

Lattice Boltzmann Model을 이용한 3차원 fractal 공극매질의 수리동역학적 특성 연구

김정우, Michael C. Sukop*, Edmund Perfect**, Yakov A. Pachepsky***

한국원자력연구원, 대전시 유성구 대덕대로 1045

* Florida International University, Miami, FL 33199, USA

** University of Tennessee, Knoxville, TN 37996-1410, USA

*** USDA-ARS, 10300 Baltimore Ave., Beltsville, MD 20705, USA

iw_kim@kaeri.re.kr

1. 서론

Fractal 개념은 fractal dimension과 lacunarity와 같은 몇 가지 매개변수들을 이용하여 다양한 스케일에서 모양과 같은 공극매질의 복잡성 및 불균질성을 해석할 수 있는 장점으로 그동안 수리지질학에서 많이 사용되어 왔다[1]. Fractal 모델은 불균질 공극매질의 기하학적 매개변수와 흐름 및 이송 특성 간에 관계를 규명하는 데 이용되어질 수 있었다[2].

공극매질의 공극 스케일에서 수리동역학적 특성은 공극의 구조에 의해서 큰 영향을 받는데, 공극매질의 기하학적 특성 중 공극의 투과정도는 불균질 공극매질의 흐름 및 이송 특성에 영향을 주는 중요한 매개변수가 된다. 공극매질의 수리동역학적 매개변수로 본 연구에서 사용된 투수계수는 일반적으로 불균질 공극매질에서 그 값을 구하기가 어렵기 때문에, 그동안 Kozeny-Carman 식과 같은 공극률과의 관계식으로부터 간접적으로 계산되었다[3].

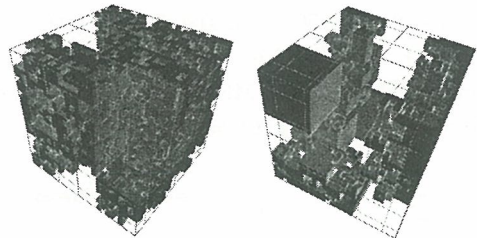
Lattice Boltzmann Model(LBM)은 복잡한 공극 구조를 가지는 공극매질에서 정상상태의 Stokes 식을 설명하는데 유한차분법보다도 우월한 것으로 알려졌다[4]. 따라서, 본 연구에서는 LBM을 이용하여 3차원 fractal 포화공극매질의 기하학적 및 수리동역학적 매개변수들을 계산하였다. 또한, 이러한 매개변수들 간의 관계를 다변량 통계분석을 통해 조사하였다.

2. 본론

2.1 3차원 fractal 공극매질

본 연구에서 사용된 fractal 공극매질은 mass prefractal(MF)과 pore-solid prefractal(PSF)이다. 3차원 MF는 Fig. 1(a)와 같이 초기 정육면체 고체를 scaling factor에 따라 세분된 정육면체의 제거 개수만큼 공극이 되는 과정을 되풀이하면서

임의로 만들어졌다. 3차원 PSF는 3차원 MF를 만드는 과정에서 되풀이되는 세분된 정육면체 제거를 일정 개수의 정육면체에서만 행함으로써 만들어졌다(Fig. 1(b)).



(a) 3D MF

(b) 3D PSF

Fig. 1. Representative images of 3D fractal porous media.

2.2 Lattice Boltzmann Model

3차원 fractal 공극매질에서 유체의 흐름 및 오염물의 이송은 LBM을 이용하여 시뮬레이션 되었다. LBM에서 유체의 분포 함수는 다음과 같이 나타난다.

$$f_a(x + e_a \Delta t, t + \Delta t) = f_a(x, t) - \frac{[f_a(x, t) - f_a^{eq}(x, t)] \Delta t}{\tau} \quad (1)$$

여기서, f_a 는 a 방향으로의 유체 밀도분포, f_a^{eq} 는 균형상태에서의 유체 밀도분포, x 는 위치좌표, t 는 시간, e_a 는 a 방향으로의 단위유속, 그리고 τ 는 균형상태에 도달하는 속도를 조절하는 single relaxation time이다.

2.3 투수계수

투수계수(k)는 다음과 같이 Darcy 법칙을 이용하여 계산하였다.

$$k = \frac{q\phi V}{d\phi/l} \quad (2)$$

여기서, q (= Darcy 유속), ρ (= 유체의 평균 밀도), 그리고 μ (= 동점성도)는 상수로 정의되었고, 공극 매질 양단에서 수두의 기울기를 나타내는 $d\phi/l$ 는 LBM 시뮬레이션 결과를 이용하여 계산되었다. 투수계수의 단위는 LBM의 거리 단위인 $h\mu$ 을 써서 $h\mu^2$ 이다.

