

진삼축압축시험 자료를 이용한 Mogi-Coulomb식과 Mohr-Coulomb식의 특성 비교

이연구 (군산대학교)

송원경, 박철환, 최병희 (한국지질자원연구원)

1. 서론

암반공학 분야에서 널리 이용되고 있는 Mohr-Coulomb 파괴조건식에서는 암석의 파괴 면에 작용하는 전단응력(τ)과 수직응력(σ)의 관계를 선형으로 가정하며 중간주응력(σ_2)의 크기가 암석의 파괴 강도에 영향을 미치지 않는다. 그러나 암석 시료에 대한 진삼축압축시험(true triaxial compression test 또는 polyaxial compression test) 결과에 의하면 암석의 강도는 중간주응력의 크기에 큰 영향을 받는 것으로 알려지고 있다(Chang & Haimson, 2000; Mogi, 1971; Takahashi & Koide, 1989). 그러므로 정밀한 암반구조물 설계 및 안정성 평가를 위해서는 중간주응력을 고려한 3차원 암석파괴조건식의 도입이 필요하다.

지금까지 다양한 형태의 3차원 암석파괴조건식들이 제안되고 있으며 그 중 Mogi(1971) 파괴함수에서는 파괴시 팔면체전단응력(τ_{oct})이 $\sigma_{m,2} = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ 의 단조증가함수로 표시된다. Al-Ajmi & Zimmerman(2005)는 Mogi파괴함수의 가장 간단한 형태인 선형 Mogi 파괴함수를 제안하였으며 이를 Mogi-Coulomb 함수로 칭하였다. 이 연구에서는 Mohr-Coulomb 및 Mogi-Coulomb 파괴함수를 Nayak & Zienkiewicz(1972)의 응력불변량을 이용하여 표시하고 이들의 공통 강도지수인 마찰각(ϕ)과 일축압축강도(σ_c)를 비선형회귀분석을 통하여 구하는 방법을 제시하였다. 문헌에 보고된 진삼축압축시험 자료를 이용하여 두 파괴함수의 강도 지수를 구하고 두 파괴함수의 삼축압축강도 예측 특성을 비교하였다.

2. 파괴함수

2.1 Nayak & Zienkiewicz의 응력불변량

Nayak & Zienkiewicz(1972)는 주응력좌표계에서 파괴곡면의 기하학적 도식을 쉽게 하기 위해 다음과 같은 응력불변량 ξ , ρ , θ 을 제안하였다.

$$\xi = \frac{\sigma_{ii}}{\sqrt{3}} = \frac{I_1}{\sqrt{3}}; \quad \rho = \sqrt{s_{ij}s_{ij}} = \sqrt{2J_2}; \quad \theta = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right) \quad (1)$$

여기서 I_1 은 응력텐서 σ_{ij} 의 1차 불변량이다. $s_{ij} = (\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_{kk}/3)$ 는 편차응력 텐서이며 J_2 와 J_3 는 각각 편차응력텐서의 2차 및 3차 불변량이다. θ 는 Lode으로서 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 일 때 $0 \leq \theta \leq \pi/3$ 의 범위에 있다. 불변량 ξ , ρ , θ 를 이용하여 주응력은 다음과 표시할 수 있다.

$$\sigma_1 = \frac{\xi}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \cos(\theta); \sigma_2 = \frac{\xi}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right); \sigma_3 = \frac{\xi}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2)$$

2.2 Mohr-Coulomb 및 Mogi-Coulomb 파괴조건식

응력불변량 ξ , ρ , θ 를 이용하여 Mohr-Coulomb 파괴조건식을 표시하면 다음과 같다.

$$\frac{\rho}{g_1(\theta)} - \frac{2\sqrt{2} \sin\phi}{3 - \sin\phi} \xi - \frac{\sqrt{6} \sigma_c}{3} \frac{1 - \sin\phi}{3 - \sin\phi} = 0 \quad (3a)$$

$$g_1(\theta) = \frac{3 - \sin\phi}{3\cos\theta + \sqrt{3} \sin\theta - \sin\phi\cos\theta + \sqrt{3} \sin\phi\sin\theta} \quad (3b)$$

여기서 함수 $g_1(\theta)$ 는 편차응력면(deviatoric plane)에서 Mohr-Coulomb 파괴함수의 궤적을 정의하며 $g_1(0) = 1$, $g_1(\pi/3) = (3 - \sin\phi)/(1 + \sin\phi)$ 이다.

