

## 건축물 화재성상 시뮬레이션을 위한 연소확대 모델 개발 및 적용사례(II)

- 불티에 기인한 연소확대모델 -

김동은, 홍해리, 강승구, 서윤정, 大槻真人\*, 권영진\*\*

호서대학교 소방방재학과, CAE Solution\*

호서대학교 소방방재학과 교수\*\*

### Application and development of Combustion Model for Fire Simulation in Building(III)

Kim Dong Eun, Hong Hae Ri, Kang Seung Goo, Seo Yoon Jeong, Young Jin Kwon

Dept. Fire & Disaster Prevention of Hoseo Univ.

CAE Solution\*

Professor/Ph.D, Dep. Fire & Disaster Prevention, Hoseo Univ.\*\*

#### 요 약

최근 산불과 같은 불티로 인한 2차화재의 발생 비율이 높아지고 있는 추세이다. 그러나 이를 불티로 인한 화재 성상을 CFD로 해석하기 위해서는 불티에 가해지는 유체력을 평가하여야 연소모델을 적용할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 기존 풍속에 의한 불티 확산실험의 결과를 토대로 FDS에 적용할 수 있는 연소모델을 구축하고 위하여 수리 모델 및 수치해법에 대해 정리하고 이를 FDS 연소모델에 적용을 실시하였다.

#### 1. 서론

전보에 이어 건축물 화재성상 시뮬레이션을 위한 연소 확대모델 개발 중 바람의 영향에 따른 불티의 도약연소를 들 수 있다. 화재가 발생하여 건물 전체에 화염이 확대되었을 경우, 대량의 불티가 발생하여 수km까지 이동해 2차 화재를 발생시킨다. 이에 불티의 비산에 대해 CFD를 이용하여 연구를 실시하고 있으나 불티의 비산 범위는 몇 백 미터에 걸치며 그에 비해 불티의 크기는 수십 cm이기 때문에 불티 주변과 비산 범위 전체에서의 기류를 파악하여 불티의 움직임을 추적하는 것은 어렵다. 하지만 불티에 가해지는 유체력을 평가할 수 있다면 기류에 의한 불티의 운동을 해결하여 비산 상황을 분석하는 것이 가능해진다. 따라서 본 연구에서는 2009년 일본 건축연구소에서 풍속에 의한 불티의 비산거리에 관한 실험결과를 토대로 FDS에서의 불티모델화를 위해 수치 및 수리적으로 분석하여 불티 비산 모델을 구축하고자 하였다.

#### 2. 수리모델

##### 2.1 불티의 운동방정식

불티의 운동방정식은 표 1과 같이 세 가지의 방정식을 기본으로 식 이용하여 값을 얻거

나 불티와 관련된 값을 대입함으로써 최종적인 불티 운동 방정식을 얻을 수 있다.

표 1 불티 운동방정식

구분	병진운동	회전운동	4원수
기본식	$\frac{d}{dt}(m_p u_p) = m_p \frac{du_p}{dt} + u_p \frac{dm_p}{dt}$ $= F_{dr} + F_g + F_I$ $\frac{d\dot{r}_p}{dt} = u_p$ <p><math>m_p</math> = 불티의 질량, <math>u_p</math> = 속도</p>	$\frac{d}{dt} I_1 \Omega_1 + (I_3 - I_2) \Omega_2 \Omega_3 = K_1$ $\frac{d}{dt} I_2 \Omega_2 + (I_1 - I_3) \Omega_3 \Omega_1 = K_2$ $\frac{d}{dt} I_3 \Omega_3 + (I_1 - I_2) \Omega_1 \Omega_2 = K_3$ <p>I = 주관성모멘트, <math>\Omega</math> = 각속도 벡터, K = 장체에 첨가되는 회전력</p>	$q_0 = \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi + \psi}{2}$ $q_1 = \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi - \psi}{2}$ $q_2 = \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi - \psi}{2}$ $q_3 = \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi + \psi}{2}$ <p>Euler각</p>
대입	$F_g = \rho_f g = \rho_f \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -9.8 \end{bmatrix}$ <p><math>F_{dr}</math> = 유체의 항력, <math>F_g</math> = 중력, <math>F_I</math> = 양력</p>	$\theta$ 가 $\pi$ 의 정수배 때 $\sin\theta = 0$	$A(q) = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & 2(q_0 q_3 - q_1 q_2) \\ 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) \\ 2(q_0 q_3 + q_1 q_2) & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}$
최종식	-	$\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{\sin\theta} (\Omega_1 \sin\phi + \Omega_2 \cos\phi)$ $\frac{d\theta}{dt} = \Omega_1 \cos\phi - \Omega_2 \sin\phi$ $\frac{d\psi}{dt} = \Omega_3 - \frac{\cos\theta}{\sin\theta} (\Omega_1 \sin\phi + \Omega_2 \cos\phi)$	$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_0 - q_1 - q_2 - q_3 \\ q_1 & q_0 - q_3 & q_2 \\ q_2 & q_3 & q_0 - q_1 \\ q_3 - q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix}$

