

외부 실린더형 연삭 공정의 안정성 해석 A Stability Analysis of the Surface Grinding Process

*정지현¹, 김필기¹, 이수영¹, #석종원²

*Jeehyun Jung¹, Pilkee Kim¹, Suyoung Lee¹, #Jongwon Seok(seokj@cau.ac.kr)²

¹중앙대학교 기계공학부 대학원, ²중앙대학교 기계공학부

Key words : Linear stability, Grinding, Dual regenerative effect

1. 서론

연삭 가공에서 발생하는 채터진동(Chatter vibration)은 공작물의 표면품질 저하시키고 공작기계의 수명을 단축시키는 등의 문제를 야기한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 이들 시스템의 안정성에 대한 여러 연구들이 수행되어 왔다.[1-2] 일반적으로 연삭 공정의 수학적 모델은 delay differential equation(DDE)로 나타나게 된다. 이러한 DDE는 quasi-polynomial 형태의 특성방정식을 가지며, 이의 고유치 해석은 일반적인 경우에 비해 다소 복잡하다 [3]. 본 연구에서는, 연삭 공정에서 발생하는 채터 현상을 고찰하기 위하여, 비선형 연삭 시스템에 대한 안정성해석이 수행되었다.

2. Grinding system 의 delay differential equation

그림 1 과 같이, 연삭 스톨 및 공작물을 각각 1 자유도 진동계로 고려하면서, 비선형 연삭 시스템의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{x} + 2\zeta_1\omega_{n1}\dot{x} + \omega_{n1}^2(x + \beta_2x^2 + \beta_3x^3) = -F_N / m_1, \quad (1a)$$

$$\ddot{y} + 2\zeta_2\omega_{n2}\dot{y} + \omega_{n2}^2y = F_N / m_2, \quad (1b)$$

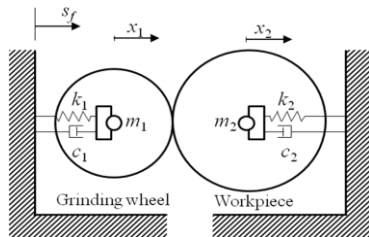


Fig. 1 Cylindrical transverse grinding system model

여기서 ζ_1, ζ_2 는 x_1, x_2 방향의 감쇠비이고, m_1, m_2 와 ω_{n1}, ω_{n2} 는 연삭 스톨과 공작물의 질량과 고유진동수이다. F_N 은 절삭력을 의미하고, 이 절삭력은 다음과 같다.[4]

$$F_N = \hat{k}s_1^\gamma (v_2/v_1)^{2\epsilon-1} \delta_x^\epsilon R_2^{1-\epsilon}. \quad (2)$$

이 식에서 $\hat{k} = 2^{1-\epsilon}K$ 이고, K 는 proportionality factor (N/mm), s_1 은 cutting edge density (mm⁻¹), v_1, v_2 는 각각 연삭 스톨과 공작물의 속도 (mm/s), δ_x 는 inter-penetration, R_2 는 공작물의 반경 (mm)을 의미한다. 그리고 γ 와 ϵ 은 exponential parameter 들이다. Inter-penetration 은 static 성분과 dynamic 성분으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.[2]

$$\delta_x = \delta_{xs} + \delta_{xd}, \quad (3)$$

여기에서, δ_{xs} 와 δ_{xd} 는 static contact force 인 F_{NS} 를 이용해 다음과 같이 표현할 수 있다.[2]

$$\delta_{xs} = \left(\frac{F_{NS} R_2^{\epsilon-1} (v_2/v_1)^{1-2\epsilon}}{\hat{k}s_1^\gamma} \right)^{\frac{1}{\epsilon}}, \quad (4)$$

$$\delta_{xd} = (x_1(t) - x_1(t - \tau_1)) - \alpha(x_2(t) - \alpha x_2(t - \tau_2)), \quad (5)$$

식 (5) 의 α 는 overlapping factor 이다. 이들을 포함한 식 (1)을 무차원 변수들을 정의하여 무차원화 하게 되면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{\tilde{x}} + 2\zeta_1\tilde{x} + (\tilde{x} + \tilde{\beta}_2\tilde{x}^2 + \tilde{\beta}_3\tilde{x}^3) = -\tilde{k}_N(\tilde{\delta}_{xs} + \tilde{\delta}_{xd})^\epsilon, \quad (6a)$$

$$\ddot{\tilde{y}} + 2\zeta_2\rho\tilde{y} + \rho^2\tilde{y} = (\rho^2 / \kappa)\tilde{k}_N(\tilde{\delta}_{xs} + \tilde{\delta}_{xd})^\epsilon, \quad (6b)$$

$$\tilde{k}_N = \frac{\hat{k}s_1^\gamma}{m_1\omega_{n1}^2} \left(\frac{\tilde{R}_2\tilde{\omega}_2}{\tilde{\omega}_1} \right)^{2\epsilon-1} \left(\frac{\tilde{R}_2}{1+\tilde{R}_2} \right)^{1-\epsilon}, \quad (6c)$$

여기서 $\rho = \omega_{n2}/\omega_{n1}, \kappa = k_2/k_1$ 이다.