2.4 3차원 fractal 공극매질의 투과경계

3차원 MF와 PSF 공극매질의 공극률에 따른 투과빈도를 Fig. 2에 나타내었다. 공극률이 약 0.45 이상에서는 MF와 PSF 모두 100% 투과되었다. 공극매질의 투과경계는 투과빈도가 50%에 해당하는 공극률을 의미하는데, 본 연구에서 3차원 MF의 투과경계는 0.36으로 0.30의 PSF 값보다 크게 나타났다. 특히, 3차원 MF의 투과경계 값은 Sukop 등[5]이 2차원 MF에서 계산한 투과경계 값(=0.708±0.060)의 절반정도 되었다.

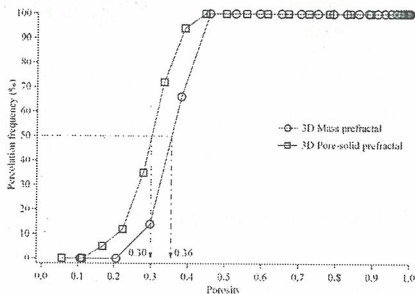


Fig. 2. Percolation frequencies of 3D MF and PSF.

2.5 3차원 fractal 공극매질의 투수계수

LBM을 이용하여 계산된, 3차원 MF와 PSF 공극매질의 공극률에 따른 투수계수를 Fig. 3에 나타내었다. 공극률이 약 0.5에서 약 0.7로 증가함에 따라, MF의 투수계수는 $0.124 h\mu^2$ 에서 $0.444 h\mu^2$ 로 증가하였고, PSF의 투수계수는 $0.263 h\mu^2$ 에서 $1.303 h\mu^2$ 로 증가하였다. MF보다는 PSF에서, 그리고 낮은 공극률보다는 높은 공극률에서 투수계수 값의 변화가 크게 나타났는데, 이는 공극의 크기가 커지면서 흐름 특성의 변화가 크게 나타난 결과로 사료된다. 본 연구의 결과는 Cihan 등[6]이 Probabilistic Capillary Connectivity(PCC) 모델과 Marshall's Probabilistic Approach(MPA) 모

델을 이용하여 계산한 3차원 MF의 투수계수 값과 일관성을 가지면서 검증되었다.

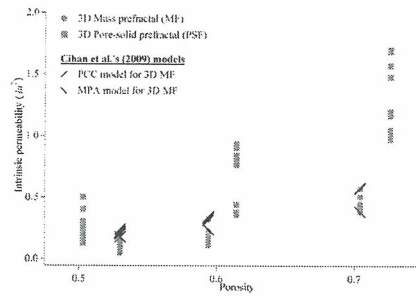


Fig. 3. Intrinsic permeability of 3D MF and PSF.

2.6 다변량 통계분석 결과

3차원 fractal 공극매질의 기하학적 매개변수와 투수계수간의 다변량 통계분석 결과, 공극률이 가장 높은 상관관계를 나타내었다.

3. 결론

본 연구에서 계산된 3차원 fractal 공극매질의 투과경계 값은 앞으로의 수리지질학 연구에서 유용한 자료가 될 것이며, 투수계수와 공극률의 높은 상관관계로 인해 공극매질의 투수계수 계산을 좀 더 용이하게 할 수 있는 계기가 될 것이다.

4. 참고문헌

- [1] Mandelbrot, B.B., The Fractal Geometry of Nature, Freeman, New York, NY, pp. 1-24, 131-144, 1982
- [2] Cihan, A.; Sukop, M.C.; Tyner, J.S.; Perfect, E.; Huang, H., Analytical predictions and lattice Boltzmann simulations of intrinsic permeability for mass fractal porous media. Vadose Zone Journal, 8(1): 187-196, 2009
- [3] Xu, P.; Yu, B., Developing a new form of permeability and Kozeny-Carman constant for homogeneous porous media by means of fractal geometry. Advances in Water Resources, 592 31: 74-81, 2008
- [4] Manwart, C.; Aaltosalmi, U.; Koponen, A.; Hilfer, R.; Timonen, J., Lattice-Boltzmann and finite-difference simulations for the permeability for three-dimensional porous media. Physical Review E, 66: 016702, 2002
- [5] Sukop, M.C.; van Dijk, G.J.; Perfect, E.; van Loon, W.K.P., Percolation thresholds in 2-dimensional prefractal models of porous media. Transport in Porous Media, 48(2): 187-208, 2002
- [6] Cihan, A.; Sukop, M.C.; Tyner, J.S.; Perfect, E.; Huang, H., Analytical predictions and lattice Boltzmann simulations of intrinsic permeability for mass fractal porous media. Vadose Zone Journal, 8(1): 187-196, 2009