회전운동 방정식의 경우 세 방향의 관성 주축을 좌표축이 이루는 대각행렬의 대각 성분을 주관성 모멘트라고 한다. 불티의 주관성 모멘트는 연소 상태에 따라 변동하지만, 그 시간적 경과를 실험적으로 알려져 있는 것으로 가정한다. 각속도와 오일러-각의 관계식을 오일러-각에 관련해 풀어 보면, 각도의 미분을 각속도의 일차 결합으로서 나타낼 수 없게 되어 표1과 같은 식이 된다. 오일러-각의 정의는 다른 각에서 정의할 수도 있지만 자유로운 회전운동을 취급하는 경우에는 각도에 의한 방법은 부적절하다는 것이 일반적으로 알려져 있어 일반적인 회전을 나타내는 방법으로서 4원수(Quaternion)로 불리는 네 개의 파라미터를 사용하는 것이 넓게 행해지고 있다.

## 2.2 물체에 첨가되는 힘과 모멘트

물체에 첨가되는 힘으로서 중력과 유체력이 있으며, 유체력의 경우 항력, 양력, 횡력으로 나누어 생각할 수 있다. 유체 항력은 통상 운동 에너지에 비례하여 식은 표 2와 같으며  $u_r = u - u_p$ 는 불티의 속도에 대한 유체 속도 u의 상대속도이다.  $C_d$ 는 항력 계수로, 일반적으로 레이놀드 수  $Re_p$ 의 함수로서 기술되며 레이놀드 수는  $Re_p = \frac{\rho |u_r| L}{\mu}$ 이며, 불티 입자가 구형인 경우 유체 항력은  $C_d = \begin{cases} 24(1 + 0.1 Re_p^{0.687}) / Re_p & \text{for } Re_p \leq 10^3 \\ 0.44 & \text{for } Re_p > 10^3 \end{cases}$ 으로 나타낼 수 있다. 양력은 불티에 첨가되는 힘으로부터 항력과 중력을 제외한 나머지의 힘으로 물체에 첨가되는 중력 이외의 힘 중 상대속도에 수직인 성분이다.  $C_l$ 는 항력 계수로, Reynolds수나 상대속도에 대한 물체의 방향등의 함수이며 양력과 유체력에 의한 모멘트는 형상과 방향에 의해서 크기와 방향이 변화하며 식은 표2에 나타내었다.

불티의 형상으로서 직육면체, 직원주, 구라고 생각하여 주축 주위의 관성 모멘트는 해석적으로 계산할 수 있는 식은 표3에 나타내었다.

### 2.3 형상에 관한 양과 형상 변화

해석을 단순화하기 위해서 불티의 형상을 상사형으로 변화하는 것으로 생각하기 위해 파라미터로서 길이의 초기부터의 비율을 선택한다. 형상 변화를 나타내는 길이의 비율은, 불티가 방출된 시각  $t_r$ 부터의 시간의 함수로서  $f_L(t-t_r)$ 라고 쓰기로 하며 구, 원통, 직방체의 투영 면적과 대표 길이는 표4와 같다.

