

복소 라플라스변환에 의한 동적 페이지변환

박창병, 이성우, 임춘택

Dept. of Nuclear and Quantum Eng, KAIST
291 Daehak-ro, Yuseong-gu, Daejeon 305-701, KOREA

Abstract

일반적인 스위칭 컨버터의 교류 시변 특성을 시불변 회로로 변환시키는 페이지변환 기법이 차츰 널리 쓰이고 있으나 정적 응답특성을 구하는 데에 주로 국한되고 있다. 본 논문에서는 페이지변환 이론을 확장하여 단상, 다상의 모든 AC컨버터(DC-AC, AC-DC, AC-AC)와 모든 직병렬 공진형 컨버터(DC-DC)의 동적 응답특성을 일반적으로 구할 수 있는 새로운 이론을 제안한다. 본 논문에서는 복소 턴 비율(complex turn-ratio)을 갖는 전자변압기와 허수의 저항을 갖는 회로에 페이지변환을 적용하기 위해, 복소 라플라스변환을 도입하였다. 이를 통해 교류 컨버터 회로를 해석하고, 시뮬레이션을 통해 타당성을 검증하였다.

1. 서론

모든 스위칭 파워 컨버터는 스위치의 시변 특성으로 인해 일반적인 시불변 시스템에 비해 해석이 어렵다. 이를 극복하고자 상태공간평균기법, D-Q 변환, 스위칭함수 푸리에 급수 해석 등 다양한 기법이 제안되었다. 하지만 단상, 다상의 모든 AC컨버터와 직렬 및 병렬, 직병렬 공진형 컨버터 등에 적용하는 데에는 한계가 많았고, 근래에 교류회로를 해석하는 일반적 이론으로 페이지변환 기법이 제시되어 그림 1과 같이 차츰 널리 쓰이고 있다.

페이지 변환을 통해 교류 컨버터 회로는 복소 턴비를 가지는 전자변압기, 허수값을 가지는 저항 등 복소 변수를 갖는 회로소자로 변환된다. 이러한 복소 회로(complex circuit)의 동적 해석(dynamic analysis)을 위해서는 그 동안 전자공학에서 시간축상 실수변수(real variable)에만 적용되었던 선형변환(라플라스변환, 푸리에 변환, z-변환 등)을 복소변수(complex variable)에 확대 적용할 필요가 있다. 본 논문에서는 복소 라플라스변환을 페이지변환된 회로에 적용할 수 있음을 이론적으로 보이고, 예제를 통해 교류 컨버터 회로의 동적 응답특성을 해석하는데 적용하였으며, 타당성을 시뮬레이션으로써 검증하였다.

2. 전력전자 회로의 복소 라플라스변환 (Complex Laplace Transform)

2.1 복소 변수에 대한 라플라스변환 이론

$$F(s) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt, \quad f(t): \text{complex variable} \quad (1)$$

복소 변수에 대한 라플라스 변환은 (1)과 같이 정의된다[3]. 이 개념은 1930년에 고전적인 라플라스 변환의 일반화된 형태로써 제안되었고, 최근에 디지털 신호처리 분야에서 일부 사용되기 시작했다. 이 개념을 복소 전력전자회로에 적용할 수 있는지의 여부와 적용했을 때의 물리적 의미에 대해서 본 논문을 통해 검증했다.