Mogi-Coulomb 파괴조건식은 $\tau_{oct} = a + b\sigma_{m,2}$ 로 표시되며 이를 불변량 ξ , ρ , θ 으로 표시하면 다음과 같다.

$$\frac{\rho}{g_2(\theta)} - \frac{2\sqrt{2} b}{2\sqrt{2} - b} \xi - \frac{2\sqrt{6} a}{2\sqrt{2} - b} = 0 \quad (4a)$$

$$g_2(\theta) = \frac{2\sqrt{2} - b}{2\sqrt{2} - 2b \cos(\theta + \pi/3)}; \quad a = \frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{\sigma_c}{q+1}; \quad b = \frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{q-1}{q+1} \quad (4b)$$

여기서 $q = (1 + \sin\phi)/(1 - \sin\phi)$ 이다. 함수 $g_2(\theta)$ 역시 Mogi-Coulomb 파괴식의 편차응력 단면 형상을 정의하며 $g_2(0) = 1$, $g_2(\pi/3) = (3 - \sin\phi)/(1 + \sin\phi)$ 이다.

식(4)에서 볼 수 있듯이 중간주응력의 영향이 고려되는 Mogi-Coulomb식의 강도 정수 a 와 b 는 Mohr-Coulomb식의 강도정수인 마찰각과 일축압축강도를 이용하여 구할 수 있다. 그림 2.1과 그림 2.2는 각각 주응력 좌표계와 편차응력면에 두 파괴곡면을 도시한 것이다. 두 파괴곡면은 삼축압축 조건($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$)과 삼축신장조건($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$)에서 만나지만 교선에서는 도함수가 정의되지 않는 단점을 가지고 있다.

3. Mohr-Coulomb 및 Mogi-Coulomb 파괴식의 강도정수 결정

이론적으로 Mogi-Coulomb식과 Mohr-Coulomb식의 강도정수는 암석시료에 대한 최소 두 번의 삼축압축시험을 실시하여 구할 수 있으나 진삼축압축시험 자료가 존재하는 경우 이 자료에 최적화된 강도정수는 삼축압축시험 자료만을 이용하여 추정된 강도정수 값과 차이가 예상된다. 식(3)과 식(4)의 ρ 가 ξ 와 θ 의 양함수로 표시되는 점에 착안하여 문헌에 보고된 삼축압축시험자료에 대해 ξ 와 θ 를 독립변수, ρ 를 종속변수로 하는 비선형 회귀분석을 실시하고 Mogi-Coulomb식과 Mohr-Coulomb식에서 예측되는 마찰각과 일축압축강도의 크기를 비교하였다.

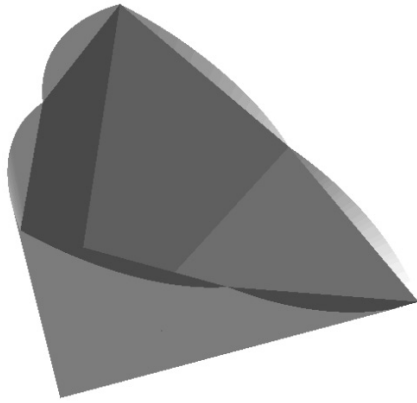


그림 2.1 Mogi-Coulomb식과 Mohr-Coulomb 식

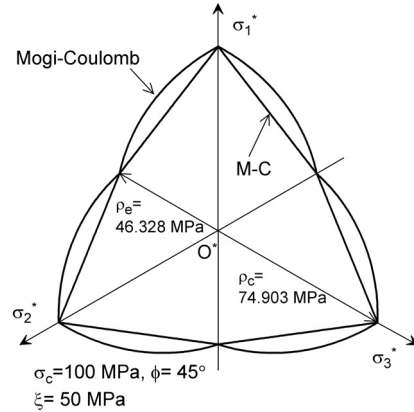


그림 2.2 편차응력면에 도시한 Mogi-Coulomb식과 Mohr-Coulomb 식

최적화를 위한 목적함수 O 와 잔차표준편차(RSD, residual standard deviation)는 다음과 같이 정의하였다.

$$O(\phi, \sigma_c) = \sum_{i=1}^n (\rho_i - \bar{\rho}_i)^2; \quad RSD = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (\rho_i - \rho_i^*)^2} \quad (5)$$

여기서 ρ_i 는 실험값이며 $\bar{\rho}_i$ 와 ρ_i^* 는 각각 예측 값과 최적함수 값이다. n 은 실험값의 갯수이다.

표 3.1 최적화 강도정수

Rock type	Mogi-Coulomb		Mohr-Coulomb	
	ϕ (°)	σ_c (MPa)	ϕ (°)	σ_c (MPa)
	RSD (MPa)		RSD (MPa)	
Shirahama sandstone	34.47	74	39.43	85
	5.0522		4.4393	
Dunham dolomite	29.45	373	36.55	387
	11.0133		22.0962	
Yuubari shale	26.96	94	30.67	104
	5.0445		5.8635	
KTB amphibolite	42.42	271	47.09	324
	28.1232		27.2944	

Shirahama sandstone(Al-Ajmi & Zimmerman, 2005), Dunham dolomite(Mogi, 2007), Yuubari shale(Al-Ajmi & Zimmerman, 2005; Takahashi & Koide,1989), KTB amphibolite(Chang & Haimson, 2000) 시료에 대한 진삼축압축시험 결과를 이용하여 구한 최적 강도정수 값을 표 3.1에 나타내었다. Dunham dolomite와 Yuubari shale에 대해서는 Mogi-Coulomb식의 적합도가 우수하고, Shirahama sandstone과 KTB amphibolite에 대해서는 Mohr-Coulomb식의 적합도가 우수한 것으로 나타났다.