표 2 물체에 첨가되는 힘과 모멘트의 기본식

	유체항력	양력	모멘트	유체력에 의한 모멘트	관성 모멘트
기본식	$F_{dr} = \frac{1}{2} C_d \rho A_p  u_r  u_r$	$F_l = C_l \frac{1}{2} \rho  u_r ^2 n_r$	$K_l = \frac{1}{2} C_r A_p l_p \rho_r  u_r ^2 n_r$	$K_m = \frac{1}{2} C_m A_p l_p  u_r ^2 n_m$	$I_A = \int a^2 \rho dV$
	$\rho$ =유체 밀도, $A_p$ =상대 유속에 수직인 면에 투영 면적	$n_l$ =양력의 방향	$C_m$ =모멘트 계수, $l_p$ =물체의 대표 길이, $n_m$ =모멘트의 방향 벡터	-	$a$ =회전축 A으로부터의 거리

표 3 형상별 관성 모멘트 식

형상	직육면체	직원주	구
식	$I_{xG} = \rho \frac{abc}{12} (b^2 + c^2)$	$I_q = \rho \frac{\pi r^2 h}{12} (3r^2 + h^2) = m \frac{3r^2 + h^2}{12}$	$I = \rho \frac{8\pi r^5}{15} = m \frac{2r^2}{5}$

h = 원주의 길이, r = 반경

표 4 구, 원통, 직방체의 투영 면적과 대표길이

구분	구	원통	직방체
대표 길이	$l_p = 2r = 2r_0 f_L(t-t_r)$	$I_p = \max(h, 2r),$ $h = h_0 f_L(t-t_r),$ $r = r_0 f_L(t-t_r)$	$I_p = \max(a, b, c)$
투영 면적	$A_p = \pi r^2 = \pi r_0^2 f_L^2(t-t_r)$	$A_p = 2rh \sin\theta + \pi r^2 \cos\theta$	$A_p = bc  \hat{x} \cdot \hat{u}_r  + ca  \hat{y} \cdot \hat{u}_r  + ab  \hat{z} \cdot \hat{u}_r $
체적	$V_p = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi r_0^3 f_L^3(t-t_0)$	$V_p = \pi r^2 h$	$V_p = abc$

h = 원주의 길이, r = 반경,  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  = 방향벡터,  $\hat{u}_r$  = 유체의 상대속도 방향 벡터

#### 2.3.1 점성 계수

공기의 점성 계수는 온도에 의존하고 있으므로, 불티의 비산 계산에서는 FDS로부터 온도를 얻어, 그 함수로서 점성 계수를 계산하기로 한다. 계산식은 일반적으로 자주 사용되고 있는 Sutherland의 식을 이용하여 다음의 식 형태로 사용되며, C를 결정하기 위해서 온도 및 점성계수 데이터를 사용하여  $\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{T_1 + C(T_2)^{3/2}}{T_2 + C(T_1)^{3/2}}$  [ $\mu_1, \mu_2$  = 온도  $T_1, T_2$  (K)에 있어서의 점성계수, C = 정수]  $C = 142.78$ 를 얻을 수 있으며,  $T_1 = 300$ 일 경우 점성 계수를  $\mu_1$ 라 하고,  $T = T_2$ 일 때 점성 계수  $\mu = \mu_2$ 를 보여주는 식은 다음과 같다.  $\mu = \frac{8244.5}{T+142.78} \left(\frac{T}{300}\right)^{3/2}$  일본 기계 학회의 기술 자료 「유체의 열물성치집」에 있는 압력 0.1 MPa의 공기의 점성 계수와 위의 Sutherland의 식에 의한 점성 계수의 값의 비교는 다음의 표5와 같다.

표 5. 일본 기계 학회의 열물성치와의 비교

온도(K)	$\mu$ (Sutherland)	$\mu$ (기계학회)	오차(%)
400	23.39	23.27	0.5
600	31.39	30.78	2.0
800	38.08	37.23	2.3
1000	43.91	43.08	1.9
1200	49.12	48.52	1.2
1400	53.87	53.64	0.4

점성계수의 단위:  $\mu P \cdot s$

### 3. 수치 해법

불티의 비산 예측 모델에서는, 불티를 강체라고 생각해 이것이 방출되어 유체로부터의 힘을 받아 비산 하는 것이라고 생각해 병진 운동과 회전운동의 방정식을 시간으로 적분하여 운동 경로를 계산한다. 또한, 불티의 온도를 비상 시간의 함수로 생각하여 낙하시의 온도를 평가한다. 또한, 유체 흐름은 불티의 영향은 받지 않는 것이라 가정하며 전진 오일러법 또는 2차 및 4차의 Runge-Kutta법을 사용한다.