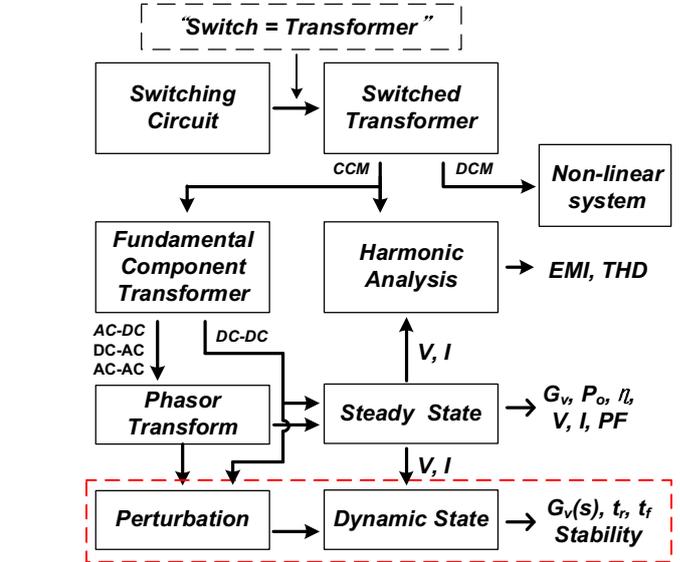


Fig. 1 스위칭 파워 컨버터 해석과정

2.2 복소 전력전자회로에 대한 복소 라플라스변환

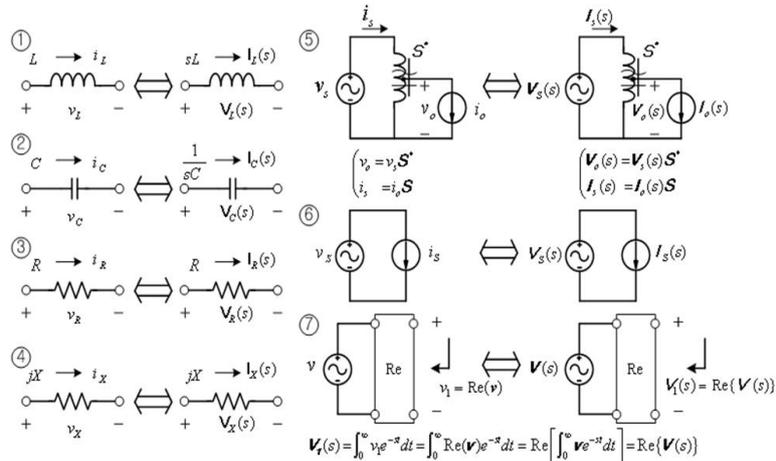


Fig. 2 교류 컨버터의 기본회로에 대한 복소 라플라스변환

일반적인 교류 컨버터는 그림 2와 같이 7개 기본회로의 조합으로 구성된다. 따라서 각 기본회로에 대한 복소 라플라스변환 회로를 구하면 교류 컨버터를 해석할 수 있다. 먼저 페이지로 표현된 인덕터 식에 대해 복소 라플라스변환하는 것을 기존의 실수 라플라스변환으로써 해본다.

$$\mathbf{v} = L \dot{\mathbf{i}} \Rightarrow \begin{cases} v_r = L \dot{i}_r \\ v_r + jv_i = L(\dot{i}_r + j\dot{i}_i) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_r(s) = L\{sI_r(s) - i_r(0)\} \\ V_i(s) = L\{sI_i(s) - i_i(0)\} \end{cases} \quad (2)$$

$$\mathbf{V}(s) = L\{s\mathbf{I}_r(s) - i_r(0) + js\mathbf{I}_i(s) - jI_i(0)\} = L\{s\mathbf{I}(s) - \mathbf{i}(0)\} \quad (3)$$

$$\therefore \mathbf{V}(s) \equiv V_r(s) + jV_i(s), \quad \mathbf{I}(s) \equiv I_r(s) + jI_i(s) \quad (4)$$

그런데 (3)은 (2)의 시간축상의 인덕터 식에 곧바로 (1)의 복소 라플라스변환을 적용해도 다음과 같이 얻어진다.

$$\mathbf{V}(s) = \int_0^{+\infty} \mathbf{v}e^{-st} dt = L \int_0^{+\infty} \dot{\mathbf{i}}e^{-st} dt = sL\mathbf{I}(s) - L\mathbf{i}(0) \quad (5)$$

즉, 복소 라플라스변환은 (4)와 같이 정의된 회로변수에 대해 페이지변환된 시간축상의 회로에 적용될 수 있다. (5)로부터 그림 2의 ①과 같이 라플라스 변환된 회로를 구할 수 있다. 단, 편의상 초기값은 '0'으로 둔다. 다른 기본회로도 ②~⑦과 같이 복소 라플라스변환을 할 수 있다.

3. 복소 라플라스변환을 통한 동적 해석

제안된 해석방법을 교류 컨버터 회로에 적용하여 동적해석을 할 수 있음을 이론적으로 보이고자 한다.

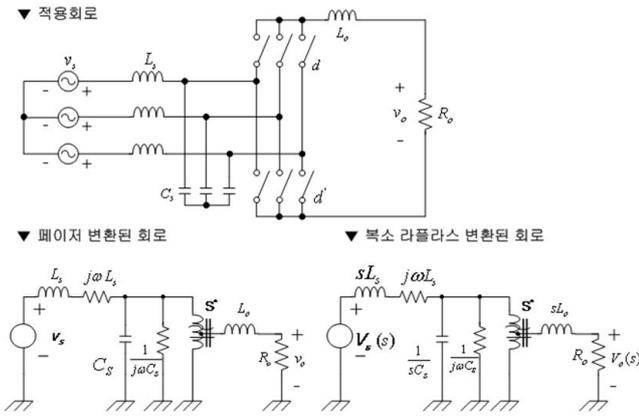


Fig. 3 복소 라플라스 변환을 적용한 3상 PWM 정류기

그림3은 LC 입력필터를 갖는 3상 PWM 정류기에 대한 페이지변환된 회로에 복소 라플라스변환을 적용한 경우이다.