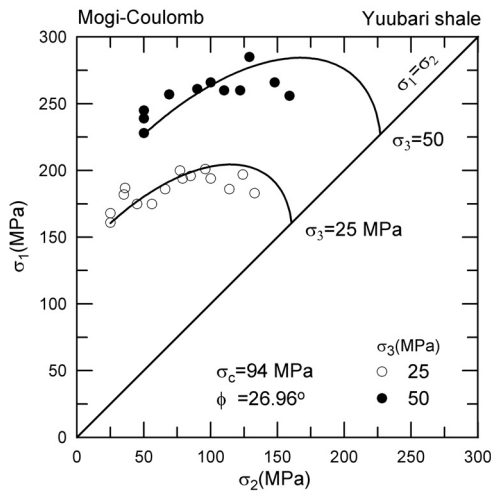


그림 3.1 Yuubari shale에 대한 Mogi-Coulomb식의 최적화

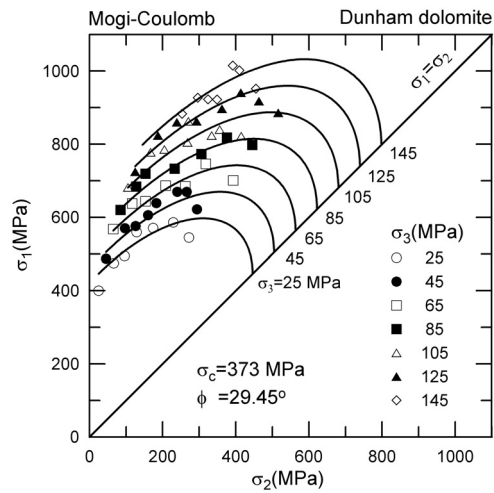


그림 3.2 Dunham dolomite에 대한 Mogi-Coulomb식의 최적화

그림 3.1-3.2는 Yuubari shale과 Dunham dolomite의 진삼축압축시험 결과를 Mogi-Coulomb 파괴 함수로 적합시킨 것이다. 중간주응력의 크기가 파괴에 영향을 미치고 있음을 잘 볼 수 있으며 최적화 강도정수를 활용한 예측치는 실험결과와 대체로 잘 일치하고 있음을 보여준다.

4. 결론

이 연구에서는 Mohr-Coulomb 및 Mogi-Coulomb식을 Nayak & Zienkiewicz의 응력불변량으로 표시한 후 진삼축시험 결과에 대한 비선형 회귀분석을 적용하여 마찰각과 일축압축강도의 최적 값을 구하는 방법을 제시하였다. 이 방법을 적용할 경우 재래식 삼축압축시험 결과를 이용한 강도 정수 추정에 비해 우수한 강도 정수 추정이 가능할 것으로 판단되었다.

문헌에 보고된 진삼축압축시험자료를 활용하여 4개의 암종에 대한 최적화 강도정수를 예측하여 본 결과 Dunham dolomite와 Yuubari shale에 대해서는 Mogi-Coulomb식의 적합도가 우수하게 나타났다. 그러나 Shirahama sandstone과 KTB amphibolite에 대해서는 Mohr-Coulomb식의 적합도가 우수한 것으로 나타났으나 그 차이는 크지 않았다.

감사의 글

이 연구는 한국지질자원연구원 기본사업인 ‘지하 암반내 복공식 에너지저장시스템 개발’의 일환으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

1. Al-Ajmi A.M. and Zimmerman R.W., 2005, Relation between the Mogi and the Coulomb failure criteria. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* Vol.42, pp.431-439.
2. Chang C. and Haimson B., 2000, True triaxial strength and deformability of the German Continental Deep Drilling Program (KTB) deep hole amphibolites, *J. Geophys. Res.*, Vol.105, pp.18999-9013
3. Mogi K., 1971, Fracture and flow of rocks under high triaxial compression, *J. Geophys. Res.*, Vol.76, No.5, pp.1255-1269.
4. Mogi, K., 2007, *Experimental rock mechanics*, Taylor & Francis.
5. Nayak G.C. and Zienkiewicz O.C., 1972, Convenient forms of stress invariants for plasticity. *J. Struct. Div. ASCE*, Vol.98, pp.949-953.
6. Takahashi M. and Koide H., 1989, Effect of the intermediate principal stress on strength and deformation behavior of sedimentary rocks at the depth shallower than 2000m. In: Maury V, Fourmaintraux D, editors. *Rock at great depth*, vol.1. Rotterdam: Balkema; pp.19-26.