표 6. Euler 및 Runge-Kutta법

구분	Euler	2차의 Runge-Kutta	4차의 Runge-Kutta
식	$k = hf(v_n, t_n)$ $v_{n+1} = v_n + k$	$k_1 = hf(v_n, t_n)$ $k_2 = hf(v_n + k_1, t_{n+1})$ $v_{n+1} = v_n + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$	$k_1 = hf(v_n, t_n)$ $k_2 = hf(v_n + k_1/2, t_{n+1/2})$ $k_3 = hf(v_n + k_2/2, t_{n+1/2})$ $k_4 = hf(v_n + k_3, t_{n+1})$ $v_{n+1} = v_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$

### 3.2 불티 운동방정식에 따른 상미분 방정식

불티 운동 방정식에 상미분 방정식의 수치적분법을 적용하기 위해 앞에서 서술한 일반 상미분 방정식을 변환한 식은 아래와 같다.

$$\frac{du_p}{dt} = C_d \frac{A_p}{V_p} \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_p} |u_r| u_r + \frac{\rho_r}{\rho_p} g + C_r \frac{A_p}{V_p} \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_p} |u_r|^2 n_r - \frac{u_p}{m_p} \frac{dm_p}{dt} \quad \frac{dr_p}{dt} = u_p$$

$$\frac{d\Omega_1}{dt} = \frac{K_1}{I_1} - \frac{I_3 - I_2}{I_1} \Omega_2 \Omega_3 - \frac{\Omega_1}{I_1} \frac{dI_1}{dt} \quad \frac{d\Omega_2}{dt} = \frac{K_2}{I_2} - \frac{I_1 - I_3}{I_2} \Omega_3 \Omega_1 - \frac{\Omega_2}{I_2} \frac{dI_2}{dt}$$

$$\frac{d\Omega_3}{dt} = \frac{K_3}{I_3} - \frac{I_2 - I_1}{I_3} \Omega_1 \Omega_2 - \frac{\Omega_3}{I_3} \frac{dI_3}{dt} \quad \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 - q_1 - q_2 - q_3 \\ q_1 - q_0 - q_3 - q_2 \\ q_2 - q_3 - q_0 - q_1 \\ q_3 - q_2 - q_1 - q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix}$$

질량 변화에 대해서는 취급을 용이하게 하기 위해서 형상이 상사형으로 변화하는 한편, 밀도가 균일하고 시간적으로 변화한다고 한다. 초기의 질량을  $m_0$ 이라고 해, 불티가 운동을 시작하는 시각을  $t_0$ 라고 한다. 또 초기의 치수에 대한 치수의 비율을  $f_L(t-t_0)$ 이라고 해, 초기의 밀도에 대한 밀도의 비율을  $f_R(t-t_0)$ 이라고 하면 임의의 시각의 질량은

$$m = m_0 f_L(t-t_0) f_R(t-t_0) \text{으로, 그 변화율은 } \frac{1}{m} \frac{dm}{dt} = \frac{1}{f_L} \frac{df_L}{dt} + \frac{1}{f_R} \frac{df_R}{dt} \text{이 된다.}$$

### 4. 결론

본 연구에서는 2009년 호서대학교와 일본 건축연구소에서 공동으로 실험을 실시한 풍속에 대한 불티비산거리의 실험결과를 활용하여 CFD에서 불티해석에 관한 유체력을 평가하기 위하여 수치모델과 수치모델로 구분하여 FDS 연소모델을 구축하였다.

### 감사의 글

[본 연구는 한국 중소기업청 “건축 구조물의 가연물 및 개구부 조건에 대한 화재 정상 예측 시뮬레이션 개발”에 의한 것으로 관계자 분들께 감사드립니다.]

### 참고문헌

1. 日本建築研究所 (2006). “市街地の延焼危険性評価手法の開発” 建築研究報告.
2. 구인혁(2010), 불티의 飛散性狀을 고려한 都市火災危険性 評價技法 構築에 관한 研究 호서대학교 대학원