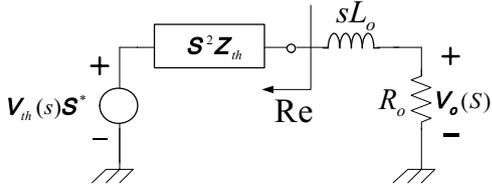


Fig. 4 테브낭정리를 이용하여 교류회로부분을 단순화한 회로

그림3의 복소변압기를 제거하고 교류회로 부분에 대한 테브낭 등가회로를 구하여 대체하면[4], 그림 4와 같다.

$$\mathbf{V}_{th}(s) = \frac{1/(sC_s + j\omega C_s)}{sL_s + j\omega L_s + 1/(sC_s + j\omega C_s)} \cdot \mathbf{V}_s(s) \quad (6)$$

$$\mathbf{Z}_{th}(s) = (sL_s + j\omega L_s) \parallel 1/(sC_s + j\omega C_s) \quad (7)$$

$$\mathbf{V}_o(s) = \text{Re}\{\mathbf{V}_{th}(s)\mathbf{S}^*\} \frac{R_o}{S^2 \text{Re}\{\mathbf{Z}_{th}(s)\} + sL_o + R_o} \quad (8)$$

$$\therefore \text{Re}\{\mathbf{Z}_{th}(s)\} = \frac{L_s[s\{1 + a(s^2 - \omega^2)\} + 2as\omega^2]}{\{1 + a(s^2 - \omega^2)\}^2 + 4a^2s^2\omega^2}, \quad a \equiv L_s C_s$$

$$\text{Re}\{\mathbf{V}_{th}(s)\mathbf{S}^*\} = \frac{\{1 + a(s^2 - \omega^2)\} \text{Re}\{\mathbf{V}_s(s)\mathbf{S}^*\} + 2as\omega \text{Im}\{\mathbf{V}_s(s)\mathbf{S}^*\}}{\{1 + a(s^2 - \omega^2)\}^2 + 4a^2s^2\omega^2}$$

4. 시뮬레이션을 통한 해석 검증

복소 라플라스변환을 적용한 페이지회로인 그림4와 그 해석결과인 (8)의 타당성을 확인하기 위해, 다음과 같은 변수에 대해 그림3의 원회로와 비교 시뮬레이션을 하였다.

$$\begin{aligned} V_s &= 100 \angle \frac{\pi}{6} \quad \mathbf{S} = 0.50 \angle \frac{\pi}{4} \quad f_s = 60\text{Hz} \\ L_s &= 5\text{mH} \quad C_s = 500\mu\text{F} \quad L_o = 1\text{mH} \quad R_L = 5\Omega \end{aligned} \quad (9)$$

Verification of Vo

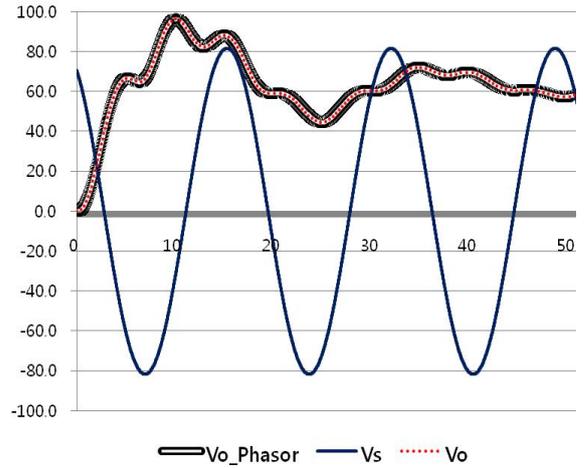


Fig. 5 복소회로와 원회로의 과도응답 특성 시뮬레이션 결과

다양한 변수에 대해 시뮬레이션을 해본 결과, 그림5와 같이 복소 라플라스변환을 적용한 페이지회로 해석과 원회로의 시뮬레이션 결과가 정확히 일치함을 알 수 있다.

5. 결론

복소 라플라스변환을 복소변수를 포함한 페이지회로의 동적 특성을 해석하는데 적용할 수 있음을 이론과 시뮬레이션을 통해 처음으로 제시하였다. 시간축상 복소 변수를 갖는 회로는 본 논문에서 제시한 복소 라플라스 변환 이외에도 복소 푸리에변환, 복소 z-변환 등 다른 복소 선형변환을 통해서도 해석 가능한 것으로 판단된다.

Reference

- [1] C. T. Rim and G. H. Cho, "Phasor transformation and its application to the dc/ac analyses of frequency phase-controlled series resonant converters (SRC)," IEEE Trans. Power Electron., vol. 5, pp. 201-211, Apr. 1990.
- [2] C. T. Rim, "Analysis of linear switching systems using circuit transformations," Ph.D. dissertation, KAIST, Seoul, Feb. 1990.
- [3] S. Efani, "Extending Laplace and Fourier transforms and the case of variable systems: A personal perspective," Presentation to IEEE Signal Processing Long Island Section, NY, May 15, 2007.
- [4] C. T. Rim, "Unified General Phasor Transformation for AC Converters," IEEE Trans. Power Electron. (submitted for publication).