2자유도를 가진 병렬 매니퓰레이터의 모델링

Modelling of a 2-DOF Parallel Manipulator

*이종규[1], #양승한[1,2], 이상룡[2], 이춘영[2]
*J. G. Lee[1], #S. H. Yang(syang@knu.ac.kr)[1,2], S. R. Lee[2], C. Y. Lee[2]
[1]경북대학교 기계연구소, [2]경북대학교 기계공학부

Key words : Modelling, Parallel Manipulator

병렬 매니퓰레이터의 기구해석

2개의 병렬 안내 레일을 따라 운동하는 2-자유도 로봇의 기하학적 모델이 Fig.1에서 보여준다.

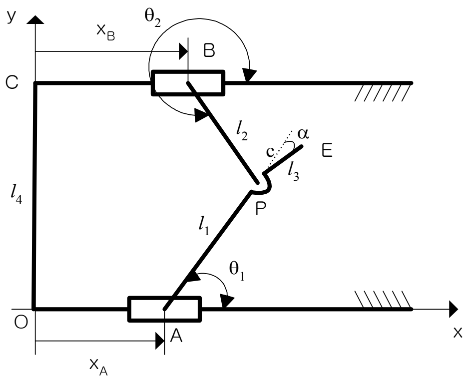

Fig. 1 Kinematic model of 2-DOF parallel manipulator

로봇선단(end effector)를 나타내는 점 E (x_E, y_E)의 좌표는 다음 식을 이용하여 구할 수 있다.

$$x_E = x_A + l_1\cos\theta_1 + l_3\cos(\theta_1-\alpha) \tag{1}$$

$$y_E = l_1\sin\theta_1 + l_3\sin(\theta_1-\alpha) \tag{2}$$

또한, 점 P의 위치벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BP} \tag{3}$$

식 (3)로부터 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$x_A + l_1\cos\theta_1 = x_B + l_2\cos\theta_2 \tag{4}$$

$$l_1\sin\theta_1 = l_4 + l_2\sin\theta_2 \tag{5}$$

식 (4), (5)로부터 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$F\sin\theta_1 + G\cos\theta_1 + H = 0 \tag{6}$$

여기서,

$$F = 2l_1l_4$$
$$G = 2l_1(x_B - x_A)$$
$$H = l_2^2 - l_1^2 - l_4^2 - (x_B - x_A)^2$$

식 (6)로부터 다음과 같이 식을 구할 수 있다.

$$\theta_1 = 2\arctan\left(\frac{F \pm \sqrt{F^2+G^2-H^2}}{G-H}\right) \tag{7}$$

식 (7)에서 $F^2+G^2-H^2 \geq 0$ 을 만족해야 하므로 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$(x_B - x_A)^2 + l_4^2 \leq (l_1+l_2)^2 \tag{8}$$

식 (1), (2), (7)로부터 x_A, x_B 의 값이 주어지면 로봇 선단의 위치를 알 수가 있다.

역기구학은 점 E의 위치가 알려질 때 변위 x_A, x_B 을 구하는 것으로 우선 식 (2)으로부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$\theta_1 = \arcsin\left(\frac{y_E}{S}\right) - \gamma \tag{9}$$

여기서

$$\sin\gamma = \frac{l_3}{S}$$
$$\cos\gamma = \frac{l_1 + l_3\cos\alpha}{S}$$
$$S = \sqrt{l_1^2 + l_3^2 + 2l_1 l_3 \cos\alpha}$$

식 (5), (9)로부터 다음과 같이 식을 구할 수 있다.

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{l_1\sin\theta_1 - l_4}{l_2}\right) \tag{10}$$

식 (6)에서 $-1 \le \frac{l_1\sin\theta_1 - l_4}{l_2} \le 1$ 을 만족해야 하므로 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$\frac{l_4 - l_2}{l_1} \le \sin\theta_1 \le \frac{l_4 + l_2}{l_1} \tag{11}$$

변위 x_A, x_B 는 식 (1), (4), (9), (10)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$x_A = x_E - l_1\cos\theta_1 - l_3\cos(\theta_1 - \alpha) \tag{12}$$
$$x_B = x_A + l_1\cos\theta_1 - l_2\cos\theta_2 \tag{13}$$

식 (6), (9), (12), (13)로부터 역기구학의 속도 및 가속도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{x}_A = \dot{x}_E + \{l_1\sin\theta_1 + l_3\sin(\theta_1 - \alpha)\}\dot{\theta}_1 \tag{14}$$

$$\dot{x}_B = \dot{x}_A - l_1\dot{\theta}_1\sin\theta_1 + l_2\dot{\theta}_2\sin\theta_2 \tag{15}$$

$$\ddot{x}_A = \ddot{x}_E + \{l_1\cos\theta_1 + l_3\cos(\theta_1 - \alpha)\}\dot{\theta}_1^2 + \{l_1\sin\theta_1 + l_3\sin(\theta_1 - \alpha)\}\ddot{\theta}_1 \tag{16}$$
$$\ddot{x}_B = \ddot{x}_A - l_1\left(\dot{\theta}_1^2\cos\theta_1 + \ddot{\theta}_1\sin\theta_1\right) + l_2\left(\dot{\theta}_2^2\cos\theta_2 + \ddot{\theta}_2\sin\theta_2\right) \tag{17}$$

여기서

$$\dot{\theta}_1 = \frac{\dot{y}_E}{S\sqrt{1 - \left(\frac{y_E}{S}\right)^2}}$$

$$\dot{\theta}_2 = \frac{l_1\dot{\theta}_1\cos\theta_1}{l_2\sqrt{1 - \left(\frac{l_1\sin\theta_1 - l_4}{l_2}\right)^2}}$$

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{\ddot{y}_E}{S\sqrt{1 - \left(\frac{y_E}{S}\right)^2}} - \frac{y_E\dot{y}_E^2}{S^3\sqrt{1 - \left(\frac{y_E}{S}\right)^2}}$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{l_1\dot{\theta}_1\cos\theta_1\left(\ddot{\theta}_1\cos\theta_1 - \dot{\theta}_1^2\sin\theta_1\right)}{l_2\sqrt{1 - \left(\frac{l_1\sin\theta_1 - l_4}{l_2}\right)^2}} - \frac{(l_1\sin\theta_1 - l_4)}{l_2\sqrt{1 - \left(\frac{l_1\sin\theta_1 - l_4}{l_2}\right)^2}}\left(\frac{l_1\dot{\theta}_1\cos\theta_1}{l_2}\right)^2$$

후기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 대학중점연구소 지원 사업으로 수행된 연구임(2010-0020089)

참고문헌

1. Yandong, Y. and Yuhu, Y., "Optimal Design of a 2-DOF Plannar Parallel Manipulator," IEEE Con. on MACE, 2259-2264, 2010.
2. Huiping, S., Changyu, X., Lei, D., Jiaming, D., Shanshu, L., Ju, L. and Yixing, J., "Kinematics for a 2-DOF Parallel Manipulator," IEEE Con. on CAIDCD, 1351-1356, 2010.