 특성을 파악해 보았으며 모델의 신뢰성 검증을 위해 FEM 구조해석과 그 결과를 비교하였다. 우선 정적 특성에서는 자중에 의한 정적 처짐을 구하고, Loop 강성은 X, Y, Z 축 방향 별로 구해 보았다. 그리고 동적 특성에서는 행렬반복법을 이용하여 고유진동수와 고유모드를 구하였다.

Fig. 2에서 3-D lagrangian 모델의 신뢰성 평가를 위한 FEM element 모델과 정적 처짐에 의한 변형정도를 나타내고 있다.

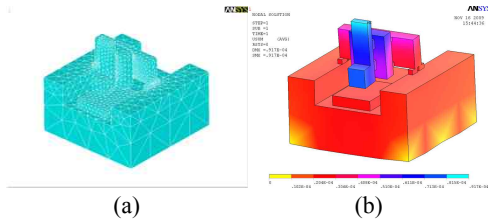


Fig. 2 (a) FEM meshed model,
(b) Static deformed FEM model

Table 1 Comparison static deformation of Tool center point between 3-D Lagrangian model and FEM model

Tool center point	Lagrangian model	FEM model
Deformation(μm)	66.22	73.2

Table 2 Comparison loop stiffness between 3-D Lagrangian model and FEM model

Model	X-dir.(N/μm)	Y-dir.(N/μm)	Z-dir.(N/μm)
Lagrangian	209.96	431.31	154.6
FEM	176.7	373.1	84.7

Table 1에서 확인할 수 있듯이 정적 처짐의 경우 lagrangian 모델과 FEM 모델은 약 10%의 오차가 발생 하였으며 이는 FEM의 경우 각 component가 유연체로 정의되어, 내부 변형이 존재하기 때문에 강체로 가정한 lagrangian 모델의 경우보다 큰 변형이 발생하였다. loop 강성의 경우 lagrangian 모델에 비하여 FEM 모델의 공구선단의 변위가 크게 나왔으며, loop 강성의 오차는 15~20% 정도 발생하였다 (Table 2). 다음으로 Table 3에서 lagrangian 모델과 FEM 모델의 고유진동수 및 고유모드를 비교해보면 첫 번째 고유진동수를 제외한 나머지 고유진동수는 결과가 일치하지 않는 것으로 보인다. 하지만 lagrangian 모델의 각 자유도의 변형량을 비교하였을 때 두 번째 모드와 첫 번째 모드의 차이가 거의 없어 강체 모드로 간주할 수 있겠다. 또한 세 번째 모드의 경우 그 형태가 FEM 모델의 2nd 모드와 유사한 것을 확인할 수 있다. 마지막으로 네 번째 모드는 Y축 변위와 X축 회전 변위가 크며 방향이 첫 번째 모드와 반대인 것으로 보아 FEM 모델의 3rd 모델과 일치하는 것을 알 수 있다(Fig. 3).

이와 같이 layout 설계 단계에서 mesh기반의 FEM 구조해석에 비해 lagrangian을 이용한 해석법은 설계변수 변화에 따른 설계검증에 소요되는 시간을 줄임으로써 공작기계의 제품개발 시간을 단축하는데 기여할 것이라고 판단된다.

Table 3 Comparison natural frequency between 3-D Lagrangian model and FEM model

Model	1st	2nd	3rd	4th
Lagrangian	53.5Hz	58.9Hz	95.1Hz	95.2Hz
FEM	55.9Hz	94.9Hz	95.8Hz	115.07Hz

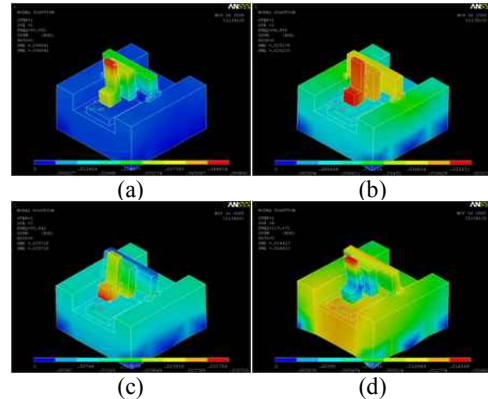


Fig. 3 Mode shape of FEM model, (a) 1st mode, (b) 2nd mode, (c) 3rd mode, (d) 4th mode

4. 결론

본 연구에서는 lagrangian을 이용하여 공작기계의 설계 단계에서 정·동 특성을 평가할 수 있는 수학적 모델을 개발하였다. 또한 FEM 구조해석과 결과를 비교하여 신뢰성을 검토해 보았다. 정적 처짐의 경우 약 10%, loop 강성의 경우 약 15% 정도로 이는 모델링 시 강체와 유연체의 차이에 의한 오차라고 판단된다. 또한 고유진동수 역시 강체 모드를 제외하면 FEM 모델과 유사한 것을 확인하였다.

후기

본 연구는 IT부품 가공용 고유연성 머시닝 센터 기술 개발 사업의 일환으로 (주)두산 인프라이코어의 연구비 지원에 의하여 수행한 위탁 연구결과의 일부입니다.

참고문헌

1. A.S. Yigit and A.G. Ulsoy, "Dynamic stiffness evaluation for reconfigurable machine tools including weakly non-linear joint characteristics", Proceedings of IMechE, Vol. 216, No. 1, pp. 87-101, 2002