식 (6)의 비선형 강제항을 정역학적 평형 위치($\tilde{x}_e = \tilde{\delta}_{xs}p, \tilde{y}_e = \tilde{\delta}_{xs}q$)에 대하여 전개하고 고차항을 무시하면서, 연삭 시스템의 선형화된

운동방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\ddot{x} + 2\zeta_1 \dot{x} + \hat{\beta}_{1x} \dot{x} + \hat{F} \hat{\delta}_y = 0, \quad (7a)$$

$$\ddot{y} + 2\zeta_2 \rho \dot{y} + \rho^2 \hat{y} - (\rho^2 / \kappa) \hat{F} \hat{\delta}_y = 0, \quad (7b)$$

$$\hat{F} = \tilde{k}_N \tilde{\delta}_{xs}^{\varepsilon-1} \varepsilon r^{\varepsilon-1}, \quad (7c)$$

$$\hat{x} = \frac{\tilde{x}}{\tilde{\delta}_{xs}} - p, \hat{y} = \frac{\tilde{y}}{\tilde{\delta}_{xs}} - q, \quad (7d)$$

여기서 $r=1-(1-a)q$ 이다. State-space analysis 를 통하여, 식 (7)의 운동방정식은 다음과 같이 matrix form 으로 정리될 수 있다.

$$\dot{\hat{z}} = \mathbf{A}_0 \hat{z}(\tilde{t}) + \mathbf{A}_1 \hat{z}(\tilde{t} - \tilde{\tau}_1) + \mathbf{A}_2 \hat{z}(\tilde{t} - \tilde{\tau}_2), \quad (8)$$

여기에서, $\hat{z} = [\hat{x}, \hat{y}, \dot{\hat{x}}, \dot{\hat{y}}]^T$.

3. Linear stability analysis

연삭 공구의 안정성은 앞서 정리된 선형 운동방정식 (8)의 고유치 해석을 통하여 구하여질 수 있다. 식 (8)에 주어진 DDE 의 characteristic equation 은 다음과 같은 형태로 나타난다.[3]

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_0 - \mathbf{A}_1 e^{-\tilde{\tau}_1 \lambda} - \mathbf{A}_2 e^{-\tilde{\tau}_2 \lambda}| = 0 \quad (9)$$

식 (9)로부터 구하여진 모든 고유치 (λ)의 실수부가 음수일 때 연삭 시스템은 안정하며, 반대로 양수의 실수부를 갖는 고유치가 존재할 때 연삭 시스템은 불안정하다. 시스템의 안정성 한계는 고유치의 실수부가 0 인 조건을 적용함으로써 구할 수 있다.

그림 2 와 3 은 DDE 시스템에 대한 안정성 해석 결과를 $(\tilde{\omega}_1, \tilde{s}_f)$ 공간에 나타낸 것이다.

이 그림에서, 심볼 o 로 채워진 영역은 안정 영역을 의미하며, 이외의 빈 영역은 불안정 영역을 의미한다.

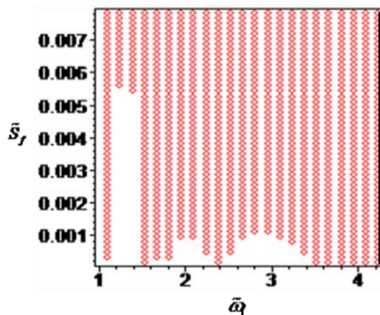


Fig. 2 Linear stability for DDE ($\tilde{\omega}_2 = 150\pi, \varepsilon = 0.8$)

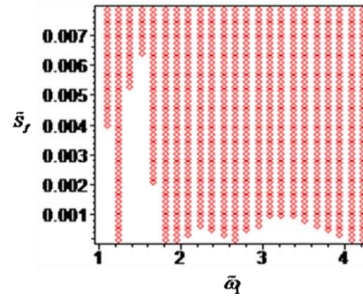


Fig. 3 Linear stability for DDE ($\tilde{\omega}_2 = 170\pi, \varepsilon = 0.8$)

공작물의 회전속도 $\tilde{\omega}_2$ 를 증가시켰을 때, 안정 영역이 증가하며, 전체적으로 오른쪽으로 이동하는 현상을 볼 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 연삭 공정에서 발생하는 chatter 진동에 대한 안정성 해석을 수행하였다. 두 개의 시간지연을 갖는 DDE 를 무차원화하여 선형화 시킨 뒤, 고유치 해석을 통해 안정성 한계를 구했다. 이를 통해 Initial feed 를 증가시키에 따라 시스템이 안정해 지는 것과, 공작물의 회전속도를 증가시키에 따라 전체적인 경계면이 이동하는 것을 확인하였다.

후기

이 논문은 2010 년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임.(No. 2010-0028116)

참고문헌

1. Tobias, S.A., "Machine Tool Vibration", Blackie, London, 1965
2. Chung, K. W., Liu, Z., "Nonlinear analysis of chatter vibration in a cylindrical transverse grinding process with two time delays using a nonlinear time transformation method," Non-linear Dyn., Article in press, DOI : 10.1007/s11071-010-9924-y
3. Michiels, W. and Niculescu, S.-I., "Stability and stabilization of time-delay systems: An eigenvalue-based approach", SIAM, Philadelphia, 2007.
4. Werner, G., "Influence of work material on grinding forces," CIRP Ann. 27(1), 243-248, 1978